

THÈSE de DOCTORAT

présentée à

**L'UNIVERSITÉ DE BRETAGNE OCCIDENTALE
U.F.R. SCIENCES ET TECHNIQUES DE BREST**

Spécialité : ELECTRONIQUE et OPTIQUE



par

Frédéric BOULVERT

**Analyse de milieux fortement diffusants
par polarimétrie de Mueller et méthodes optiques cohérentes.
Application à l'étude du syndrome cutané d'irradiation aiguë.**

Soutenue le 10 avril 2006 devant la commission d'examen composée de :

M. J. CARIOU	Professeur - UBO - Brest	Examineur
M. A. DE MARTINO	Chargé de Recherches - Ecole Polytechnique - Palaiseau	Rapporteur
M. F. GOUDAIL	Professeur - Ecole Supérieure d'Optique - Orsay	Rapporteur
M. S. HUARD	Professeur - EGIM- Marseille	Président
M. G. LE BRUN	Maître de Conférences - UBO - Brest	Examineur
M. J. ZYSS	Professeur - ENS Cachan - Cachan	Examineur

Personnalité invitée :

M. Y. LE GRAND	Maître de Conférences - Université de Rennes 1 – Rennes
-----------------------	---------------------------------------------------------

Recherches effectuées au **Laboratoire de Spectrométrie et Optique Laser**
6 Avenue Victor Le Gorgeu, C.S . 93837, 29238 BREST Cedex 3



Remerciements

Ce travail a été effectué au sein du Laboratoire de Spectrométrie et Optique Laser (Université de Bretagne Occidentale) mondialement reconnu pour la bonne humeur qu'il y règne.

Je tiens tout d'abord à exprimer ma reconnaissance à Monsieur Jack Cariou qui a assuré la direction scientifique de ce travail. Je le remercie très sincèrement de m'avoir proposé un sujet ouvert et pluridisciplinaire. Ce fut un réel plaisir de l'avoir pour directeur de thèse puisqu'en échange de mes quelques taquineries il a su me faire profiter de son expérience en optique et plus particulièrement en "biophotonique".

Je remercie tout particulièrement Messieurs Guy Le Brun, Bernard Le Jeune et Sylvain Rivet puisqu'ils ne furent pas trop de trois pour m'encadrer (et canaliser mon énergie à ce qu'il paraît...) :

- Merci Guy d'avoir su me faire confiance, de m'avoir grandement aidé lors des différentes études expérimentales (de nuit...) sur les échantillons biologiques, pour ta rigueur et pour l'aide titanesque apportée dans la rédaction et la mise en forme de ce manuscrit et des différentes publications associées.

- Merci Bernard pour ta constante disponibilité, ta patience et tes précieux conseils. Ne t'inquiète pas, j'ai compris que le test du "khi-deux" est important lors de l'étalonnage d'un polarimètre de Mueller.

- Merci Sylvain pour l'aide apportée lors de la réalisation du dispositif de tomographie par cohérence optique ; ce fut très agréable de travailler avec toi même si nous n'étions pas toujours d'accord. Bien que ce ne soit pas une de mes qualités, tu m'as montré que la patience est la clé de la réussite pour la mise au point d'un tel système.

Ce travail de thèse s'inscrit dans le cadre d'un contrat DGA portant sur l'étude phénoménologique comparative de la brûlure thermique et du syndrome cutané d'irradiation aiguë. Je tiens à remercier les chercheurs des différents organismes de recherche avec qui j'ai eu l'occasion de collaborer à l'occasion de cette étude et plus particulièrement :

- Les vétérinaires Diane Agay et Yves Chancerelle du Centre de Recherches du Service de Santé des Armées (CRSSA, Grenoble) qui ont fourni les différents prélèvements de tissus cutanés (irradiés ou non).

- Le Professeur Hervé Carsin du Centre de Traitement des Brûlés (CTB) de l'HIA Percy (Clamart) initiateur du projet.

- Monsieur Marc Benderitter de l'Institut de Radioprotection et de Sécurité Nucléaire (IRSN, Fontenay aux Roses) responsable scientifique du projet.

Je suis, d'autre part, sensible à l'honneur que m'ont fait Messieurs Antonello De Martino et François Goudail en acceptant d'examiner ce travail ainsi que Messieurs Serge Huard, Yann Le Grand et Joseph Zyss en participant au jury.

S'il y a bien une personne que je ne veux pas oublier ici, c'est Guy Zion. Sans le grand soin qu'il a apporté aux nombreuses réalisations techniques, les différents résultats expérimentaux présentés dans ce manuscrit n'auraient pas pu être obtenus.

J'adresse également mes remerciements les plus sincères à Bruno Boulbry, Fabrice Pellen et Yann Piederrière :

- Merci Bruno d'avoir été mon premier collègue de bureau et d'avoir développé durant ta thèse ce dorénavant fameux dispositif expérimental qu'il me plaît de nommer "Boulbry's polarimeter" même si cela te déplaît.

- Merci Fabrice d'avoir été mon dernier collègue de bureau, pour ta contribution à la relecture de ce manuscrit et pour l'aide apportée dans la résolution des quelques problèmes informatiques qu'il m'est arrivé de rencontrer. Je te promets de ranger mon bureau (mon deuxième défaut) mais seulement si tu arrêtes de fumer...

- Merci Yann de m'avoir fait redécouvrir les joies du speckle. Ce fut un réel plaisir de travailler avec toi et j'ai particulièrement apprécié ta rigueur expérimentale. Ton aide m'a été précieuse puisqu'elle m'a permis d'interpréter certains résultats expérimentaux. C'est pour toutes ces raisons que j'espère qu'un jour nous pourrions retravailler ensemble.

Ma reconnaissance va aussi vers Messieurs Yves Guern et Paul Lemaillet pour leurs aides et conseils qu'ils ont pu me prodiguer.

Je remercie particulièrement Régis Le Borgne et Loïc Martin, les deux stagiaires que j'ai eu l'occasion de co-encadrer. Les résultats qu'ils ont obtenus ont ainsi pu enrichir ce travail de thèse.

Je remercie les sympathiques chimistes de l'UMR 6521 (Laure Burel, Philippe Giamarchi, Alain Le Bihan, Yves Lijour) d'avoir partagé, au début de ce travail de thèse, la source laser "LYOPO". Merci Alain de m'avoir fait découvrir une nouvelle catégorie de chercheur : le "postvioc" que certains nomment éméritat...

Je suis également reconnaissant envers l'Ecole Nationale d'Ingénieur de Brest (ENIB) et plus particulièrement Jean Le Bihan du laboratoire RESO de m'avoir accueilli cette dernière année comme ATER dans son laboratoire puisque cela a facilité les conditions de rédaction de ce manuscrit et m'a permis d'étendre mon travail de thèse à d'autres applications. Ma reconnaissance va particulièrement vers Florian Bentivegna, Mikaël Guégan, Ammar Sharaiha, Mohamad Tariaki et Joseph Désiré Topomondzo avec qui j'ai eu l'occasion de travailler pour l'instant et tous les autres chercheurs du RESO (Professeurs, Maîtres de Conférences et doctorants).

Je remercie également tous les thésards que j'ai côtoyés ces dernières années et qui ont eu la douleur de partager mes déjeuners à savoir les "électroniciens" (Alain Le Bihan ©) du LEST (Yann, Joe, Jeff, Alex, Noham, Annaïg, Julien, Baptiste, Crépin, Yves, ...) et les doctorants du RESO (Youssef, Arnaud, Pascal, Walid, ...).

Je remercie également mes parents, ma famille et mes amis (Glenn, Gaël, Tony, Steph et les autres) pour m'avoir supporté et soutenu au cours de toutes ces années.

Et surtout un grand merci à Clothilde pour son amour, sa patience, sa compréhension, son aide et son soutien constant.

Principaux symboles et notations

υ	Angle diagonal
α	Azimut
μ_a	Coefficient d'absorption
μ_s	Coefficient de diffusion
μ'_s	Coefficient de diffusion réduit
A_{dd}	Degré de dépolarisation anisotrope
$P(\alpha, \varepsilon)$	Degré de polarisation
DOP_C	Degré de polarisation circulaire
P_C	Degré de polarisation circulaire moyen
DOP_L	Degré de polarisation linéaire
P_L	Degré de polarisation linéaire moyen
P'_{moy}	Degré moyen de polarisation
φ	Déphasage
D	Diatténuation
ΔL	Différence de chemin optique
$ep'(\alpha, \varepsilon)$	Ellipsoïde de Poincaré
ε	Ellipticité
E	Entropie
g	Facteur d'anisotropie
Δ	Facteur de dépolarisation moyen
Gy	Gray (Unité de mesure du taux de radiation) en J/kg
P_d	Indice de dépolarisation
l_c	Longueur de cohérence
$[N]$	Matrice de cohérence (hermitienne semi-positive et diagonalisable)
$[J]$	Matrice de Jones
$[M]$	Matrice de Mueller

$[M_\Delta]$	Matrice de Mueller du dépolariseur
$[M_D]$	Matrice de Mueller du diatténuateur (symétrique)
$[M_R]$	Matrice de Mueller du retardateur (unitaire)
$[M_J]$	Matrice de Mueller-Jones
$[A]$	Matrice de transformation de Jones en Mueller
$[S]$	Matrice des écarts-type
$\ X\ _F$	Norme de Frobenius de la matrice $[X]$
Δz	Résolution en profondeur
Δx	Résolution transversale
R	Retard (ou retardance)
$sp'(\alpha, \varepsilon)$	Surface de polarisation
Γ	Taux de mémoire de polarisation
TGS	Taille (moyenne) de grain de speckle
λ_i	Valeurs propres de $[N]$ avec $i=0,1,2,3$
\vec{V}_j	Vecteur de Jones
\vec{S}	Vecteur de Stokes
\vec{D}	Vecteur diatténuation représenté par son azimuth α_d et son ellipticité ε_d
\vec{P}_Δ	Vecteur polarisation du dépolariseur
\vec{R}	Vecteur retardance représenté par son azimuth α_r et son ellipticité ε_r

Remarque :

Soit $[X]$ une matrice complexe. Par convention, dans le document nous définissons :

- $[X]^*$: la matrice conjuguée complexe de $[X]$.
- $[X]^T$: la matrice transposée de $[X]$.
- $[X]^\dagger$: la matrice transposée conjuguée complexe de $[X]$ telle que $[X]^\dagger = ([X]^*)^T$.

Sommaire

INTRODUCTION

1

CHAPITRE 1 : MOTIVATIONS DU DIAGNOSTIC PAR VOIE OPTIQUE DU SYNDROME CUTANE D'IRRADIATION AIGUË

5

I	INTRODUCTION	2
II	LE SYNDROME CUTANE D'IRRADIATION AIGUË	7
III	ALTERNATIVE DES METHODES OPTIQUES POUR L'IMAGERIE <i>IN VIVO</i> DES TISSUS BIOLOGIQUES	12
IV	DIFFICULTES DE L'IMAGERIE MEDICALE PAR VOIE OPTIQUE	14
V	SOLUTIONS DEVELOPPEES POUR L'IMAGERIE OPTIQUE EN DERMATOLOGIE	23
VI	CONCLUSION	31

CHAPITRE 2 : FORMALISMES DE POLARISATION

33

I	INTRODUCTION	35
II	CONCEPT GENERAL DE LA LUMIERE POLARISEE	36
III	FORMALISME DE JONES	38
IV	FORMALISME DE STOKES-MUELLER	41
V	LA SPHERE DE POINCARÉ	48
VI	CONCLUSION	50

CHAPITRE 3 : REPRESENTATION EN ELEMENTS SIMPLES DES MILIEUX OPTIQUES

51

I	INTRODUCTION	53
II	DIATTENUATEURS	54
III	RETARDATEURS	63
IV	DEPOLARISEURS	71
V	CONCLUSION	78

CHAPITRE 4 : INTERPRETATIONS DES MATRICES DE MUELLER : DECOMPOSITION EN ELEMENTS SIMPLES

79

I	INTRODUCTION	81
II	DISCRIMINATION DU BRUIT D'UNE MATRICE DE MUELLER	81
III	DECOMPOSITION D'UNE MATRICE DE MUELLER NON DEPOLARISANTE	84
IV	DECOMPOSITION D'UNE MATRICE DE MUELLER DEPOLARISANTE	90
V	CLASSIFICATION DES MILIEUX POLARIMETRIQUES	100
VI	CONCLUSION	117

CHAPITRE 5 : PRINCIPE EXPERIMENTAL ET PRESENTATION DU POLARIMETRE 119

I	INTRODUCTION	121
II	PROCEDURE D'OBTENTION DES MATRICES DE MUELLER	121
III	CONFIGURATION EXPERIMENTALE	128
IV	ETALONNAGE A VIDE DU POLARIMETRE	133
V	CONCLUSION	142

CHAPITRE 6 : APPLICATION DE LA POLARIMETRIE AU DIAGNOSTIC DU SYNDROME CUTANE D'IRRADIATION AIGUË 145

I	INTRODUCTION	147
II	MISE EN EVIDENCE DES AGENTS DE CONTRASTE	147
III	ETUDES ANGULAIRES ET SPECTRALES	165
IV	CONCLUSION	170

CHAPITRE 7 : SPECKLE ET POLARISATION SUR DES MILIEUX CONSTITUES DE DIFFUSEURS DE DIFFERENTES TAILLES 173

I	INTRODUCTION	175
II	SPECKLE, FIGURE D'INTERFERENCE	176
III	METHODOLOGIE EXPERIMENTALE	177
IV	APPLICATION SUR DIFFERENTS TYPES DE MILIEUX DIFFUSANTS	183
V	CONCLUSION	194

CHAPITRE 8 : LOCALISATION DES ALTERATIONS SOUS-CUTANÉES PAR OCT 197

I	INTRODUCTION	199
II	PRINCIPE THEORIQUE DE L'OCT	199
III	MISE AU POINT D'UN SYSTEME OCT UTILISANT UN POT VIBRANT	208
IV	CONCLUSION	219

CONCLUSION ET PERSPECTIVES 221

BIBLIOGRAPHIE 225

ANNEXES 237

Introduction

La fréquence des accidents d'irradiation aiguë à de fortes doses a augmenté ces dernières années, soit à cause de l'utilisation malveillante de sources radioactives, soit en raison de la mauvaise utilisation de ces sources dans le milieu industriel et médical. Or, par manque d'indicateurs fiables de diagnostic, les médecins ne peuvent, ni anticiper, ni expliquer l'extension loco-régionale de la brûlure radiologique. C'est pourquoi, un effort doit être porté sur les techniques d'exploration biophysique non invasive de la peau dont font partie les techniques optiques. En effet, celles-ci sont particulièrement intéressantes car elles ne sont pas destructives, s'effectuent sans contact et peuvent potentiellement conduire à une résolution spatiale très élevée.

L'idée d'utiliser la lumière comme moyen d'exploration du corps humain remonte à plusieurs siècles mais il a fallu attendre le début des années 1990 avec le développement de sources et de détecteurs adaptés, pour que l'étude optique des tissus biologiques connaisse un réel développement : celui-ci s'est notamment traduit en 1996 par la création d'une revue internationale dédiée à la thématique de l'optique biomédicale **[i.1]**.

Comme l'irradiation entraîne un changement d'ordre de la matière par effet radiatif, il est intéressant d'analyser la transformation de l'ordonnancement du tissu cutané par polarimétrie optique. Cette technique permet déjà de discriminer les tissus biologiques suivant leur nature, leur forme et leur organisation **[i.2]** et dans ce cas les contrastes observés résultent d'une modification de la polarisation de la lumière incidente suite aux interactions avec le tissu étudié.

La polarimétrie, qui est également utilisée dans de nombreux autres domaines de recherche (radar, télécommunications, astronomie...), permet de révéler des contrastes qui n'apparaissent pas en imagerie classique. Cette technique consiste à observer, à travers une succession d'éléments polarisants (codage et décodage polarimétrique), les transformations de l'onde optique engendrées par un milieu. Celles-ci peuvent être quantifiées soit en terme d'atténuation, soit en terme de déphasage, soit en terme de dépolarisation. Or la peau, milieu très complexe de par sa structure et ses constituants biologiques peut présenter les trois effets à la fois selon les conditions expérimentales. Seule la polarimétrie de Mueller, technique largement utilisée au Laboratoire de Spectrométrie et Optique Laser (LSOL) depuis le début des années 1990, permet de remonter à toutes les informations contenues dans ces transformations polarimétriques.

Nous proposons donc d'étudier les potentialités de la polarimétrie de Mueller en tant que moyen d'investigation biophysique non invasif du syndrome cutané d'irradiation aiguë. Ce travail de thèse doit montrer s'il est possible d'utiliser la polarisation comme agent de contraste dans le but de détecter au niveau du tissu cutané les effets liés à une brûlure radiologique et ceci quelles

[i.1] Journal of Biomedical Optics.

[i.2] "Special Section on Tissue Polarimetry", Journal of Biomedical Optics, vol. 7, n° 3, 278-397 (2002).

que soient la date et la dose d'exposition. De manière à disposer de nombreux degrés de liberté, cette étude se fera à plusieurs longueurs d'onde (dans le visible) et suivant plusieurs angles de détection.

Nous verrons qu'il peut être intéressant d'utiliser en complémentarité une méthodologie d'optique cohérente pour suivre les modifications structurelles résultantes d'une irradiation (analyse du champ de speckle) et localiser les altérations cutanées (Tomographie par Cohérence Optique).

Ce manuscrit s'organise de la façon suivante :

- **Le premier chapitre** revient sur l'utilisation de l'onde optique comme moyen d'investigation biophysique en abordant les enjeux et les difficultés d'une imagerie optique des tissus biologiques. En expliquant les analogies et les différences entre les brûlures thermiques et radiologiques, nous justifierons le choix de la polarisation comme agent de contraste dans le cadre de notre étude.

- **Le deuxième chapitre** décrit les différents formalismes de polarisation couramment utilisés pour décrire la polarisation d'une onde électromagnétique. Nous verrons que le formalisme de Stokes-Mueller permet de remonter non seulement aux transformations de polarisation mais aussi à la dépolarisation, ce qui justifie le choix de la polarimétrie de Mueller dans le cas de tissus biologiques fortement diffusants comme la peau.

- **Les troisième et quatrième chapitres** traitent de l'interprétation des matrices de Mueller obtenues à l'aide de la polarimétrie de Mueller. La lecture d'une telle matrice n'est pas immédiate lorsqu'elle est obtenue expérimentalement et que le milieu étudié est fortement dépolarisant (cas de la peau et de la plupart des milieux biologiques) puisqu'elle est bruitée et que l'information pertinente est souvent dispersée entre ses différents éléments. C'est pourquoi, il est nécessaire d'extraire l'information en décomposant toute matrice de Mueller en éléments simples afin de découpler les différents effets polarimétriques présents. **Le troisième chapitre** décrit les différents éléments optiques simples (diatténuateur, retardateur, dépolariseur) ainsi que leurs matrices de Mueller tandis que **le quatrième chapitre** présente l'algorithme de décomposition des matrices de Mueller expérimentales mis au point dans le cadre de cette étude. Cet algorithme a pour fonction de classer et de caractériser n'importe quel système polarimétrique, qu'il soit dépolarisant ou non. Outre le fait de pouvoir distinguer le bruit expérimental de la dépolarisation intrinsèque du système optique étudié, il permet de séparer la dépolarisation des autres effets physiques en présence (biréfringence, dichroïsme). De plus, il est possible de caractériser la nature isotrope ou anisotrope de la dépolarisation.

- **Le cinquième chapitre** présente le dispositif expérimental utilisé dans le cadre de cette étude de faisabilité. Il s'agit d'un polarimètre de Mueller achromatique à lames tournantes dans le domaine du visible (400-700 nm) en régime impulsif. Celui-ci est monté sur un goniomètre de telle façon à pouvoir étudier la peau pour différentes configurations de réflexion. Nous revenons notamment sur l'étalonnage de ce dispositif, étape nécessaire à la validation de résultats expérimentaux.

- **Le sixième chapitre** présente les résultats expérimentaux que nous avons obtenus sur la peau en utilisant l'algorithme de décomposition et de classification présenté au chapitre 4. Nous verrons qu'il est nécessaire de définir d'autres paramètres lorsque le milieu étudié est fortement dépolarisant et faiblement anisotrope. Deux agents de contraste polarimétrique, qui permettent de discriminer des zones de peau irradiée d'autres zones saines, seront ainsi mis en évidence.

Cependant, nous verrons que si cette technique permet de détecter les altérations, il est impossible de les localiser et il est difficile d'en comprendre les évolutions selon la dose d'irradiation. Il convient donc de discuter d'autres méthodologies optiques.

- **Les septième et huitième chapitres** montrent l'intérêt d'utiliser en complément à la polarimétrie une méthodologie d'optique cohérente. Dans **le septième chapitre**, nous proposons d'utiliser l'analyse de champ de Speckle généré par un milieu éclairé par une lumière cohérente : cette technique, couplée à la polarisation, pourrait permettre de caractériser les changements pathologiques dus à une exposition radiologique. Cette technique sera testée sur différents milieux diffusants puis appliquée à l'étude de la brûlure radiologique. Dans **le huitième chapitre**, nous proposons d'utiliser la Tomographie par Cohérence Optique (OCT) puisqu'elle permet de localiser en profondeur les couches qui structurent la peau. Les premiers résultats obtenus sur la peau y seront présentés.

Remarque : Les références bibliographiques sont présentées sous forme de notes de bas de page. Leur numérotation est organisée par chapitre et un récapitulatif général est donné en fin de document.

Chapitre 1

Motivations du diagnostic par voie optique du syndrome cutané d'irradiation aiguë

I	INTRODUCTION	7
II	LE SYNDROME CUTANE D'IRRADIATION AIGUË	7
II.1	LA PEAU	7
II.1.1	ENVELOPPE PROTECTRICE DE L'ORGANISME	7
II.1.2	LA CONSTITUTION DE LA PEAU	8
II.2	UNE CAUSE D'ENDOMMAGEMENT DE LA PEAU : LA BRULURE	9
II.3	PARTICULARITES DU SYNDROME CUTANE RADIOLOGIQUE	9
II.3.1	UNITE DE RADIATION	10
II.3.2	CAS D'UNE IRRADIATION LOCALISEE	10
II.3.3	EVOLUTION DES BRULURES RADIOLOGIQUES	10
III	ALTERNATIVE DES METHODES OPTIQUES POUR L'IMAGERIE <i>IN VIVO</i> DES TISSUS BIOLOGIQUES	12
III.1	CAHIER DES CHARGES	12
III.2	RAISONS DU CHOIX D'UNE METHODOLOGIE OPTIQUE	13
IV	DIFFICULTES DE L'IMAGERIE MEDICALE PAR VOIE OPTIQUE	14
IV.1	OPTIQUE DES TISSUS BIOLOGIQUES	15
IV.1.1	L'ABSORPTION	15
IV.1.2	LA DIFFUSION	16
IV.1.2.1	Photons balistiques, serpentiles et multidiffusés	17
IV.1.2.2	Les régimes de diffusion	17
IV.1.2.3	Paramètres caractéristiques de la diffusion	18
IV.1.3	GRANDEURS CARACTERISTIQUES DE LA DIFFUSION DANS LES TISSUS BIOLOGIQUES	21
IV.2	INFORMATIONS REVELEES PAR LES PROPRIETES OPTIQUES DES TISSUS	22
IV.3	MODELE OPTIQUE DE LA PEAU	22
V	SOLUTIONS DEVELOPPEES POUR L'IMAGERIE OPTIQUE EN DERMATOLOGIE	23
V.1	TECHNIQUES OPTIQUES UTILISEES EN DERMATOLOGIE	24
V.1.1	LA MICROSCOPIE CONFOCALE : SELECTION SPATIALE	24
V.1.2	LA TOMOGRAPHIE PAR COHERENCE OPTIQUE : SELECTION PAR COHERENCE TEMPORELLE	24
V.1.3	COMPARAISON TECHNIQUES OPTIQUES - ULTRASONS	25
V.2	CAS PARTICULIER DES BRULURES THERMIQUES	26
V.2.1	PROPRIETES OPTIQUES DES FIBRES DE COLLAGENE	26
V.2.1.1	Le collagène	26
V.2.1.2	Propriétés optiques du collagène	27
V.2.1.3	Dénaturation du collagène	28
V.2.2	UTILISATION DE LA POLARISATION COMME AGENT DE CONTRASTE	28
V.2.2.1	La Tomographie par Cohérence Optique sensible à la polarisation	28
V.2.2.2	Imagerie de dépolarisation	29
VI	CONCLUSION	31

I Introduction

Ce chapitre expose l'intérêt du diagnostic par voie optique du syndrome cutané d'irradiation aiguë.

Dans un premier temps, nous indiquerons les analogies et les différences existantes entre les brûlures thermiques et radiologiques qui font, qu'à l'heure actuelle, ces dernières sont très mal appréhendées par les praticiens hospitaliers.

En présentant les limitations des techniques d'imagerie médicale actuelles, nous discuterons de la nécessité de développer un ou plusieurs outils de diagnostic non invasifs par voie optique.

A partir des difficultés de l'imagerie optique des tissus biologiques, nous expliquerons pourquoi celle-ci connaît, à l'heure actuelle, un fort intérêt de la part des "physiciens du domaine biomédical".

Les techniques optiques sont déjà utilisées en dermatologie [1.1] et plus particulièrement dans le cadre des brûlures thermiques afin de localiser et de détecter les altérations cutanées résultantes [1.2]. Nous verrons que la polarisation est couramment employée comme agent de contraste [1.3].

Ainsi, nous proposerons d'utiliser la polarimétrie comme première technique optique de diagnostic du syndrome cutané d'irradiation aiguë.

II Le syndrome cutané d'irradiation aiguë

II.1 La peau

II.1.1 Enveloppe protectrice de l'organisme

La peau, interface entre notre organisme et le milieu extérieur, est bien plus qu'une enveloppe protectrice. Elle est aussi un organe à part entière qui est doté de multiples fonctions ; issue du même tissu embryonnaire que le cerveau, elle est douée d'une sensibilité extrême qui permet l'existence du sens du toucher.

La peau est un tissu souple et élastique, elle est composée de différentes couches de cellules comportant et produisant diverses structures spécialisées. Cette enveloppe externe de notre organisme est l'organe le plus étendu (1,8 m² de surface) et le plus gros (5 kg) de notre corps. En surface, la peau n'est pas lisse ; elle présente des reliefs, des dépressions et des orifices. Sa couleur est déterminée par la mélanine (pigment brun), le carotène (dont la couleur varie du jaune à l'orange) et le sang (teinte rouge ou bleutée en fonction de la transparence des tissus cutanés et de la nature du sang circulant, artériel ou veineux). La répartition et l'intensité de ces composantes chromatiques varient d'un individu à un autre et sont liées à des facteurs génétiques.

[1.1] N. KOLLIAS, G. N. STAMATAS, "Optical Non-Invasive Approaches to Diagnosis of Skin Diseases", Skin Research and Technology, vol. 7, n° 1, 64-74 (2002).

[1.2] B. H. PARK, C. SAXER, S. M. SRINIVAS, J. S. NELSON, J. F. DE BOER, "In vivo burn depth determination by high-speed fiber-based polarization sensitive optical coherence tomography", Journal of Biomedical Optics, vol. 6, n° 4, 474-479 (2001).

[1.3] S. L. JACQUES, J. C. RAMELLA-ROMAN, K. LEE, "Imaging skin pathology with polarized light", Journal of Biomedical Optics, vol. 7, n° 3, 329-340 (2002).

II.1.2 La constitution de la peau

La structure de la peau [1.4] (Figure I.1) est celle d'un tissu stratifié en 3 couches distinctes de la surface vers la profondeur : l'épiderme, le derme et l'hypoderme. L'épiderme et le derme forment le tissu cutané tandis que l'hypoderme est aussi appelé tissu sous-cutané.

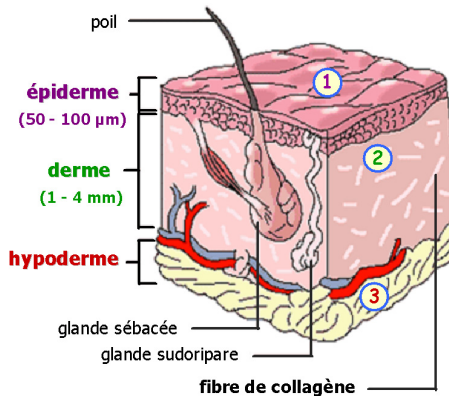


Figure I.1 : La peau : tissu stratifié.

L'épiderme (50–100 µm) protège la peau contre les agressions extérieures (couches de cellules mortes) et empêche la pénétration dans l'organisme d'éléments extérieurs (microbes, poussières, ...). Cette couche externe de la peau est elle-même constituée de quatre couches qui sont de la surface vers la profondeur :

- La couche cornée (ou stratum corneum) est composée d'environ une vingtaine de couches de cellules mortes (kératinocytes). Cette partie de l'épiderme protège la peau contre les agressions extérieures (chaleur, froid) et contre les éléments extérieurs (microbes,...).
- La couche granuleuse est une mince couche constituée de seulement 5 étages de cellules qui commencent à se désorganiser. Elle évite essentiellement à l'organisme de se déshydrater, mais participe également à la formation des futures cellules de la couche cornée située au-dessus.
- La couche épineuse ou la couche de Malpighi est la couche la plus épaisse. Elle est composée de cellules contenant de la mélanine dispersée dans les kératinocytes : cet étage de l'épiderme constitue un début de résistance aux mouvements de la peau.
- La couche basale, dernière couche avant le derme, est également appelée couche germinative, et est constituée d'une seule couche de cellules fermement adhérentes aux cellules situées dans le derme. A ce niveau se rencontrent les kératinocytes les plus jeunes.

Le derme (1–4 mm) est un tissu conjonctif formé d'un réseau de fibres de collagène et de fibres d'élastine, qui donnent à la peau sa résistance mécanique et son élasticité. Il assure à la fois les fonctions de cohésion et de nutrition de la peau. Il renferme également les annexes pilaires, les glandes sébacées et les glandes sudoripares en profondeur. Les fibres d'élastine sont synthétisées par les fibroblastes, cellules fusiformes ou étoilées qui sécrètent également une substance interstitielle très riche en eau et qui jouent un rôle fondamental dans la réparation du derme. Le derme est habituellement plus lâche en périphérie et plus fibreux en profondeur.

L'hypoderme (ou tissu sous cutané) est un tissu conjonctif lâche richement vascularisé et innervé qui contient de nombreuses cellules graisseuses (les adipocytes). Ce pannicule adipeux sous-cutané protège l'organisme des variations de température et donne le relief de surface. Il est particulièrement important dans la région fessière ou au niveau des talons pour amortir les chocs, mais il est absent au niveau des paupières ou du nez.

[1.4] P. AGACHE *et al.*, "Physiologie de la peau et explorations fonctionnelles cutanées", EM INTER (2000).

II.2 Une cause d'endommagement de la peau : la brûlure

La brûlure est une destruction cellulaire de la peau et des structures sous jacentes qui peut être superficielle ou profonde selon le degré de gravité. Cette lésion cutanée peut être causée soit par contact (brûlures thermiques, chimiques, électriques) soit par un rayonnement ionisant (UV, Rayons X, IR, rayons α , β , γ).

Les brûlures thermiques, brûlures de surface, sont les plus fréquentes et sont aujourd'hui bien maîtrisées par les médecins. Elles sont classées en trois catégories selon leur gravité : premier, second et troisième degré (Tableau I.1).

	Zone altérée	Manifestation	Douleurs	Cicatrisation
1 ^{er} degré	épiderme	érythème, peau rouge et sèche	pendant 1 à 2 jours, irritation des terminaisons nerveuses	toujours spontanée, pas de cicatrice, risque d'infection minime
2 ^{ème} degré superficiel	épiderme et une partie du derme endommagés	cloques, plaie rouge et humide	importantes, irritation des terminaisons nerveuses	toujours, assez spontanée, risque d'infection
2 ^{ème} degré profond	épiderme et une grande partie du derme endommagés	aspect de la peau : soit terne, soit blanc	atténuées, terminaisons nerveuses endommagées	longue et de mauvaise qualité, nécessité d'intervention chirurgicale
3 ^{ème} degré	destruction totale (hypoderme)	plaie blanche, jaune, brune	indolores, terminaisons nerveuses détruites	guérison spontanée impossible, nécessité de greffes

Tableau I.1 : Classification des brûlures thermiques.

Le premier degré traduit une atteinte superficielle (70-120 μ m). Dans le cas du second degré, l'atteinte est plus profonde et s'accompagne de cloques et/ou d'une atteinte de la couche basale de la peau sans destruction irréversible (0,12-2 mm). Par contre, au troisième degré, il est nécessaire d'avoir recours aux greffes cutanées (>2 mm).

II.3 Particularités du syndrome cutané radiologique

Si la brûlure thermique est aujourd'hui bien traitée par le corps médical, il n'en est pas de même pour les brûlures radiologiques pour lesquelles les effets à long terme sont encore méconnus puisque très complexes.

Le parallélisme avec les brûlures thermiques est difficile à établir puisqu'il faut noter chez le patient une douleur intense (résistante aux antalgiques), permanente, qui arrive bien souvent avant l'apparition des lésions cutanées [1.5]. En effet, dans les premières heures suivant une exposition radiologique aiguë, les effets sont souvent invisibles à l'œil et pourtant elles peuvent conduire, à plus ou moins long terme à la nécrose du tissu et, par conséquent à son ablation.

Nous allons illustrer ces propos en décrivant l'évolution des lésions cutanées dans le cas d'une irradiation sévère et accidentelle.

[1.5] H. CARSIN, J. STEPHANAZZI, F. LAMBERT, P.-M. CURET, P. GOURMELON, "Moyens de recouvrement du brûlé grave : réflexions sur leur application aux lésions radiologique", Radioprotection, vol. 37, 13-25 (2002).

II.3.1 Unité de radiation

Le Gray (Gy) est actuellement l'unité la plus souvent citée pour quantifier le taux de radiation. Il mesure la quantité d'énergie absorbée par la matière, ou dose absorbée : 1 Gy est égal à 1 joule par kilogramme de matière irradiée. Les doses citées dans ce document sont données au niveau de la couche basale de l'épiderme. Il faut noter une décroissance exponentielle de la dose en fonction de la profondeur. Par exemple, à 2 cm de profondeur ces doses seraient 4 fois plus faibles [1.6].

II.3.2 Cas d'une irradiation localisée

Il s'agit d'une exposition accidentelle d'une partie du corps qui n'engage généralement pas le pronostic vital [1.7]. Les mains, les pieds et les jambes sont les plus souvent touchés après contact avec une source radioactive ou manipulation dans un accélérateur de particules. La peau est le premier tissu cible et les symptômes initiaux qui peuvent alerter sont la sensation de chaleur, les douleurs et l'érythème. En fonction de la dose d'irradiation reçue par la peau, après une période de latence d'autant plus courte que la dose est élevée, peuvent s'installer [1.8] :

- une dépilation simple et transitoire pour des doses de 8 à 12 Gy,
- un érythème entre 16 et 32 Gy,
- une radiodermite sèche (ou desquamation sèche) à partir de 20 et jusqu'à 48 Gy,
- une radiodermite exsudative (ou desquamation humide) entre 48 et 80 Gy,
- une nécrose tissulaire au-dessus de 80 et 100 Gy.

Une analogie avec les lésions des brûlures thermiques a été proposée par METTLER [1.9] en 1990 (Tableau I.2).

Brûlure thermique	Manifestation	Brûlure radiologique (ordre de grandeur)
1 ^{er} degré	Erythème	24 Gy
2 ^{ème} degré	Desquamation humide	80 Gy
3 ^{ème} degré	Nécrose dermique	240 Gy

Tableau I.2 : Analogie entre brûlures thermiques et radiologiques.

Une radiodermite débutante peut être confondue avec un coup de soleil. Un syndrome cutané grave nécessite des soins dans un service de grands brûlés. Une greffe de peau peut être indiquée et dans les cas extrêmes, une amputation doit parfois être envisagée.

II.3.3 Evolution des brûlures radiologiques

La figure I.2 montre l'évolution clinique dans le temps des lésions cutanées après une exposition radiologique aiguë et localisée. Celle-ci est le résultat des travaux publiés par LEFAIX et al en 1993 [1.8] où des porcs (modèle de peau le plus proche de l'homme) ont été soumis à de fortes irradiations localisées.

Ces courbes montrent que le stade où s'arrête l'évolution des lésions cutanées dépend de la dose et de la durée d'exposition. De plus, la réponse de la peau face à une irradiation sera très différente selon l'énergie du rayonnement, l'âge de l'individu et sa radiosensibilité propre.

[1.6] F. DABURON, "Irradiations aiguës localisées. Bases radiologiques du diagnostic et du traitement", EDP SCIENCES (1997).

[1.7] IRSN, "Rayonnements ionisants et santé", Collection "Livrets des professionnels", 1-16 (2004).

[1.8] J. L. LEFAIX, M. MARTIN, Y. TRICAUD, F. DABURON, "Muscular fibrosis induced after pig skin irradiation with single doses of 192 Ir gammas rays", Br. J. Radiol. Technol., vol. 66, 537-544 (1993).

[1.9] F. A. METTLER, "Assessment and management of local irradiation injury", dans "Medical management of radiation accidents", Editeurs METTLER, KELSEY, RICKS, CRC Press, Chapitre 9, 127-150 (1990).

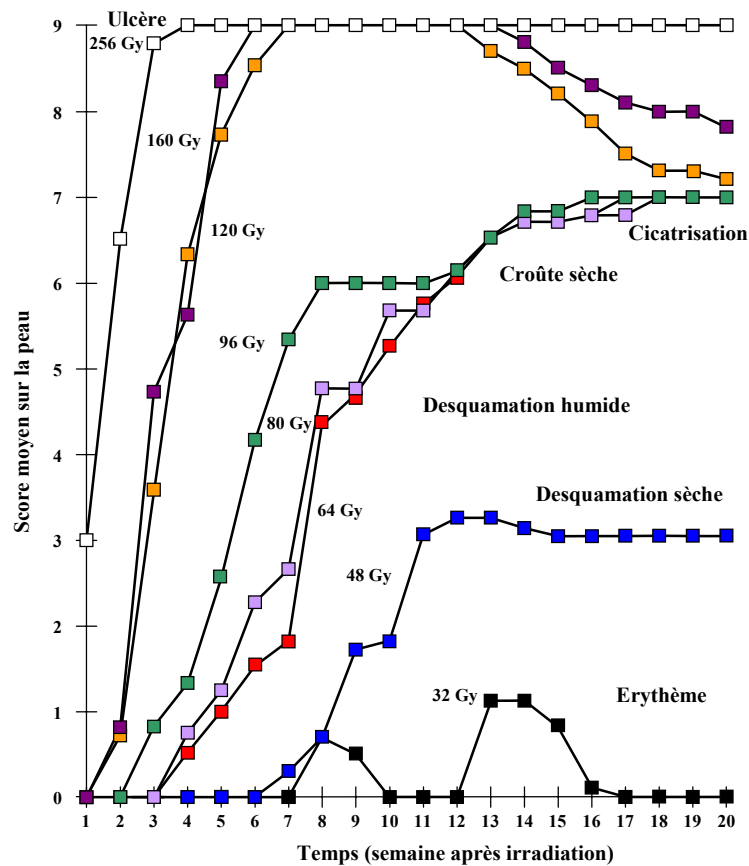


Figure I.2 : Evolution clinique des lésions après irradiation aiguë localisée chez le porc (peau).

Doses en Gy à la surface.

Score : (0) pas de réaction ; (1) érythème léger ; (2) érythème intense ; (3) érythème intense avec oedème ; (4) congestion passive ; (5) desquamation humide ; (6) exsudation et croûte ; (7) nécrose dermique ; (8) ulcère cutané-musculaire.

Lorsque la dose, à la couche basale de l'épiderme, est de 256 Gy, LEFAIX [1.6], [1.8] a observé, dans l'ordre chronologique les lésions suivantes (Figure I.3) :

- un érythème, qui apparaît au bout de 24 heures (Figure I.3.a) ;
- une desquamation humide entre le 7^{ème} et le 9^{ème} jour (Figure I.3.b) ;
- au bout de 24 jours, une nécrose totale de la peau qui atteint 6-7 mm dans le muscle (Figure I.3.c).

L'évolution se terminera par un ulcère profond (3-4 cm), sans tendance à la guérison (Figure I.3.d).

La difficulté de la maîtrise des brûlures radiologiques repose sur le fait qu'il s'agit, avant tout, de brûlures de volume puisque l'évolution des lésions cutanées se fait de la profondeur vers la surface.

Il est donc très important d'arriver à détecter le plus précocement possible les altérations cutanées et sous cutanées dues à de fortes irradiations localisées qui présentent une douleur intense et permanente bien avant l'apparition des modifications visibles à la surface du tissu cutané. De plus, pour pouvoir prédire l'évolution des lésions cutanées (érythème, desquamation, nécrose) à plus ou moins long terme, il faudrait quantifier l'atteinte radiologique.

Le développement d'un ou de plusieurs outils de diagnostic apporterait une aide précieuse au praticien afin qu'il puisse proposer les stratégies thérapeutiques adaptées au traitement du syndrome cutané radiologique.

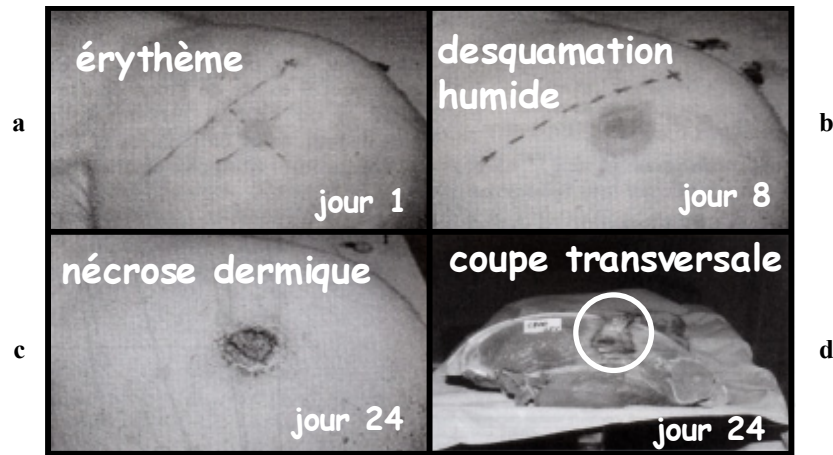


Figure I.3 : Évolution de la brûlure radiologique (sur une cuisse de porc) au cours du temps : de la profondeur vers la surface.

III Alternative des méthodes optiques pour l'imagerie *in vivo* des tissus biologiques

A l'initiative du Professeur CARSIN du Centre de Traitement des Brûlés (CTB) de l'HIA Percy et du Professeur GOURMELON de l'Institut de Radioprotection et de Sécurité Nucléaire (IRSN), un projet a été mis en place dont l'objectif est de mieux comprendre la phénoménologie des dommages radio-induits à la peau suite à une irradiation localisée à forte dose, qu'elle soit aiguë (accident) ou itérative (radiothérapie) afin de proposer de nouveaux indicateurs de diagnostic et des stratégies thérapeutiques adaptées.

L'axe de recherche de ce projet qui concerne le Laboratoire de Spectrométrie et Optique Laser est la mise au point de nouvelles techniques de diagnostic médical puisque nous verrons que les systèmes d'imagerie actuelle ne répondent pas aux attentes des médecins du Centre de Traitement des Brûlés (CTB) de l'HIA Percy.

III.1 Cahier des charges

L'objectif est de développer des systèmes d'exploration biophysique (basés sur des contrastes complémentaires) capables :

- de localiser cette altération sous-cutanée;
- de détecter l'étendue des lésions cutanées suite à une irradiation localisée (accidentelle, par radiothérapie);
- d'estimer la dose reçue.

Pour ce faire, l'idéal serait de répondre au cahier des charges présenté dans le **tableau I.4** :

- La technique d'exploration biophysique doit être non invasive, sans produit de contraste et sans contact afin d'éviter les biopsies et toute accentuation de la douleur ressentie par le patient.
- Afin de détecter et de localiser les effets de l'irradiation sur le tissu sous-cutané, l'exploration doit se faire au moins jusqu'au derme et si possible jusqu'au tissu sous-cutané (hypoderme) avec une résolution spatiale comprise entre 1 et 15 μm .
- Enfin, il est souhaitable que cet appareil soit à faible coût et si possible portable.

Cahier des charges	
Non invasive	Oui
Profondeur de pénétration	Jusqu'à l'hypoderme (tissu sous-cutané)
Résolution Spatiale	1 μm -15 μm
Utilisation de produit de contraste	Non
Coût d'un appareil	Bas
Contact	Non

Tableau I.4 : Cahier des charges.

III.2 Raisons du choix d'une méthodologie optique

Il existe, à l'heure actuelle, un certain nombre de techniques "classiques" – imagerie par résonance magnétique, échographie, rayons X... – couramment utilisées comme outils de diagnostic médical. Leurs caractéristiques sont présentées dans le **tableau I.5**.

Technique	Rayons X	Echographie	IRM	OCT
Première exploitation	Début du XXe siècle	Début Des années 1950	Années 1970	Années 1990
Contraste révélé	Absorption des rayons X	Propriétés mécaniques	Environnement des protons	Propriétés optiques
Résolution Spatiale max	50 μm (os)	25 μm	500 μm	1 μm
Résolution Spatiale moyenne	1 mm (scanner) 2 cm (mammographie)	1 mm	1,5 mm	15 μm
Profondeur de pénétration	Illimité	150 mm	Illimité	2-3 mm
Produit de contraste	Parfois : produits radio-opaques	Parfois : micro-bulles d'air ou de gaz	Généralement non	non
Inoffensif	Non	Oui	Oui, si pas implants métalliques	Oui
Coût d'un appareil	Bas	Bas	Elevé	Bas

Tableau I.5 : Caractéristiques des principaux systèmes d'imagerie médicale ainsi que celles de la Tomographie par Cohérence Optique.

Cependant, il n'est pas possible d'utiliser ces différentes techniques d'imagerie dans le cadre de l'étude du syndrome cutané radiologique puisqu'elles ne satisfont pas pleinement le cahier des charges établi par les praticiens du CTB. En effet :

- Les rayons X, s'ils sont utilisés trop souvent, peuvent être nocifs.
- L'IRM, au bon contraste naturel, permet certes d'imager presque tous les organes mais son coût reste très élevé (Coût du dispositif : 1,5 Millions d'euros).
- Le milieu étudié par les ultrasons doit être en contact adaptatif avec le transducteur acoustique.

En plus de ces limitations, s'ajoute celle de la résolution spatiale. En effet, ces systèmes, dans leur utilisation courante, ne permettent pas d'accéder à des résolutions inférieures à la centaine de micromètres.

Seuls les ultrasons sont utilisés en dermatologie puisqu'ils offrent une résolution spatiale de 25 μm lorsque la fréquence de travail est importante (50 MHz). Mais typiquement, dans les systèmes échographiques, la résolution est de 1 mm (fréquence variant entre 2 et 15 MHz).

Avec les techniques traditionnelles d'imagerie, il n'est donc pas possible d'observer des tissus biologiques à des niveaux cellulaires ($\sim 10 \mu\text{m}$) et subcellulaires (10-100 nm) **[1.10]**. L'observation *in vivo* de ces tissus requiert donc le recours à des méthodes alternatives. L'imagerie optique *in vivo*, sous certaines conditions, peut espérer atteindre un niveau de résolution pouvant identifier les tissus biologiques d'une épaisseur inférieure à 100 μm .

Nous choisissons donc l'onde optique comme moyen d'investigation biophysique du corps humain puisqu'elle permet une exploration sans contact, avec des rayons lumineux de faible puissance totalement non invasifs. De plus, les méthodes optiques proposent un coût très faible et une grande portabilité des dispositifs lorsque l'utilisation des systèmes fibrés est rendue possible.

Une des techniques optiques qui commence à être couramment utilisée en ophtalmologie et en dermatologie est la Tomographie par Cohérence Optique (OCT), technique développée depuis le milieu des années 1990. Le **tableau 1.5** présente également ses performances. Elle est à la fois non invasive, sans produit de contraste et sans contact. Sa résolution spatiale (1-15 μm) permet d'envisager l'observation des tissus biologiques à des niveaux cellulaires.

La principale limitation des techniques optiques est la profondeur de pénétration (OCT : 3 mm). Nous allons donc voir dans le paragraphe suivant, les raisons de cette difficulté.

IV Difficultés de l'imagerie médicale par voie optique

Les méthodes optiques sont depuis longtemps des outils privilégiés pour l'imagerie *in vitro* des cellules, avec l'utilisation combinée de la microscopie et de la biopsie. Cependant en ce qui concerne l'imagerie *in vivo*, l'utilisation des méthodes optiques est restée longtemps cantonnée à certains domaines spécialisés de la médecine comme l'ophtalmologie par exemple. Pourtant en 1929, les travaux de Cutler avaient montré la possibilité d'observer le sein par transillumination à l'aide d'une lampe blanche **[1.11]**. Mais ces résultats ont été aussitôt éclipsés par ceux bien meilleurs en terme de résolution de la radiographie par rayons X. Il a fallu attendre le début des années 1990 pour voir un net regain d'intérêt en ce qui concerne l'utilisation des méthodes optiques *in vivo* grâce notamment au développement des sources laser de plus en plus familières en milieu hospitalier.

[1.10] C. DOULE, "Amplification paramétrique optique en régime femtoseconde et tomographie optique cohérente : deux méthodes d'imagerie proche infrarouge dans des milieux diffusants ", Thèse de Doctorat, Université Paris XI, Paris (2000).

[1.11] M. CUTLER, "Transillumination as an aid in the diagnosis of breast lesions", *Surgery Gynecology Obstetrics*, vol. **48**, 721-729 (1929).

Cependant, le problème de l'imagerie optique des tissus biologiques (milieux hétérogènes) est rendu très difficile à cause de la diffusion qui limite la profondeur d'exploration.

IV.1 Optique des tissus biologiques

Lorsque nous éclairons notre main avec une lampe dans le noir, nous nous apercevons que cette lumière ne traverse pas complètement notre peau. Par contre nous observons que la peau rougit. Ceci veut tout simplement dire que la lumière ne se propage ni en ligne droite ni de la même façon dans la peau quelle que soit la longueur d'onde. En effet plusieurs processus optiques peuvent affecter le parcours de la lumière dans la peau.

Lorsque la lumière atteint la surface de la peau une partie est réfléchi (de 4 à 7 %), le reste se propageant dans le tissu. Cette partie peut être soit absorbée, soit diffusée par les constituants tissulaires. Enfin une partie peut être transmise à travers la peau (**Figure I.4**).

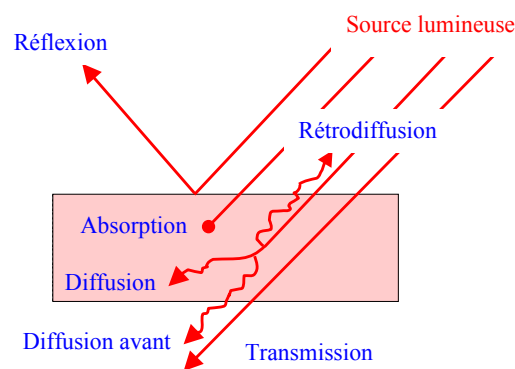


Figure I.4 : Principaux phénomènes optiques dans la peau.

La réflexion optique à la surface de la peau peut être plus ou moins spéculaire ou diffuse suivant la longueur d'onde utilisée.

La diffusion est une interaction de la lumière avec la matière au cours de laquelle la direction du rayonnement incident et sa polarisation sont modifiées. La lumière diffusée peut "ressortir du tissu", on parle alors de lumière rétro-diffusée.

L'absorption transforme l'énergie apportée par le photon en chaleur ou en processus réémissif (la fluorescence par exemple, ...).

La part respective de chacun de ces phénomènes dépend, pour un tissu donné, de la longueur d'onde du rayonnement incident.

Dans les tissus biologiques, l'indice de réfraction varie typiquement de 1,35 à 1,45. Sa valeur dépend essentiellement de la teneur en eau du tissu : l'indice de réfraction de l'eau est de 1,33 et celui d'un tissu complètement déshydraté de l'ordre de 1,55.

IV.1.1 L'absorption

L'absorption des tissus biologiques est généralement caractérisée par un paramètre moyen : le coefficient d'absorption μ_a (exprimé en cm^{-1}). A l'échelle macroscopique, celui-ci est défini dans la loi de Beer-Lambert :

$$F = F_0 e^{-\mu_a L} \quad (\text{I.1})$$

Où F_0 et F sont respectivement les flux lumineux incident et transmis d'un milieu absorbant mais non diffusant d'épaisseur L .

Il est également possible de définir le libre parcours moyen d'absorption (ou longueur d'absorption) ℓ_a à partir de μ_a tel que :

$$\ell_a = \frac{1}{\mu_a} \quad (\text{I.2})$$

Le coefficient d'absorption variant avec la longueur d'onde, il est utilisé pour tracer les spectres d'absorption des différents constituants tissulaires (**Figure I.5**).

Plus l'absorption est forte, moins la lumière peut pénétrer dans les tissus biologiques. Entre 500 nm et 1300 nm, l'absorption est très faible dans les tissus biologiques et des profondeurs, typiquement de plusieurs millimètres, peuvent être atteintes. Cette gamme de rayonnements optiques est alors appelée "fenêtre thérapeutique" **[1.12]** (**Figure I.5**) et confère aux méthodes optiques un caractère non invasif très attractif.

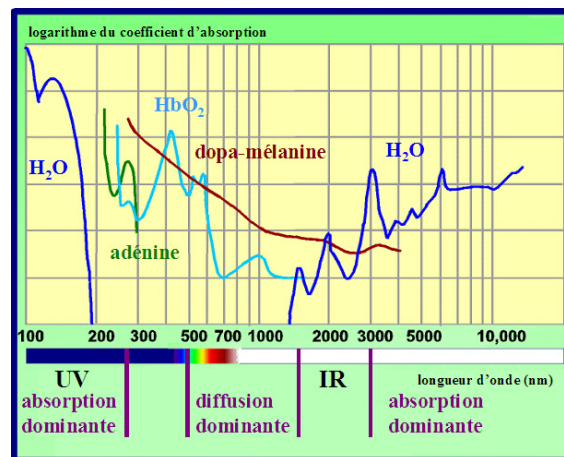


Figure I.5 : Spectre d'absorption des 3 principaux chromophores des tissus : eau, hémoglobine et mélanine.

En effet, les différents constituants de la matière vivante se comportent différemment selon la longueur d'onde **[1.13]**, **[1.14]**. Ainsi, l'eau qui entre pour une grande part dans la constitution de notre corps, absorbe fortement dans l'ultraviolet lointain (au-dessous de 200 nm) et dans l'infrarouge lointain (à partir de 1300 nm). La plupart des autres molécules organiques (chromophores) de la peau présentent elles aussi une forte absorption dans l'ultraviolet. En effet les protéines absorbent énormément dans cette fenêtre spectrale (entre 260 nm et 280 nm). Les profondeurs de pénétration dans l'U.V sont donc extrêmement faibles (quelques microns). La couleur rouge du sang est due à la forte absorption de l'hémoglobine dans le bleu, le vert et le jaune. Quant à la mélanine, le pigment le plus important de l'épiderme, elle absorbe dans une large région allant de l'ultraviolet à l'infrarouge proche.

Pour toutes ces raisons, l'absorption est plus importante que la diffusion dans l'ultra violet et l'infrarouge tandis que dans la fenêtre thérapeutique, c'est l'inverse : la diffusion est plus importante que l'absorption et influence la géométrie du faisceau, ce qui diminue sa profondeur de pénétration.

IV.1.2 La diffusion

Lorsque la longueur d'onde d'exploration est choisie dans la fenêtre thérapeutique, nous avons vu que la profondeur de pénétration de l'onde optique peut atteindre plusieurs millimètres. Cependant, il reste à contourner le problème de la diffusion.

[1.12] K. SVANBERG et S. SVANBERG, "Le laser en médecine", La Recherche, vol. **24**, n° 255, 686-693 (1993).

[1.13] J. M. BRUNETAUD, S. MORDON, T. DESMETTRE, C. BEACCO, "Les applications thérapeutiques des lasers", EDP Sciences, DOI : 10.1051/bib-sfo:2002054, (2002).

[1.14] V. V. TUCHIN, "Hanbook of biomedical diagnostics", SPIE Press, Bellingham (2002).

IV.1.2.1 Photons balistiques, serpentiles et multidiffusés

A la sortie d'un milieu diffusant, trois catégories de photons (**Figure I.6**) peuvent être observées :

- Les photons dits "balistiques".
- Les photons dits "serpentiles".
- Les photons diffusés.

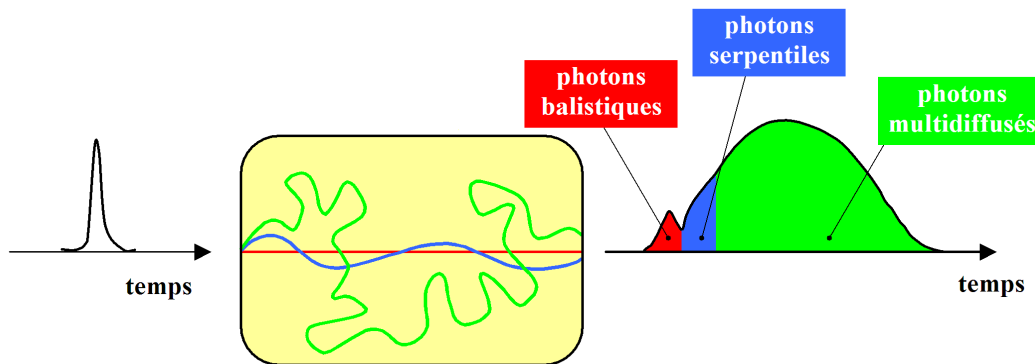


Figure I.6 : Photons balistiques, serpentiles et multidiffusés [1.16].

Les photons balistiques se propagent en ligne droite sans être diffusés. Ils sont de loin les moins nombreux et sont les premiers à ressortir du milieu diffusant.

Les photons serpentiles, sont peu diffusés (diffusion simple ou multiple). Ils sortent peu décalés spatialement et avec une différence de marche faible par rapport au chemin parcouru par les photons balistiques.

Les photons multidiffusés, qui sont de loin les plus nombreux, ont suivi des chemins totalement aléatoires dans le milieu diffusant. Ils sortent du milieu à des instants et des endroits aléatoires.

A noter que la distinction entre les photons serpentiles et multidiffusés est arbitraire, c'est pour cette raison que certains auteurs préfèrent utiliser le terme de photons diffusés vers l'avant pour décrire les photons serpentiles.

IV.1.2.2 Les régimes de diffusion

Les constituants cellulaires sont les responsables du phénomène de diffusion dans les tissus biologiques. Selon leurs tailles et leurs concentrations, la diffusion n'a pas les mêmes caractéristiques. En effet, il est possible de distinguer trois régimes de diffusion **[1.15]** en fonction de la taille des particules diffusantes par rapport à la longueur d'onde d'exploration et de leur indice relatif au milieu :

- La diffusion de Rayleigh, du nom du physicien qui a écrit la première théorie de diffusion de la lumière (1871), désigne la diffusion par des particules petites devant la longueur d'onde λ (inférieures à $\lambda/10$ typiquement). Dans ce cas, la diffusion de la lumière est symétrique (**Figure I.7.a**). Cela signifie en particulier qu'elle a lieu autant vers l'avant que vers l'arrière.
- La diffusion de Mie désigne la diffusion par des particules dont la taille est comprise entre 0,1 et 10 fois la longueur d'onde. Il faut alors faire appel à la théorie de Mie (1908). Les indicatrices d'intensité deviennent plus complexes et la diffusion de la lumière devient anisotrope. Plus la taille du diffuseur augmente, plus la rediffusion a lieu vers l'avant (**Figure I.7.b,c,d**).

[1.15] H. C. VAN DE HULST, "Light scattering by small particles", Dover Publications, Inc., New York (1981).

• Lorsque les particules sont grandes devant la longueur d'onde, (comme les gouttes de pluie éclairées dans le visible), les lois de l'optique géométrique suffisent à traiter le problème [1.16].

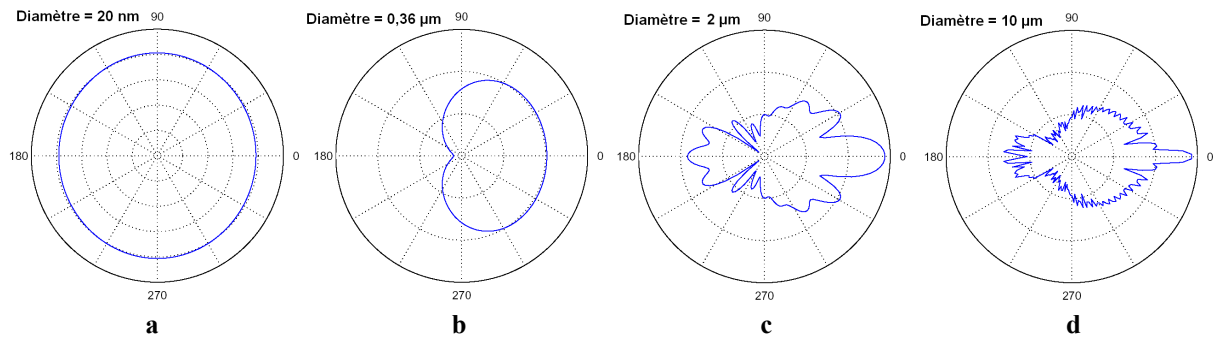


Figure I.7 : Indicatrices d'intensité [1.16] de quatre particules sphériques calculées d'après la théorie de Mie. (indice du milieu = 1, indice de la sphère = 1,5, longueur d'onde = 800 nm) dont le diamètre est de : a : 20 nm, b : 0,36 µm, c : 2 µm, d : 10 µm.

Dans les tissus biologiques, la lumière rencontre des structures de tailles variées (Figure I.8). Il n'est alors pas possible d'appliquer les théories de Rayleigh ou Mie. Il faut alors raisonner à l'échelle macroscopique en utilisant plusieurs paramètres caractéristiques de la diffusion.

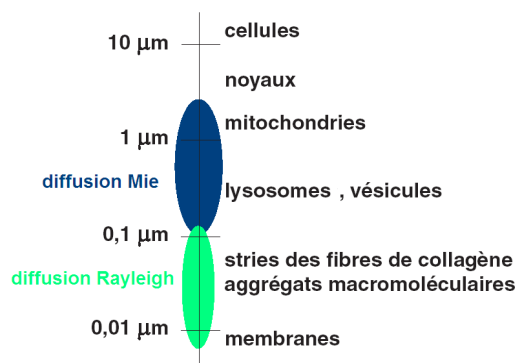


Figure I.8 : Taille typique des différentes structures rencontrées dans les tissus biologiques [1.17].

IV.1.2.3 Paramètres caractéristiques de la diffusion

Nous nous plaçons dans le cas de milieux diffusants, étudiés en transmission afin de présenter les paramètres caractéristiques de la diffusion.

Le coefficient de diffusion :

Le coefficient de diffusion μ_s (exprimé en cm^{-1}) peut être défini de la même façon que le coefficient d'absorption :

$$F = F_0 e^{-\mu_s L} \quad (\text{I.3})$$

Où F est le flux lumineux d'un faisceau cohérent (monochromatique et collimaté) qui traverse un échantillon diffusant mais non absorbant d'épaisseur L sans être diffusé (c'est-à-dire le flux "balistique").

[1.16] J. SELB, " Source virtuelle acousto-optique pour l'imagerie des milieux diffusants ", Thèse de Doctorat, Université Paris XI, Paris (2002).

[1.17] C. BOCCARA, "Imagerie optique, morphologique et fonctionnelle, des tissus à différentes profondeurs", Cours dispensé à l'Ecole pré-doctorale des Houches "Optique et Biologie", SFO, Les Houches (2003).

Il est également possible de définir le libre parcours moyen de diffusion (ou longueur de diffusion) ℓ_s à partir de μ_s :

$$\ell_s = \frac{1}{\mu_s} \quad (\text{I.4})$$

Celui-ci décrit la distance moyenne parcourue par un photon entre deux événements de diffusion successifs.

Le facteur d'anisotropie :

Le modèle de Beer-Lambert (relations (I.1) et (I.3)) n'est plus valide dans le cas d'un milieu fortement diffusant. C'est pourquoi, il faut introduire une autre grandeur, le facteur d'anisotropie g qui permet de rendre compte du caractère plus ou moins marqué vers l'avant de la diffusion dans les tissus biologiques. Lorsqu'un photon, dont la direction d'incidence est représentée par le vecteur unitaire \vec{u} , subit une diffusion, celui-ci repart dans une direction \vec{u}' (Figure I.9).

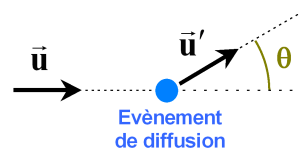


Figure I.9 : Définition de la direction incidente \vec{u} , de la direction de diffusion \vec{u}' , et de l'angle de diffusion θ .

Le coefficient d'anisotropie g [1.18] est alors défini comme le cosinus moyen de l'angle de diffusion θ (Figure I.9) :

$$g = \langle \cos \theta \rangle \text{ avec } \cos \theta = \vec{u} \cdot \vec{u}' \quad (\text{I.5})$$

Nous pouvons alors distinguer plusieurs cas :

- $g=0$ si la diffusion est symétrique.
- $g=1$ si la diffusion se fait complètement vers l'avant.
- $g=-1$ si la diffusion se fait complètement vers l'arrière (rétrodiffusion).

Le **tableau I.6** présente le facteur d'anisotropie obtenu dans le cas de solutions composées uniquement des particules sphériques présentées sur la **figure I.7**. Nous retrouvons notamment le comportement symétrique (**Figure I.7.a**) de la particule sphérique de diamètre 20 nm.

Diamètre de la particule sphérique	g
20 nm	0,001
360 nm	0,439
2 μm	0,498
10 μm	0,751

Tableau I.6 : Facteur d'anisotropie (obtenu avec la théorie de Mie) associé aux particules sphériques de la figure I.7.

Dans les tissus biologiques, la diffusion se fait préférentiellement vers l'avant ($0,7 < g < 0,97$).

[1.18] V. V. TUCHIN, "Laser light scattering in biomedical diagnostic and therapy", Journal of Laser Applications, vol. 5, 43-60 (1993).

Le coefficient de diffusion réduit :

Dans le cas d'un milieu où la concentration de diffuseurs est très dense, les photons suivent une marche aléatoire dans le milieu. Dans ce cas nous devons introduire le coefficient de diffusion réduit μ'_s :

$$\mu'_s = \mu_s (1 - g) \quad (\text{I.6})$$

Il est également possible de définir le libre parcours moyen de transport ℓ'_s à partir de μ'_s :

$$\ell'_s = \frac{1}{\mu'_s} \quad (\text{I.7})$$

Il s'agit de la distance au bout de laquelle un photon a perdu la mémoire de sa direction initiale. La **figure I.10** illustre l'équivalence [1.16] entre une propagation anisotrope de libre parcours moyen (de diffusion) ℓ_s et de coefficient d'anisotropie $g=0,9$ (trait continu) et une propagation isotrope ($g=0$) (trait pointillé) de libre parcours moyen ℓ'_s (de transport) tel que $\ell'_s = 10 \ell_s$. Entre deux événements de diffusion, la direction du photon varie peu car g est élevé mais au bout de 10 libres parcours moyens (de diffusion), le photon a perdu la mémoire de sa direction initiale. Sa trajectoire globale est alors équivalente à des "grands pas" de longueur ℓ'_s avec une diffusion aléatoire entre ces pas où toutes les directions de diffusion ont la même probabilité.

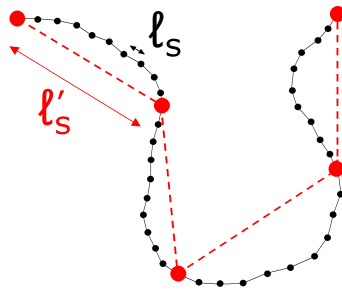


Figure I.10 : Illustration du libre parcours moyen de diffusion (ℓ_s) et du libre parcours moyen de transport (ℓ'_s) [1.16].

Le coefficient d'atténuation :

A partir de μ_s et μ_a , il est également possible de définir le coefficient d'atténuation μ_t qui permet d'exprimer l'atténuation globale de la lumière balistique due à l'absorption et à la diffusion dans un milieu diffusant.

$$\mu_t = \mu_a + \mu_s \quad (\text{I.8})$$

Le flux lumineux de la composante balistique d'une onde plane à la traversée d'un tissu absorbant et diffusant d'épaisseur L vaut donc :

$$F = F_0 e^{-\mu_t L} \quad (\text{I.9})$$

L'épaisseur optique ou longueur d'atténuation L_s (sans unité) (I.10) est définie comme étant le produit du coefficient d'atténuation par la longueur L du milieu étudié. Dans le cas des tissus biologiques où l'absorption est négligeable devant la diffusion dans la fenêtre thérapeutique, L_s devient :

$$L_s = L \cdot \mu_t \approx L \cdot \mu_s \quad (\text{I.10})$$

L_s est un paramètre utile (**I.10**) pour décrire les régimes de diffusion [**1.19**] puisque :

- Pour la simple diffusion, $L_s < 1$.
- Pour la diffusion multiple, $1 < L_s < 10$.
- Approximation de la diffusion, $L_s > 10$.

IV.1.3 Grandeurs caractéristiques de la diffusion dans les tissus biologiques

Les tissus biologiques sont classés en deux catégories selon leurs propriétés optiques :

- Les tissus faiblement diffusants : la cornée de l'œil, ...
- Les tissus fortement diffusants : la peau, le cerveau, le sang, ...

Un article de CHEONG [**1.20**] répertorie les méthodes utilisées pour mesurer les paramètres optiques caractéristiques des milieux fortement diffusants. Par exemple, les coefficients d'absorption et de diffusion peuvent être déduits de l'analyse de la lumière transmise ou rétro-diffusée par le milieu à étudier. Il s'agit notamment de mesures de transmission diffuse [**1.21**] ou de réflectance [**1.22**], mesures pouvant être résolues dans le temps ou l'espace.

Pour fixer les idées, nous présentons dans le **tableau I.7** les ordres de grandeur des paramètres optiques rencontrés dans l'étude des milieux fortement diffusants [**1.23**]. Nous rappelons que ces paramètres varient spectralement.

Lorsque la longueur d'exploration est choisie dans la fenêtre thérapeutique, l'absorption peut être négligée devant la diffusion. En effet, dans un milieu biologique, la distance moyenne parcourue par un photon entre deux diffusions successives (libre parcours moyen de diffusion ℓ_s) est de l'ordre de 50 μm tandis que la distance moyenne parcourue par un photon avant qu'il soit totalement absorbé (libre parcours moyen d'absorption ℓ_a) est de l'ordre de 1 mm.

μ_a	0,1 cm^{-1}	1 mm	ℓ_a
μ_s	200 cm^{-1}	50 μm	ℓ_s
μ'_s	20 cm^{-1}	500 μm	ℓ'_s
g	0,9	20 (L=1mm)	L_s

Tableau I.7 : Grandeurs optiques typiques des tissus fortement diffusants dans la fenêtre thérapeutique.

L'énergie transportée par les photons balistiques (**Figure I.6**) s'atténue donc en $e^{-\mu_s L}$ (**I.9, I.10**). Dans le cas d'un milieu d'épaisseur 1 mm (avec $\ell_s = 50 \mu\text{m}$), seulement $2 \cdot 10^{-9}$ de l'intensité incidente est transmise. La détection des photons balistiques devient donc impossible

[**1.19**] N. L. SWANSON, B. D. BILLARD, T. L. GENNARO, "Limits of optical transmission measurements with application to particle size techniques", Applied Optics, vol. **38**, n° 27, 5887-5893 (1999).

[**1.20**] W. F. CHEONG, S. A. PRAHL, A. J. WELCH, "A Review of the Optical Properties of Biological Tissues", IEEE Journal Of Quantum Electronics, vol. **26**, n° 12, 2166-2185 (1990).

[**1.21**] A. KIENLE, R. STEINER, "Determination of the optical properties of tissue by spatially resolved transmission measurements and Monte Carlo simulations", Proc SPIE, vol. **2077**, 142-151 (1994).

[**1.22**] R. A. J. GROENHUIS, J. J. TEN BOSH, H. A. FERWERDA, "Scattering and absorption of turbid materials determined from reflection measurements. 2: Measuring method and calibration", Applied Optics, vol. **22**, n° 16, 2463-2466 (1983).

[**1.23**] C. DOULE, T. LEPINE, P. GEORGES, A. BRUN, "Voir au travers des milieux troubles", Revue du CNRS : "Images pour la physique", 72-78 (1999).

dès que l'épaisseur du milieu dépasse quelques millimètres. Nous pouvons contourner cette difficulté en exploitant l'information portée par les photons diffusés puisque ceux-ci sont plus nombreux.

Dans les tissus biologiques, nous avons vu que la lumière rencontre des structures de tailles variées. La diffusion n'est pas isotrope et se fait préférentiellement dans la direction et le sens de la lumière incidente (**Figure I.7**). Pour tenir compte de ce comportement, il faut utiliser le degré d'anisotropie g . A noter que sa valeur (généralement autour de 0,9) est influencée par les plus grands centres diffuseurs biologiques (cellules).

Lorsque nous prenons en compte tous les photons (multidiffusés), le paramètre pertinent est le libre parcours moyen de transport ℓ'_s (**I.7**) (ou le coefficient de diffusion réduit μ'_s).

IV.2 Informations révélées par les propriétés optiques des tissus

Le spectre d'absorption d'un tissu peut être un indicateur de sa composition chimique tandis que le coefficient de diffusion d'un tissu est lié à sa structure et sa morphologie (densité des cellules, taille des noyaux, présence ou non de fibres de collagène, état d'hydratation du tissu,...). C'est pourquoi les coefficients d'absorption et de diffusion se révèlent être de précieux outils de diagnostic biomédical.

Pour exemple, l'oxymétrie, maintenant utilisée en milieu hospitalier, permet une mesure non invasive, *in vivo* et en temps réel du taux d'oxygène dans le sang. Ce taux est obtenu par mesure différentielle du coefficient d'absorption de l'hémoglobine oxygénée et désoxygénée [**1.24**] à deux longueurs d'onde puisque leurs spectres d'absorptions sont différents et se croisent.

La détermination de coefficients de diffusion permet, par exemple, de détecter la présence de tumeurs cancéreuses qui présentent une diffusion différente de celle d'un tissu sain. Une autre application consiste à suivre les variations de glycémie dans le cadre du traitement du diabète, puisqu'il est démontré que le glucose change les caractéristiques de diffusion du sang [**1.25**].

L'onde optique en tant qu'outil de diagnostic biomédical offre donc de nombreux agents de contraste naturel (indice de réfraction, coefficients de diffusion et d'absorption, facteur d'anisotropie de diffusion) et peut donc être envisagée comme outil pour l'étude du syndrome cutané radiologique. Pour compléter cette revue exhaustive des propriétés optiques des milieux biologiques, il convient maintenant de présenter le modèle optique de la peau.

IV.3 Modèle optique de la peau

Bien que les propriétés des constituants de la peau soient connues [**1.26**] (indice de réfraction, coefficients de diffusion et d'absorption, spectres de transmission et de réflectance), il est très difficile de modéliser la peau car de nombreux facteurs doivent être pris en compte (structure morphologique, processus physiologiques et biochimiques).

Il existe différents modèles optiques de la peau suivant la technique optique utilisée et l'étude envisagée ; toutefois le **tableau I.8** et la **figure I.11** présentent un modèle et des paramètres généralement retenus.

[1.24] E. TINET, S. AVRILLIER, J. L. BUISSIERE, J. P. OLLIVIER, "Near infrared laser spectroscopy apparatus for skeletal muscle oxygenation during upright exercise", *Laser in Medical Science*, 7-11 (1994).

[1.25] M. ESSENPREIS *et al.*, "Correlation between blood glucose concentration in diabetics and noninvasively measured tissue optical scattering coefficient", *Optics Letters*, vol. **22**, n° 3, 190-192 (1997).

[1.26] V. V. TUCHIN, "Light scattering study of tissues", *Uspekhi Fizicheskikh Nauk*, vol. **167**, n° 5, 517-539 (1997).

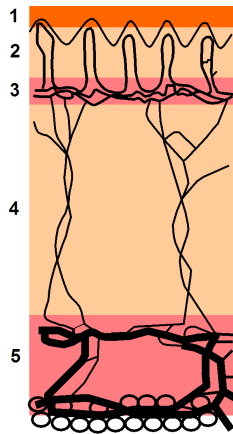


Figure I.11 : Modèle optique de la peau [1.26].

n°	Couche	μ_a (cm ⁻¹)	μ_s (cm ⁻¹)	g	n	épaisseur (μm)
1	épiderme	$\frac{4,3}{32}$	$\frac{107}{165}$	$\frac{0,79}{0,72}$	1,5	100
2	derme	$\frac{2,7}{23}$	$\frac{187}{227}$	$\frac{0,82}{0,72}$	1,4	200
3	derme (plexus superficialis)	$\frac{3,3}{40}$	$\frac{192}{246}$	$\frac{0,82}{0,72}$	1,4	200
4	derme	$\frac{2,7}{23}$	$\frac{187}{227}$	$\frac{0,82}{0,72}$	1,4	900
5	derme (plexus profundus)	$\frac{3,4}{46}$	$\frac{194}{253}$	$\frac{0,82}{0,72}$	1,4	600

Tableau I.8 : Paramètres optiques de la peau [1.26] à $\lambda=633$ nm (numérateur) et $\lambda=337$ nm (dénominateur).

Les valeurs présentées dans le tableau confirment que la longueur d'onde d'exploration doit être choisie dans la fenêtre thérapeutique afin que l'exploration puisse se faire jusqu'au tissu sous cutané (Figure I.12).

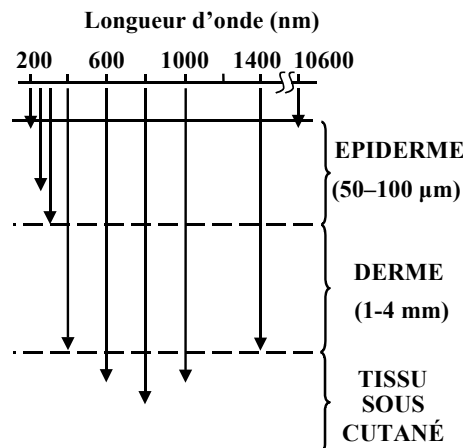


Figure I.12 : Profondeur de pénétration des rayonnements optiques dans la peau en fonction de la longueur d'onde.

Etant donné la problématique posée, il n'est pas possible d'envisager d'irradier des patients humains. Il faut donc choisir un modèle animal, en l'occurrence le porc dont les propriétés cutanées sont les plus proches de celles de l'homme. La peau du porc présente cependant de légères différences au niveau de ses propriétés optiques. En effet, à titre comparatif, à 633 nm, $\mu_s=490$ cm⁻¹ et $g=0,95$ [1.20] pour l'épiderme du porc (homme : $\mu_s=107$ cm⁻¹, $g=0,79$).

V Solutions développées pour l'imagerie optique en dermatologie

Nous allons présenter dans ce paragraphe les différentes solutions développées pour l'imagerie optique en dermatologie et plus particulièrement pour l'étude des brûlures thermiques. Elles vont se distinguer les unes des autres, non seulement par la nature du signal qu'elles cherchent à détecter, mais aussi par les différentes stratégies qu'elles mettent en œuvre pour y parvenir.

La solution idéale pour faire de l'imagerie à travers un milieu fortement diffusant et stratifié comme la peau serait de pouvoir sélectionner uniquement les photons balistiques en éliminant complètement les photons diffusés (**Figure I.6**). Malheureusement, il n'est pas possible de traverser un milieu dont l'épaisseur est supérieure au millimètre puisque nous avons vu que le nombre de photons balistiques décroît de manière exponentielle avec l'épaisseur traversée. Pour cette raison, les techniques optiques, qui ne se servent que des photons balistiques, doivent être utilisées en configuration de rétrodiffusion et dans ce cas, il faut également éliminer les photons réfléchis en surface puisqu'ils ne sont pas porteurs d'information de profondeur.

D'autres méthodes sont moins sélectives puisqu'elles utilisent également les photons serpentines mais dans ce cas la résolution spatiale décroît **[1.10]**, **[1.16]**.

Pour ne sélectionner que les photons balistiques ou serpentines, il existe différents modes de sélection :

- spatiale.
- temporelle.
- par la cohérence (spatiale ou/et temporelle).
- par des paramètres décrivant la polarisation.

V.1 Techniques optiques utilisées en dermatologie

Nous laissons le soin aux lecteurs de consulter les thèses de C. DOULE **[1.10]** et de J. SELB **[1.16]** faisant un état de l'art exhaustif des techniques optiques utilisées dans l'investigation des milieux diffusants. Nous ne présentons ici que les deux techniques d'imagerie les plus couramment utilisées en dermatologie **[1.1]** :

- La microscopie confocale.
- La Tomographie par Cohérence Optique.

V.1.1 La Microscopie confocale : sélection spatiale

La microscopie confocale est une technique optique qui permet la réalisation d'une imagerie point par point en rétrodiffusion ou/et en fluorescence dans un tissu biologique en sélectionnant le rayonnement par son front d'onde. Elle permet de réaliser des images *in vivo* avec une grande résolution (1 μm en profondeur, 300 nm transversalement) puisqu'elle permet de visualiser les détails des structures cellulaires. Elle a cependant un inconvénient, elle ne peut pas espérer atteindre des profondeurs supérieures à une centaine de μm d'épaisseur. Des microscopes confocaux sont aujourd'hui commercialisés et sont essentiellement utilisés pour l'imagerie de fluorescence (exemple : le collagène et l'élastine sont des fluorophores naturels de la peau). La microscopie confocale est notamment utilisée en dermatologie pour imager les lésions de la peau (tumeurs) **[1.27]**.

V.1.2 La Tomographie par Cohérence Optique : sélection par cohérence temporelle

La Tomographie par Cohérence Optique (ou Tomographie Optique Cohérente : OCT) est la technique optique la plus performante à l'heure actuelle pour imager en profondeur avec une résolution de l'ordre de 10 μm **[1.28]**. Nous aurons l'occasion de présenter en détail son principe au chapitre 8. Nous rappelons que l'OCT est une technique de sélection par cohérence utilisant une

[1.27] B. SELKIN, M. RAJADHYAKSHA, S. GONZALEZ, R. G. LANGLEY, "In vivo confocal microscopy in dermatology", *Dermatologic Clinics*, vol. 19, n° 2, 369-377 (2001).

[1.28] J. WELZEL, "Optical coherence tomography in dermatology : a review", *Skin Research and Technology*, vol. 7, 1-9 (2001).

source à faible cohérence temporelle. Cette caractéristique permet de ne sélectionner que les photons balistiques puisque ce sont les seuls qui conservent leur propriété de cohérence à la sortie du milieu diffusant étudié.

Elle trouve le plus fréquemment ses applications en ophtalmologie et commence actuellement à être vraiment utilisée en dermatologie. En effet, l'OCT permet de distinguer les différentes couches de la peau (**Figure I.13**) et les inhomogénéités éventuelles (résolution spatiale comprise entre 1 et 15 μm).

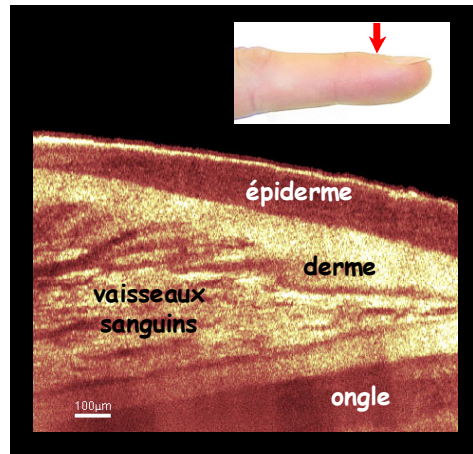


Figure I.13 : Image OCT de la peau humaine adjacente à l'ongle d'un doigt (fausses couleurs) où l'épiderme, le derme, l'ongle et les vaisseaux sanguins peuvent être visualisés (source : <http://www.hft.e-technik.univ-dortmund.de/>).

V.1.3 Comparaison techniques optiques - ultrasons

La figure suivante présente un diagramme bidimensionnel qui compare les performances des techniques optiques comme l'OCT et la microscopie confocale avec celles des ultrasons en ce qui concerne la résolution spatiale et la profondeur de pénétration.

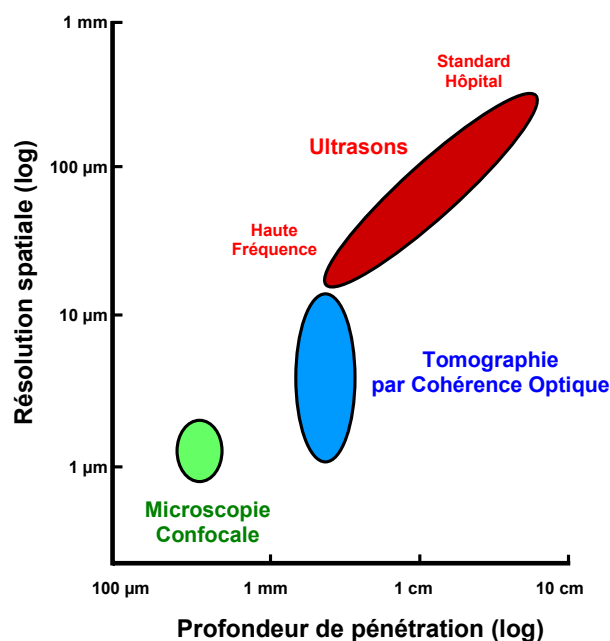


Figure I.14 : Comparaison ultrasons et techniques optiques (OCT, microscopie confocale) [1.29].

[1.29] B. E. BOUMA, G. J. TEARNEY, "Handbook of Optical Coherence Tomography", Marcel Dekker, New York, (2002).

La **figure I.14** montre que :

- L'utilisation des ultrasons en imagerie médicale impose de faire un compromis entre résolution et profondeur de pénétration. En effet, plus les profondeurs traversées sont faibles, meilleure est la résolution spatiale.
- La Tomographie par Cohérence Optique est bien plus performante que les ultrasons, pour une même profondeur de pénétration en ce qui concerne la résolution spatiale de l'image.
- La microscopie confocale est la technique optique qui offre la meilleure résolution spatiale.
- L'OCT est plus performante que la microscopie confocale en terme de profondeur de pénétration dans les tissus biologiques.

La Microscopie confocale et la Tomographie par Cohérence Optique sont souvent utilisées conjointement en dermatologie puisqu'elles donnent des informations complémentaires sur la composition et la structure de la peau (résolution spatiale et profondeur de pénétration différentes) **[1.30]**.

V.2 Cas particulier des brûlures thermiques

Dans le cas du diagnostic non invasif des brûlures thermiques qui induisent souvent un désordre cellulaire, il est intéressant d'utiliser la polarisation comme agent de contraste. Puisque la peau est un tissu biologique fortement diffusant, l'état de polarisation de la lumière incidente sur le milieu est modifié lors de la diffusion. Les photons ainsi rétrodiffusés sont porteurs d'une information de dépolarisation (mélange d'états de polarisation) qui est plus ou moins importante suivant la concentration, la taille et le type de diffuseurs.

De plus, de nombreux milieux biologiques (rétine de l'oeil, kératine, fibres de collagène) présentent un comportement polarimétrique intrinsèque **[1.31]** et dans ce cas, il est également possible de faire de l'imagerie en ne sélectionnant par la polarisation que les photons balistiques ou serpentes.

Le collagène est un des principaux constituants de la peau au niveau du derme (**Figure I.1**). Ces fibres ont la particularité, de par leur structure et conformation dans l'espace :

- D'être les principaux diffuseurs du tissu.
- D'avoir un comportement anisotrope (biréfringence) dans leur interaction avec les ondes optiques.

Lorsque l'ordonnement des fibres de collagène est modifié (cas de la dénaturation suite à une brûlure thermique), la diffusion et la biréfringence de la peau engendrées par ces fibres sont affectées. Cette altération peut être utilisée comme indicateur de diagnostic d'un désordre provoqué (modification de la dépolarisation et de la biréfringence). Il convient donc d'expliquer ces comportements en décrivant la structure des fibres de collagène ainsi que leurs propriétés optiques.

V.2.1 Propriétés optiques des fibres de collagène

V.2.1.1 Le collagène

Le derme est formé d'un dense treillis de fibres de collagène qui donne à la peau sa souplesse et sa résistance. Suivant la pression exercée, ces fibres peuvent plus ou moins s'orienter.

[1.30] S. NEERKEN, G. LUCASSEN, M. BISSCHOP, E. LENDERINK, T. NUIJS, "Characterization of age-related effects in human skin : A comparative study that applies confocal laser scanning microscopy and optical coherence tomography", Journal of Biomedical Optics, vol. 9, n° 2, 274-281 (2004).

[1.31] S. JIAO, L. V. WANG, "Polarization reveals the details", Oemagazine, 20-22 (2003).

D'un point de vue morphologique, les fibres de collagène **[1.32]** sont des assemblages de nombreuses fibrilles qui ont un aspect strié formé par une alternance de bandes claires et sombres dont la périodicité est de 64 nm environ (microscopie électronique : **Figure I.15**).

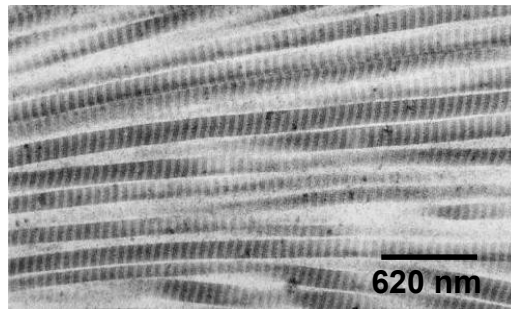


Figure I.15 : Fibres de collagène observées en microscopie électronique.

D'un point de vue optique, les fibrilles de collagène sont considérées comme les plus grandes structures homogènes. Elles sont formées de molécules de collagène (éléments unitaires des fibres de collagène).

La molécule de collagène (ou tropocollagène) a une longueur d'environ 280 nm et un diamètre de 1,5 nm (**Figure I.16.a**). Sa configuration spatiale s'apparente à un brin d'ADN car elle est formée de trois longues hélices alpha (identiques ou non) dont l'ensemble est stabilisé par des liaisons hydrogènes. Ces molécules de collagène peuvent alors s'associer, selon une structure quasi cristalline, en fibrilles dans lesquelles les molécules sont disposées de manière décalée qui font apparaître les stries observées sur les fibres de collagène (**Figure I.16.b**).

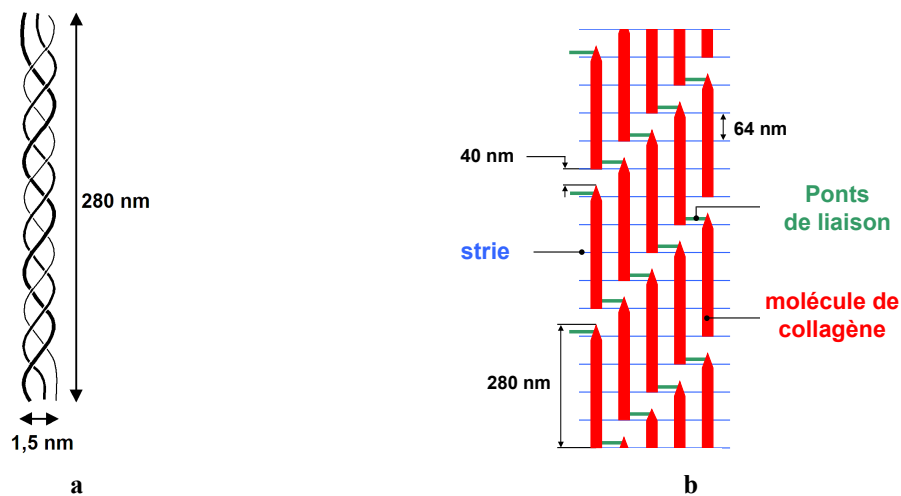


Figure I.16 : Structures des fibres de collagène.

a : Molécule de collagène : triple hélice,

b : Formation d'une fibrille de collagène à partir des molécules de collagène.

V.2.1.2 Propriétés optiques du collagène

Les fibres de collagène présentent la particularité d'avoir un comportement anisotrope (biréfringence linéaire) qui sera plus ou moins marqué suivant leur organisation dans l'espace.

Les fibres de collagène sont également présentes dans les tendons et les ligaments. Dans ces tissus la biréfringence est plus importante puisque ces fibres sont orientées. Par contre, dans le derme de la peau, les fibres de collagène s'orientent plus aléatoirement (au repos) et dans ce cas la biréfringence induite est plus faible (**Tableau I.9**).

[1.32] D. J. MAITLAND, "Dynamic Measurements of Tissue Birefringence : Theory and Experiments", PhD dissertation, Dept Physics, Northwestern University, Evanston (1995).

	retard de phase moyen
main	0,340 °.µm ⁻¹
tempe	0,250 °.µm ⁻¹
bas du dos	0,592 °.µm ⁻¹

Tableau I.9 : Retard moyen pour plusieurs zones de peau du corps [1.33].

V.2.1.3 Dénaturation du collagène

Ce comportement anisotrope (biréfringence) des fibres de collagène disparaît à partir d'une certaine température (60°C environ) car le collagène se dénature thermiquement et se déstructure en gélatine puisque les liaisons hydrogène se brisent.

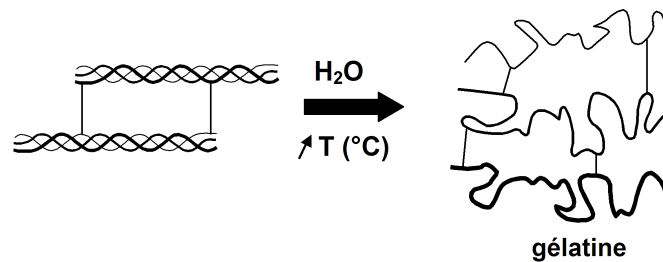


Figure I.17 : Dénaturation du collagène.

Cette dénaturation thermique affecte également les propriétés de diffusion de la peau puisque les diffuseurs principaux de la peau deviennent plus petits.

V.2.2 Utilisation de la polarisation comme agent de contraste

Puisqu'il y a une modification d'ordonnement du tissu cutané suite à une élévation de température (disparition ou diminution de la biréfringence et modification des propriétés de diffusion), il est possible de détecter les brûlures thermiques de manière non invasive et sans contact au niveau du tissu cutané puisque le collagène se trouve au niveau du derme et de la jonction épiderme-derme.

Nous allons présenter ici les deux techniques optiques *in vivo* les plus utilisées pour diagnostiquer les brûlures thermiques :

- Tomographie par Cohérence Optique sensible à la polarisation (PS-OCT) : information de biréfringence.
- Imagerie polarimétrique : information de dépolarisation globale (désordre).

V.2.2.1 La Tomographie par Cohérence Optique sensible à la polarisation

Un simple dispositif OCT (contraste d'intensité) ne permet pas de distinguer en profondeur les lésions dues à une brûlure thermique. C'est pourquoi DE BOER [1.34] a associé la polarisation à un dispositif de tomographie par cohérence optique (PS-OCT : Polarization Sensitive Optical Coherence Tomography) afin de détecter les effets des brûlures thermiques puisque la

[1.33] M. C. PIERCE, J. STRASSWIMMER, B. H. PARK, B. CENSE, J. F. DE BOER, "Birefringence measurements in human skin using polarization-sensitive optical coherence tomography", Journal of Biomedical Optics, vol. 9, n° 2, 287-291 (2004).

[1.34] J. F. DE BOER, S. M. SRINIVAS, A. MALEKAFZALI, Z. CHEN, J. S. NELSON, "Imaging thermally damaged tissue by polarization sensitive optical coherence tomography", Optics Express, vol. 3, n° 6, 212-218 (1998).

dénaturation du collagène est un "marqueur optique" de ces lésions. Dans ce cas, une deuxième image est obtenue (image de retard : contraste de biréfringence). C'est cette dernière qui permet de mettre en évidence la dénaturation du collagène.

La **figure I.18** montre le résultat d'une brûlure thermique sur la peau d'un rat. L'image conventionnelle OCT (intensité) (**Figure I.18.a**) fait apparaître l'épiderme et le derme, mais elle ne permet pas de localiser l'altération cutanée. Par contre l'image de retard R (**Figure I.18.b**) identifie la région brûlée, ce résultat étant vérifié par l'image histologique en polarisation (**Figure I.18.c**). En effet, dans la zone altérée, le collagène est dénaturé, ce qui a pour conséquence de diminuer voire d'annuler la biréfringence (retard nul, zone sombre).

Par la suite, ces travaux ont été approfondis [1.2] afin de déterminer le niveau de gravité (premier, deuxième ou troisième degré) d'une brûlure thermique puisque les médecins ne disposaient pas d'outils pour réaliser ce diagnostic *in vivo*.

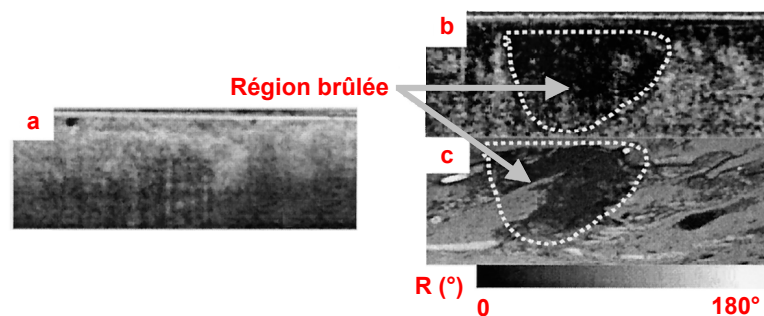


Figure I.18 : Zone de peau ex vivo d'un rat brûlé thermiquement [1.35].
a : image conventionnelle OCT (intensité), b : image de retard (échelle de niveaux de gris),
c : image polarimétrique de la coupe histologique associée à cette région.

V.2.2.2 Imagerie de dépolarisation

Puisque la dénaturation affecte également les propriétés de diffusion de la peau, il est possible d'utiliser l'information de dépolarisation générée par la rétrodiffusion de la lumière dans la peau (principalement due aux fibres de collagène) afin de discriminer des lésions cutanées comme les brûlures thermiques.

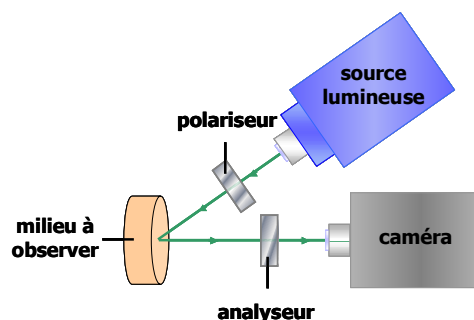


Figure I.19 : Dispositif polarimétrique mesurant le DOP (contraste de polarisation).
L'analyseur (polariseur de sortie) est placé successivement parallèlement puis perpendiculairement à la direction de polarisation initiale donnée par le polariseur.

Un dispositif communément [1.3] utilisé en dermatologie est celui présenté sur la **figure I.19**. Celui-ci se distingue des systèmes développés en imagerie en vision directe (contraste d'intensité) puisque deux polariseurs sont ajoutés à l'entrée et à la sortie du milieu pour avoir accès à l'information de dépolarisation engendrée par la diffusion de volume du milieu étudié.

[1.35] S. JIAO, W. YU, G. STOICA, L. V. WANG, "Contrast mechanisms in polarization-sensitive Mueller-matrix optical coherence tomography and application in burn imaging", *Applied Optics*, vol. **42**, n° 25, 5191-5197 (2003).

Si la surface du milieu étudié n'est pas rugueuse, la configuration non spéculaire permet de ne sélectionner que la lumière diffusée dans le volume. Or la peau présente une certaine rugosité de surface, tous les photons réfléchis par la surface ne sont donc pas filtrés. C'est pourquoi, lorsque le polariseur de sortie (analyseur) est placé perpendiculairement à celui d'entrée, les photons arrivant sur la caméra sont, principalement, ceux issus de la partie rétrodiffusée (diffusion de volume), ceux issus de la diffusion et de la réflexion de surface étant rejetés. Par contre, lorsque l'analyseur est parallèle au polariseur d'entrée, c'est le comportement inverse qui est mis en évidence.

Il est donc possible de réaliser une image polarimétrique où le contraste est le degré de polarisation linéaire (DOP) défini de la façon suivante :

$$DOP = \frac{I_{\parallel} - I_{\perp}}{I_{\parallel} + I_{\perp}} \quad (I.11)$$

Où I_{\parallel} et I_{\perp} désignent respectivement les intensités lumineuses rétrodiffusées détectées lorsque la direction de l'analyseur est placée parallèlement et perpendiculairement au polariseur d'entrée (**Figure I.19**).

Nous pouvons alors distinguer trois cas :

- Si le milieu dépolairise totalement la lumière, $DOP=0$.
- Si le milieu dépolairise partiellement la lumière, $0 \leq DOP \leq 1$.
- Si le milieu maintient totalement la polarisation de la lumière, $DOP=1$.

A noter que $I_{\parallel} + I_{\perp}$ représente l'intensité lumineuse totale, qui aurait pu être directement obtenue en ôtant les polariseurs du dispositif expérimental (au facteur de transmission près).

La **figure I.20** présente les images en polarisation (DOP) et en intensité ($I_{\parallel} + I_{\perp}$) obtenues, chez l'homme, pour une peau saine et une peau cicatrisée suite à une brûlure thermique [1.3].

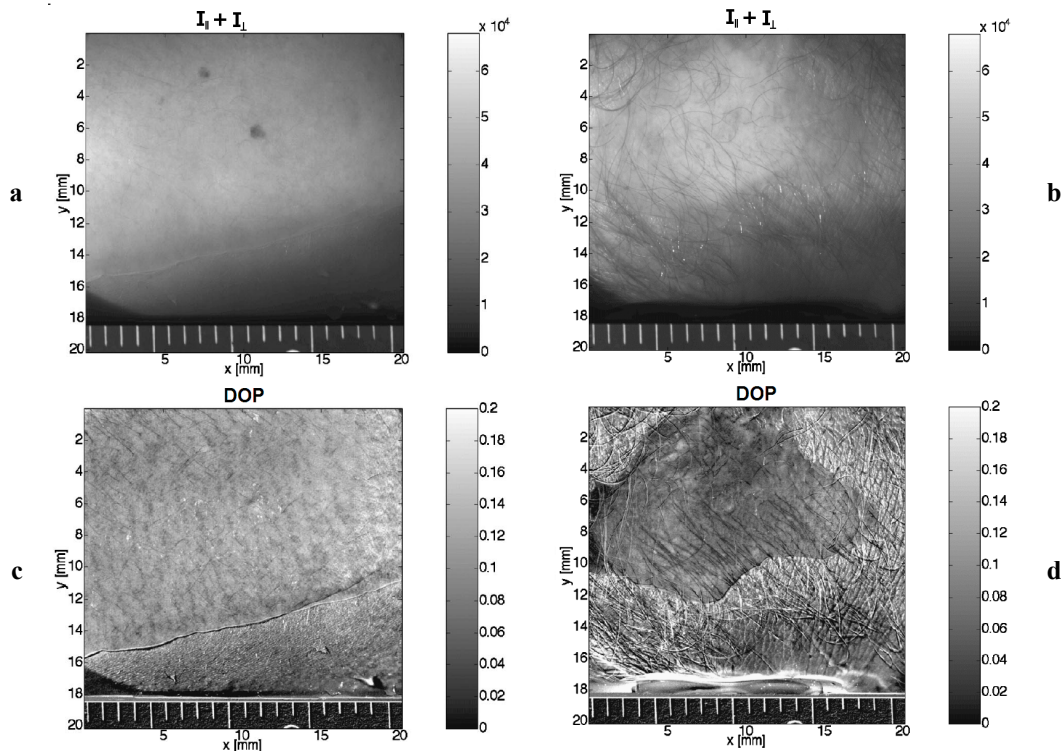


Figure I.20 : Images de peau normale (gauche) et cicatrisée après brûlure (droite) chez un homme [1.3].

Echelle d'intensité (en haut), échelle DOP (en bas)

a, b : images $I_{\parallel} + I_{\perp}$, c, d : images DOP

Les images de la peau saine (**Figure I.20.a** et **Figure I.20.c**) montrent que le codage polarimétrique (DOP) élimine la réflexion et la diffusion engendrée par la surface puisqu'elle permet d'imager sous la surface de la peau ; les grains de beauté de la **figure I.20.a** n'étant plus présents sur la **figure I.20.c**.

Il est plus difficile de discerner la cicatrice due à une brûlure thermique sur l'image codée en intensité (**Figure I.20.b**) que sur celle codée en polarisation (**Figure I.20.d**) où la région cicatrisée est repérée par une zone sombre (DOP faible). La dénaturation thermique des fibres de collagène modifie les propriétés de diffusion de la peau en diminuant la taille des diffuseurs. Or les petits diffuseurs transforment plus l'état de polarisation incident que les gros en rendant celui-ci aléatoire. C'est pourquoi il y a une augmentation de la dépolarisation (DOP plus faible) suite à une dénaturation des fibres de collagène.

VI Conclusion

Nous venons de voir qu'il est possible de détecter les brûlures thermiques de manière non invasive et sans contact au niveau du tissu cutané en utilisant la polarisation comme agent de contraste (anisotropie des tissus et diffusion dans le volume).

Si le collagène peut éventuellement se dénaturer instantanément suite à une forte exposition ionisante (200 Gy) [**1.6**] (par analogie aux brûlures thermiques), pour de faibles doses (20 Gy au maximum) les zones irradiées ne présentent aucun signe clinique visible. Le changement d'ordre dû à une irradiation à faible dose doit donc être plus faible que celui dû à une brûlure thermique. Nous nous proposons de vérifier si la polarisation peut, quand même, être utilisée comme agent de contraste du syndrome cutané radiologique. Dans le cadre de cette étude, la polarimétrie semble être la technique optique la mieux adaptée. Cette technique consiste à observer, à travers une succession d'éléments polarisants (codage et décodage), les transformations de l'onde optique engendrées par un milieu.

Dans le chapitre suivant nous allons présenter les différents formalismes de polarisation couramment utilisés pour analyser les transformations polarimétriques engendrées par un milieu.

Chapitre 2

Formalismes de polarisation

I	INTRODUCTION	35
II	CONCEPT GENERAL DE LA LUMIERE POLARISEE	36
II.1	ELLIPSE DE POLARISATION	36
II.2	ÉTATS DE POLARISATION LINEAIRE ET CIRCULAIRE	37
II.3	CONCLUSION	37
III	FORMALISME DE JONES	38
III.1	VECTEUR DE JONES	38
III.1.1	DEFINITION	38
III.1.2	CAS GENERAL D'UN ETAT DE POLARISATION ELLIPTIQUE	38
III.2	MATRICE DE JONES	38
III.2.1	DEFINITION	38
III.2.2	ÉTATS PROPRES DE POLARISATION	39
III.2.3	CONSTRUCTION D'UNE MATRICE DE JONES HOMOGENE	40
III.3	CONCLUSION	41
IV	FORMALISME DE STOKES-MUELLER	41
IV.1	VECTEUR DE STOKES	41
IV.1.1	PARAMETRES ET VECTEUR DE STOKES D'UNE ONDE COMPLETEMENT POLARISEE	41
IV.1.2	PARAMETRES DE STOKES D'UNE ONDE PARTIELLEMENT POLARISEE	43
IV.1.3	VECTEUR DE STOKES D'UNE ONDE COMPLETEMENT DEPolarISEE	43
IV.1.4	VECTEUR DE STOKES D'UNE ONDE PARTIELLEMENT POLARISEE	44
IV.1.5	DEGRE DE POLARISATION	44
IV.2	MATRICE DE MUELLER	44
IV.2.1	DEFINITION	44
IV.2.2	CRITERE DE DISCRIMINATION : INDICE DE DEPolarISATION	45
IV.2.3	CAS PARTICULIER : MATRICE DE MUELLER-JONES	46
IV.2.3.1	Définition	46
IV.2.3.2	Passage d'une matrice de Jones à une matrice de Mueller	46
IV.2.3.3	Condition pour que M soit une matrice de Mueller-Jones	46
IV.2.3.4	Passage d'une matrice de Mueller-Jones à une matrice de Jones	47
IV.3	CONCLUSION	48
V	LA SPHERE DE POINCARÉ	48
V.1	REPRESENTATION D'UN ETAT PUR DE POLARISATION SUR LA SPHERE DE POINCARÉ	48
V.2	REPRESENTATION DE DIFFERENTS ETATS DE POLARISATION	49
V.3	INTERET DE LA SPHERE DE POINCARÉ	49
VI	CONCLUSION	50

I Introduction

Toute onde optique peut être représentée par quatre paramètres : l'intensité, la fréquence, la polarisation et la phase. Nous nous intéressons dans ce chapitre à la polarisation qui décrit l'évolution temporelle du vecteur champ électrique. Si cette évolution est stationnaire pendant le temps de mesure, l'onde est dite polarisée, sinon elle est partiellement ou totalement dépolarisée.

La polarisation d'une onde lumineuse subit une transformation lorsqu'elle traverse un milieu ou qu'elle est renvoyée par une cible. Cette variation de l'état de polarisation de l'onde permet alors de caractériser le système considéré. L'étude du passage de la lumière à travers une succession d'éléments polarisants peut alors être facilitée par l'utilisation de divers formalismes. Ces derniers vont être présentés et discutés au cours de ce chapitre.

En 1852, STOKES **[2.1]** posa les fondements mathématiques de la polarisation de la lumière en introduisant quatre paramètres associés à des grandeurs mesurables, connus sous le nom de paramètres de Stokes. Il a montré que cette représentation suffit à caractériser complètement l'état de polarisation d'une onde qu'elle soit partiellement, totalement ou non polarisée.

Par la suite, en 1892, POINCARÉ **[2.2]**, démontra que l'ensemble des états purs de polarisation peut être visualisé sur une sphère. Une des propriétés remarquables de la sphère de Poincaré est que chacun des points de sa surface (représentatif d'un état de polarisation) peut être décrit par trois des paramètres de Stokes.

Dans une série de huit articles publiés entre 1941 et 1947, JONES **[2.3]** a introduit une nouvelle méthode de calcul permettant de décrire le comportement d'une onde polarisée à travers des éléments optiques. En se basant sur la nature vectorielle d'un état de polarisation, il proposa de décrire un opérateur de polarisation par une matrice de dimension 2×2 , dans l'espace vectoriel complexe associé au champ électrique de l'onde. Ce formalisme, très efficace, ne convient pas à l'étude polarimétrique de la peau. En effet, il présente deux inconvénients majeurs :

- Les paramètres utilisés sont associés à des grandeurs complexes qui ne sont pas directement mesurables.
- Il ne traite que le cas de la lumière polarisée.

Cependant il existe une alternative, le formalisme de Mueller (ou de Stokes-Mueller), qui permet non seulement de traiter les ondes polarisées mais également celles qui sont dépolarisées tout en étant relié à des grandeurs à dimension énergétique et donc mesurables. P. SOLEILLET **[2.4]**, en 1929, formula l'hypothèse qu'un système optique pouvait être caractérisé par une fonction linéaire de seize coefficients réels s'appliquant aux quatre paramètres de Stokes. Cette méthode de calcul fut développée par la suite par F. PERRIN **[2.5]** en 1942 et H. MUELLER **[2.6]** en 1948 mais l'histoire n'a retenu que le nom de ce dernier pour définir ce formalisme.

Enfin, il existe d'autres formalismes, comme celui de la matrice de cohérence (liée aux paramètres de Stokes) **[2.7]**, qui permettent également d'aborder la polarisation partielle d'une onde optique.

[2.1] G. G. STOKES, "On the composition and resolution of streams of polarized light from different sources", Trans Cambridge Phil. Soc., vol. **9**, 339-416 (1852).

[2.2] H. POINCARÉ, "Théorie mathématique de la lumière", Gauthiers-Villars, vol. **2**, Paris (1892).

[2.3] R. C. JONES, "A new calculus for the treatment of optical systems", J.O.S.A., vol. **31**, 488-493 (1941); vol. **31**, 493-499 (1941); vol. **31**, 500-503 (1941); vol. **32**, 486-493 (1942); vol. **37**, 107-110 (1947); vol. **37**, 110-112 (1947); vol. **38**, 671-684 (1948); vol. **46**, 126-131 (1956).

[2.4] P. SOLEILLET, "Sur les paramètres caractérisant la polarisation partielle de la lumière dans les phénomènes de fluorescence", Ann. Phys., vol. **12**, 23-97 (1929).

[2.5] F. PERRIN, "Polarisation of light scattered by isotropic media", J. of Chem. Physics, vol. **10**, 415-427 (1942).

[2.6] H. MUELLER, "The foundation of optics", J. O. S. A. A, vol. **38**, 551 (1948).

[2.7] M. BORN, E. WOLF, "Principles of Optics", 6^{ème} édition, Pergamon Press, New-York (1983).

II Concept général de la lumière polarisée

Définir un état de polarisation revient à déterminer comment évolue l'extrémité du vecteur champ électrique associé à une onde optique dans :

- le temps,
- le plan d'onde,
- le cas d'une onde plane.

La polarisation est donc liée au caractère vectoriel des ondes et à leur stationnarité.

II.1 Ellipse de polarisation

Considérons une onde plane quasi-monochromatique progressive de longueur d'onde λ et de pulsation ω , dont le champ électrique \vec{E} est transverse. Celui-ci peut être décomposé en trois composantes orthogonales dans le système de coordonnées cartésiennes (Ox , Oy , Oz). Si le faisceau optique se propage dans la direction des z positifs, le champ électrique s'écrit sous la forme simplifiée suivante à l'instant t :

$$\vec{E}(z, t) = \begin{bmatrix} E_x(z, t) \\ E_y(z, t) \\ E_z(z, t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{0x} \cos(\omega t - kz + \varphi_x) \\ E_{0y} \cos(\omega t - kz + \varphi_y) \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} E_{0x}, E_{0y} \text{ amplitudes réelles positives} \\ k \text{ norme du vecteur d'onde tel que } k = \frac{2\pi}{\lambda} \\ \varphi_x, \varphi_y \text{ phases définies à } 2\pi \text{ près} \end{cases} \quad (\text{II.1})$$

En combinant les deux expressions $E_x(z, t)$ et $E_y(z, t)$ (II.1) et en éliminant la variable temporelle t , l'extrémité du champ électrique décrit dans le cas général une ellipse d'équation :

$$\frac{E_x^2}{E_{0x}^2} + \frac{E_y^2}{E_{0y}^2} - 2 \frac{E_x E_y}{E_{0x} E_{0y}} \cos(\varphi) = \sin^2(\varphi) \quad \text{avec } \varphi = \varphi_y - \varphi_x \text{ déphasage entre } E_y \text{ et } E_x \quad (\text{II.2})$$

Cette ellipse (**Figure II.1**) est entièrement définie en connaissant soit :

- E_{0x} , E_{0y} , φ .
- l'ensemble des paramètres géométriques de l'ellipse : l'ellipticité ε , l'azimut α (ou orientation) et l'angle diagonal ψ défini à partir de a et b .

Le sens de rotation de cette ellipse dépend directement du signe de $\sin(\varphi)$. En effet, si celui-ci est positif, l'ellipse est dite droite. Dans le cas contraire elle est dite gauche.

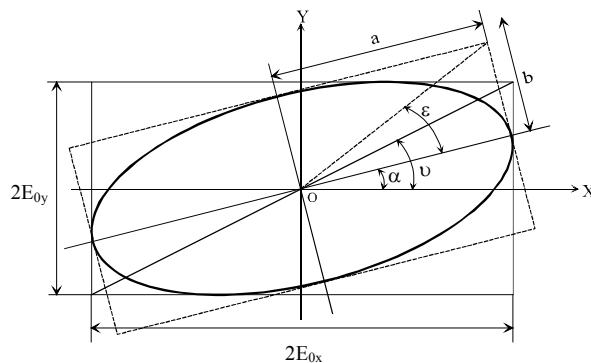


Figure II.1 : Ellipse de polarisation.

Les relations qui relient les différents paramètres de l'ellipse sont décrites en Annexe 2.A. Cependant, trois d'entre elles sont présentées ici puisqu'elles vont nous être utiles par la suite :

$$\begin{cases} \cos(2\nu) = \cos(2\varepsilon)\cos(2\alpha) \\ \sin(2\nu)\cos(\varphi) = \cos(2\varepsilon)\sin(2\alpha) \\ \sin(2\nu)\sin(\varphi) = \sin(2\varepsilon) \end{cases} \quad (\text{II.3})$$

II.2 États de polarisation linéaire et circulaire

L'ellipse de polarisation (II.2) peut, sous certaines conditions, dégénérer en un cercle ou une droite :

- Lorsque $\varphi=0$ ou $\varphi=\pi$ (modulo 2π), l'onde est polarisée rectilignement.
- Lorsque $\varphi=\pi/2$ ou $\varphi=3\pi/2$ et $E_{ox}=E_{oy}$, l'onde est polarisée circulairement.

La figure suivante illustre différents états de polarisation pour différents champs électriques.

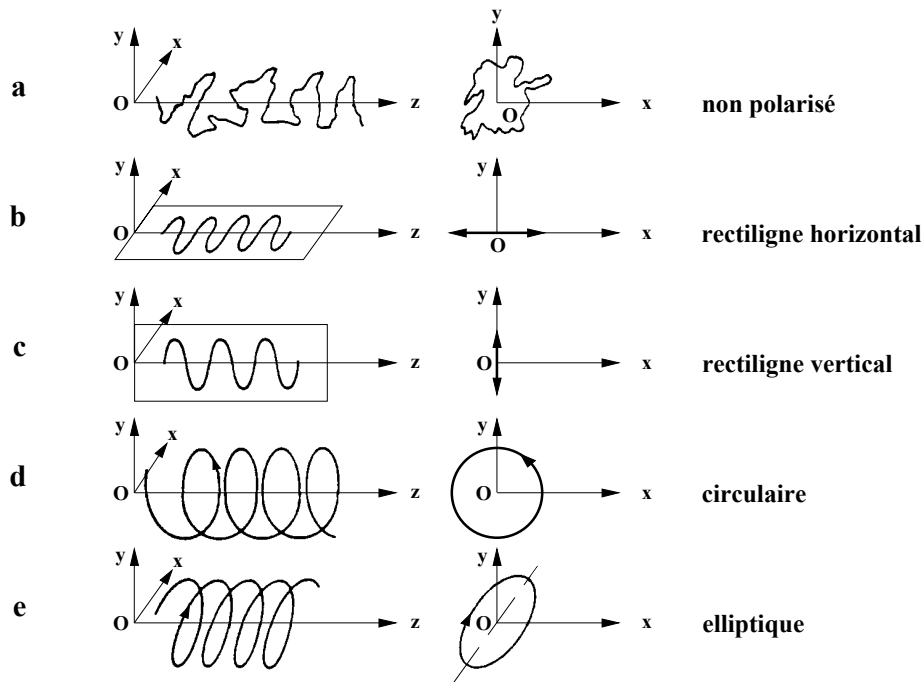


Figure II.2 : Différents états de polarisation.

II.3 Conclusion

Si l'extrémité du vecteur polarisation évolue selon une trajectoire déterministe de forme elliptique, l'onde est dite "polarisée", sinon elle est partiellement polarisée ou non polarisée. Ce formalisme géométrique ne permet pas de suivre simplement l'état de polarisation d'une onde à travers plusieurs éléments optiques. Un formalisme vectoriel tel que celui de Jones est mieux adapté.

III Formalisme de Jones

III.1 Vecteur de Jones

III.1.1 Définition

Précédemment, nous avons défini les composantes du vecteur champ électrique comme des grandeurs réelles. Jones, quant à lui, proposa en 1941 [2.3] d'utiliser une notation complexe. En posant $z=0$ et $t=0$, il introduisit une nouvelle représentation appelée vecteur de Jones qui décrit l'état de polarisation d'une onde quasi monochromatique plane se propageant dans la direction des z croissants tel que :

$$\vec{V}_j = \begin{bmatrix} \bar{E}_x \\ \bar{E}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{0x} e^{i\varphi_x} \\ E_{0y} e^{i\varphi_y} \end{bmatrix} \propto \begin{bmatrix} E_{0x} \\ E_{0y} e^{i\varphi} \end{bmatrix} \text{ avec } \begin{cases} \bar{E}_x, \bar{E}_y \text{ amplitudes complexes} \\ \varphi = \varphi_y - \varphi_x \end{cases} \quad (\text{II.4})$$

Généralement le vecteur de Jones est défini à un facteur de phase près sauf dans le cas de la superposition cohérente de deux ou plusieurs faisceaux polarisés dont la relation de phase reste constante durant le temps de mesure.

III.1.2 Cas général d'un état de polarisation elliptique

Le vecteur de Jones représente l'état de polarisation général d'une onde plane quasi-monochromatique, à savoir l'état de polarisation elliptique (Figure II.1). Dans ce cas et en le normalisant (de telle sorte que l'intensité totale soit unitaire), il peut s'écrire sous la forme suivante dans la base (O,X,Y) :

$$\vec{V}_{jn} = \frac{1}{\sqrt{E_{0x}^2 + E_{0y}^2}} \begin{bmatrix} E_{0x} \\ E_{0y} e^{i\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\nu) \\ \sin(\nu) e^{i\varphi} \end{bmatrix} \quad (\text{II.5})$$

Ou bien :

$$\vec{V}_{jn} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) \cos(\varepsilon) - i \sin(\alpha) \sin(\varepsilon) \\ \sin(\alpha) \cos(\varepsilon) + i \cos(\alpha) \sin(\varepsilon) \end{bmatrix} \quad (\text{II.6})$$

Il est plus évident de se représenter un vecteur de Jones par son azimuth α et son ellipticité ε mais pour les calculs la relation (II.5) est mieux adaptée. Des exemples de vecteur de Jones sont donnés en Annexe 2.B.

III.2 Matrice de Jones

III.2.1 Définition

Le formalisme de Jones permet également de décrire de façon matricielle et déterministe la transformation linéaire subie par une onde polarisée interagissant avec un système optique. Ce dernier (lame de retard, polariseur par exemple) est ainsi représenté par une matrice de dimension 2x2 dont les quatre éléments sont généralement complexes.

Soit \vec{V}_{je} le vecteur de Jones de l'onde incidente. Par l'intermédiaire de la matrice de Jones $[J]$ l'onde émergente \vec{V}_{js} s'écrit :

$$\vec{V}_{js} = [J] \cdot \vec{V}_{je} \text{ avec } [J] = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix} \quad (\text{II.7})$$

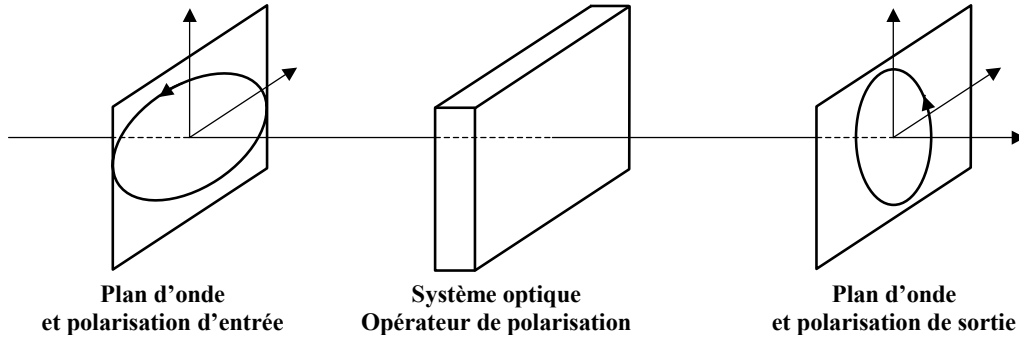


Figure II.3 : Modification de l'état de polarisation par un système optique.

Ce formalisme est tout à fait approprié pour décrire un système optique complexe composé de n éléments déterministes en cascade. Ainsi le vecteur de Jones d'une onde optique en sortie de ce système, est obtenu par multiplication matricielle des matrices de Jones des n sous-systèmes avec le vecteur de Jones d'entrée :

$$\vec{V}_{js} = [J_n] \cdot [J_{n-1}] \dots [J_2] \cdot [J_1] \cdot \vec{V}_{je} = [J] \cdot \vec{V}_{je} \quad (\text{II.8})$$

III.2.2 États propres de polarisation

Nous pouvons définir les états propres de polarisation comme étant ceux qui ne sont pas affectés par l'action d'un élément optique (**Figure II.4**). Si $[J]$ est la matrice de Jones de ce dernier, nous obtenons alors :

$$\begin{cases} [J] \cdot \vec{V}_{j_1} = \lambda_1 \cdot \vec{V}_{j_1} \\ [J] \cdot \vec{V}_{j_2} = \lambda_2 \cdot \vec{V}_{j_2} \end{cases} \quad (\text{II.9})$$

Où \vec{V}_{j_1} , \vec{V}_{j_2} et λ_1 , λ_2 sont respectivement les vecteurs et valeurs propres associés à $[J]$.

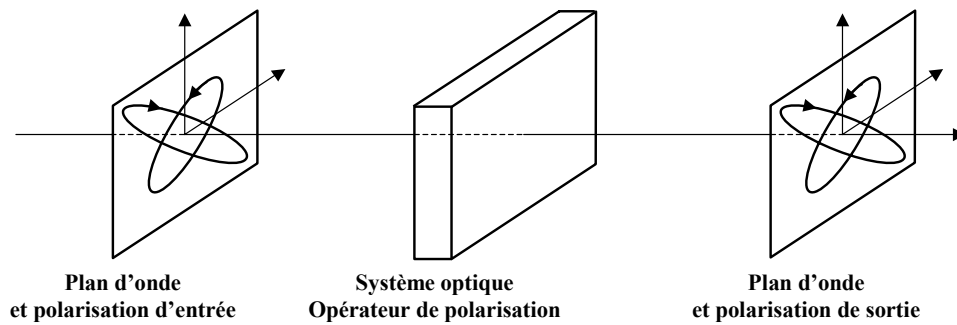


Figure II.4 : Etats et Vecteurs propres.

Dans le cas général, les valeurs propres associées aux états propres sont complexes et peuvent être définies par :

$$\begin{cases} \lambda_1 = P_1 e^{i\varphi_1} \\ \lambda_2 = P_2 e^{i\varphi_2} \end{cases} \text{ avec comme choix arbitraire } P_1 > P_2 \text{ et } \varphi_1 > \varphi_2 \quad (\text{II.10})$$

Bien qu'ils définissent une base, les vecteurs associés aux états propres ne sont pas forcément orthogonaux. Soit le paramètre η [2.8] suivant :

$$\eta = \frac{|\vec{V}_{j1} \cdot \vec{V}_{j2}|}{|\vec{V}_{j1}| |\vec{V}_{j2}|} \text{ avec } 0 \leq \eta \leq 1 \quad (\text{II.11})$$

Suivant la valeur de η , il est possible de distinguer deux cas :

- Si les vecteurs propres sont orthogonaux entre eux ($\eta=0$), la matrice de Jones de l'élément polarimétrique est dite homogène.
- Si les vecteurs propres ne sont pas orthogonaux entre eux ($\eta \neq 0$), la matrice de Jones de l'élément polarimétrique est dite inhomogène.

η mesure donc le degré d'inhomogénéité de la matrice de Jones. Nous introduirons dans les chapitres suivants la notion de décomposition polaire qui consiste à décomposer toute matrice de Jones (homogène ou inhomogène) en un produit de deux matrices de Jones homogènes caractéristiques d'éléments polarimétriques dits élémentaires (ou simples). Il est donc nécessaire de présenter la construction d'une matrice de Jones homogène à partir de ses valeurs et vecteurs propres [2.9].

III.2.3 Construction d'une matrice de Jones homogène

Soient \vec{V}_{j1} et \vec{V}_{j2} deux vecteurs propres orthogonaux normés définis de la façon suivante :

$$\vec{V}_{j1} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{V}_{j2} = \begin{bmatrix} -b^* \\ a^* \end{bmatrix} \quad (\text{II.12})$$

Puisque les états propres sont normés, leurs composantes satisfont naturellement la relation :

$$aa^* + bb^* = 1 \quad (\text{II.13})$$

Dans un premier temps, construisons une matrice $[M_{od}]$ appelée matrice modale, dont les colonnes sont formées par ces deux vecteurs propres. Nous obtenons alors :

$$[M_{od}] = [\vec{V}_{j1} \quad \vec{V}_{j2}] = \begin{bmatrix} a & -b^* \\ b & a^* \end{bmatrix} \quad (\text{II.14})$$

[2.8] S –Y. LU, R. A. CHIPMAN, "Homogeneous and inhomogeneous Jones matrices", J. O. S. A. A, vol. 11, 766-773 (1994).

[2.9] S. HUARD, "Polarisation de la lumière", Masson, Paris (1994).

Construisons à présent une matrice diagonale $[\Lambda]$ à partir des valeurs propres complexes :

$$[\Lambda] = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.15})$$

Nous obtenons alors l'expression de la matrice de Jones $[J]$ à partir de sa forme diagonalisée :

$$[J] = [M_{od}] \cdot [\Lambda] \cdot [M_{od}]^{-1} \text{ avec } [M_{od}]^{-1} = \begin{bmatrix} a^* & b^* \\ -b & a \end{bmatrix} \quad (\text{II.16})$$

La matrice de Jones homogène peut donc prendre la forme suivante :

$$[J] = \begin{bmatrix} \lambda_1 aa^* + \lambda_2 bb^* & (\lambda_1 - \lambda_2) ab^* \\ (\lambda_1 - \lambda_2) ba^* & \lambda_2 aa^* + \lambda_1 bb^* \end{bmatrix} \quad (\text{II.17})$$

Les équations (II.16) et (II.17) seront appliquées au chapitre 3 afin de calculer les matrices de Jones des éléments optiques simples.

III.3 Conclusion

Le formalisme de Jones permet de suivre l'état de polarisation d'une onde à travers plusieurs éléments optiques. Cependant, cette représentation complexe ne doit pas cacher que seules les quantités réelles sont observables (mais pas forcément directement mesurables). De plus, ce formalisme ne permet pas de traiter le cas des ondes totalement dépolarisées (lumière naturelle par exemple) ou partiellement polarisées. Nous allons voir à présent que le formalisme de Stokes-Mueller permet de prendre en compte toutes les situations polarimétriques.

IV Formalisme de Stokes-Mueller

Nous avons traité précédemment le cas d'ondes complètement polarisées, c'est-à-dire d'ondes pour lesquelles les amplitudes E_{0x} et E_{0y} et la différence de phase φ peuvent être considérées comme constantes pendant la durée de la mesure. Dans le but d'aborder le phénomène de polarisation partielle, et donc de dépolarisation, il convient d'introduire les paramètres de Stokes.

IV.1 Vecteur de Stokes

IV.1.1 Paramètres et vecteur de Stokes d'une onde complètement polarisée

Afin d'introduire la signification de ces paramètres, nous nous plaçons tout d'abord dans le cas d'une onde monochromatique de polarisation elliptique (Figure II.1). Après quelques simplifications sur l'équation de l'ellipse de polarisation (II.2), nous obtenons :

$$(E_{0x}^2 + E_{0y}^2)^2 = (E_{0x}^2 - E_{0y}^2)^2 + (2E_{0x}E_{0y}\cos(\varphi))^2 + (2E_{0x}E_{0y}\sin(\varphi))^2 \quad (\text{II.18})$$

Nous faisons donc apparaître quatre termes tels que :

$$S_0^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 \quad (\text{II.19})$$

Ceux-ci correspondent aux quatre paramètres de Stokes décrits ci-dessous :

$$\begin{cases} S_0 = E_{0x}^2 + E_{0y}^2 = I_H + I_V = I_0 \\ S_1 = E_{0x}^2 - E_{0y}^2 = I_H - I_V \\ S_2 = 2E_{0x}E_{0y} \cos(\varphi) = I_{45} - I_{-45} \\ S_3 = 2E_{0x}E_{0y} \sin(\varphi) = I_D - I_G \end{cases} \quad (\text{II.20})$$

Si nous remarquons aisément que S_0 représente l'intensité totale (I_0) de l'onde optique, les autres paramètres ont aussi une signification physique :

- S_1 représente la différence des intensités des composantes linéaires polarisées horizontalement (I_H) et verticalement (I_V) dans le plan d'onde.
- S_2 représente la différence des intensités des composantes linéaires polarisées à 45° (I_{45}) et -45° (I_{-45}) dans le plan d'onde.
- S_3 représente la différence des intensités des composantes polarisées circulairement droite (I_D) et gauche (I_G) dans le plan d'onde.

Nous pouvons alors écrire ces quatre paramètres sous la forme d'un vecteur. Celui-ci est généralement normalisé par rapport à S_0 et peut s'exprimer en fonction des paramètres (ellipticité ε et azimut α) de l'ellipse de polarisation (**Figure II.1**). Nous obtenons alors pour une onde complètement polarisée le vecteur de Stokes suivant :

$$\vec{S}_{CP} = S_0 \begin{bmatrix} 1 \\ S_1/S_0 \\ S_2/S_0 \\ S_3/S_0 \end{bmatrix} = S_0 \begin{bmatrix} 1 \\ \cos(2v) \\ \sin(2v)\cos(\varphi) \\ \sin(2v)\sin(\varphi) \end{bmatrix} = S_0 \begin{bmatrix} 1 \\ \cos(2\varepsilon)\cos(2\alpha) \\ \cos(2\varepsilon)\sin(2\alpha) \\ \sin(2\varepsilon) \end{bmatrix} \quad (\text{II.21})$$

Les relations suivantes peuvent alors être établies :

- L'azimut α :

$$\tan(2\alpha) = \frac{S_2}{S_1} \text{ avec } \alpha \in [0, \pi[\quad (\text{II.22})$$

- L'ellipticité ε :

$$\sin(2\varepsilon) = \frac{S_3}{S_0} \text{ avec } \varepsilon \in \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right] \quad (\text{II.23})$$

- La différence de phase moyenne φ :

$$\tan(\varphi) = \frac{S_3}{S_2} \text{ avec } \varphi \in [-\pi, \pi[\quad (\text{II.24})$$

- L'angle diagonal v :

$$\cos(2v) = \frac{S_1}{S_0} \text{ avec } v \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \quad (\text{II.25})$$

Nous verrons au chapitre 4 qu'il convient d'être prudent si nous voulons remonter directement à l'azimut et la différence de phase à partir des relations (II.22) et (II.24) (problème de changements de quadrant sur le cercle trigonométrique).

IV.1.2 Paramètres de Stokes d'une onde partiellement polarisée

En optique, les seules quantités mesurables sont à dimension énergétique. Or, les détecteurs possèdent des temps d'intégration très supérieurs aux périodes d'oscillations des ondes optiques (de l'ordre de 10^{-15} seconde). L'idée de Stokes fut d'introduire dans l'équation de l'ellipse (II.2) non plus des termes d'amplitudes mais des termes relatifs à des moyennes temporelles (sur une durée T , temps d'intégration du détecteur).

En généralisant l'écriture de Stokes (II.26) pour n'importe quel état de polarisation (qu'il soit complètement ou partiellement polarisé), les paramètres de Stokes vérifient la relation (II.27) où $\langle \rangle$ représente la moyenne d'ensemble (temporelle et spatiale) sur le temps d'intégration T .

$$\begin{cases} S_0 = \langle E_{0x}^2 \rangle + \langle E_{0y}^2 \rangle \\ S_1 = \langle E_{0x}^2 \rangle - \langle E_{0y}^2 \rangle \\ S_2 = 2\langle E_{0x} E_{0y} \cos(\varphi) \rangle \\ S_3 = 2\langle E_{0x} E_{0y} \sin(\varphi) \rangle \end{cases} \quad (\text{II.26}) \quad S_0^2 \geq S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 \quad (\text{II.27})$$

IV.1.3 Vecteur de Stokes d'une onde complètement dépolarisée

Dans le cas particulier d'une onde complètement dépolarisée, tous les états de polarisation sont présents de façon statistiquement égale. Nous pouvons donc écrire à partir de l'écriture (II.26) :

$$\begin{cases} \langle E_{0x}^2 \rangle = \langle E_{0y}^2 \rangle \\ \langle E_{0x} E_{0y} \cos(\varphi) \rangle = \langle E_{0x} E_{0y} \rangle \langle \cos(\varphi) \rangle \\ \langle E_{0x} E_{0y} \sin(\varphi) \rangle = \langle E_{0x} E_{0y} \rangle \langle \sin(\varphi) \rangle \end{cases} \quad (\text{II.28})$$

Or les composantes du champ électrique ne sont pas corrélées en phase :

$$\langle \cos(\varphi) \rangle = \langle \sin(\varphi) \rangle = 0 \quad (\text{II.29})$$

A partir de (II.21) et (II.27), le vecteur de Stokes d'une onde complètement dépolarisée peut s'écrire comme suit :

$$\vec{S}_{CD} = S_0 \begin{bmatrix} 1 \\ S_1/S_0 \\ S_2/S_0 \\ S_3/S_0 \end{bmatrix} = S_0 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.30})$$

IV.1.4 Vecteur de Stokes d'une onde partiellement polarisée

Le formalisme de Stokes permet d'exprimer la superposition incohérente de deux ondes lumineuses. Le vecteur de Stokes d'une onde partiellement polarisée peut ainsi se décomposer de la façon suivante :

$$\vec{S}_{PP} = \vec{S}_{CP} + \vec{S}_{CD} = \begin{bmatrix} \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2} \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_0 - \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.31})$$

Où \vec{S}_{PP} , \vec{S}_{CP} , \vec{S}_{CD} décrivent respectivement des ondes partiellement polarisée, complètement polarisée et complètement dépolarisée. Notons que cette décomposition est unique.

Des exemples de vecteurs de Stokes sont donnés en Annexe 2.B.

IV.1.5 Degré de polarisation

Le degré de polarisation P , pour un état de polarisation pur donné (un azimuth et une ellipticité donnés), est défini à partir de la relation (II.26) tel que :

$$P(\alpha, \varepsilon) = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0} \quad (\text{II.32})$$

Nous pouvons alors distinguer les trois cas suivants :

- Si $P=0$, l'onde est complètement dépolarisée.
- Si $0 < P < 1$, l'onde est partiellement polarisée.
- Si $P=1$, l'onde est complètement polarisée.

IV.2 Matrice de Mueller

IV.2.1 Définition

Étant donné que le vecteur de Stokes représente l'état de polarisation d'une onde optique, qu'elle soit polarisée ou non (**Figure II.5**), Mueller a montré qu'il existe une relation linéaire entre les vecteurs de Stokes d'entrée \vec{S}_e et de sortie \vec{S}_s d'un système optique :

$$\vec{S}_s = [\mathbf{M}] \cdot \vec{S}_e \text{ avec } [\mathbf{M}] = \begin{bmatrix} M_{00} & M_{01} & M_{02} & M_{03} \\ M_{10} & M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{20} & M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{30} & M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{II.33})$$

Où $[\mathbf{M}]$ est de dimension 4×4 avec 16 coefficients réels M_{ij} . Notons au passage que la matrice de Mueller $[\mathbf{M}(\vec{k}, \lambda)]$ d'un milieu est toujours fonction de la direction de propagation \vec{k} et de sa longueur d'onde λ .

Le formalisme de Stokes-Mueller, associé à des dimensions énergétiques, présente l'avantage que toutes les grandeurs exploitées sont réelles et mesurables. Il permet donc de prendre en compte les phénomènes de dépolarisation.

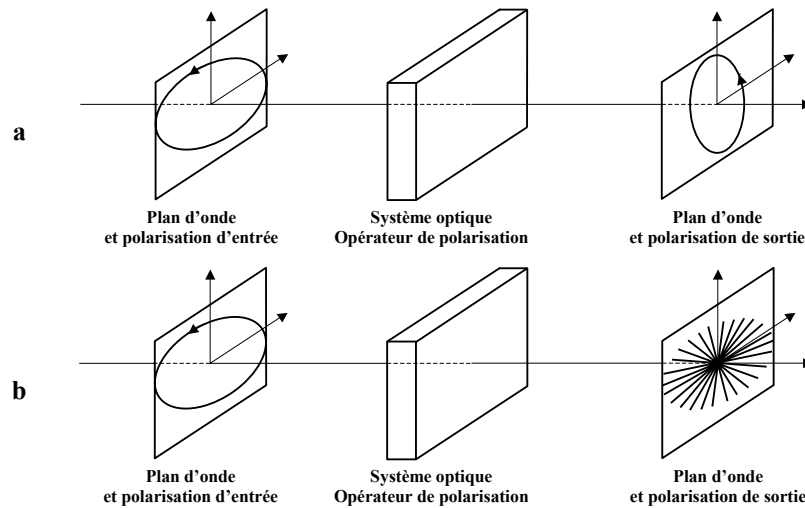


Figure II.5 : Modification de l'état de polarisation par un système optique.
a : milieu non dépolarisant, b : milieu dépolarisant.

Comme pour le formalisme de Jones, ce formalisme est tout à fait approprié pour décrire un système optique complexe composé de n éléments en cascade. Ainsi le vecteur de Stokes d'une onde optique en sortie, est obtenu par multiplication matricielle des matrices de Mueller des n sous-systèmes avec le vecteur de Stokes d'entrée :

$$\vec{S}_s = [M_n] \cdot [M_{n-1}] \dots [M_2] \cdot [M_1] \cdot \vec{S}_e = [M] \cdot \vec{S}_e \quad (\text{II.34})$$

Le formalisme matriciel (Mueller, Jones) est adapté à la caractérisation d'un milieu. En effet, il suffit de connaître la matrice de Mueller qui lui est associé pour remonter à ses différentes propriétés polarimétriques. Cependant, il faudra faire l'hypothèse que ce milieu est linéaire (d'un point de vue mathématique).

IV.2.2 Critère de discrimination : Indice de dépolarisation

Un paramètre souvent exploité, à partir de la matrice de Mueller $[M]$, est l'indice de dépolarisation P_d [2.10], [2.11]. Il est similaire au degré de polarisation P introduit pour les vecteurs de Stokes (II.32), puisqu'il traduit le caractère dépolarisant ou non du milieu décrit par $[M]$. Il est défini à partir de tous les éléments M_{ij} de la matrice de Mueller de telle sorte qu'il donne une mesure moyenne du pouvoir dépolarisant d'un système optique :

$$P_d = \sqrt{\frac{\sum_{i,j=0}^3 M_{ij}^2 - M_{00}^2}{3M_{00}^2}} \quad \text{avec } 0 \leq P_d \leq 1 \quad (\text{II.35})$$

Nous pouvons alors distinguer les trois cas suivants :

- Si $P_d=0$ le milieu est complètement dépolarisant.
- Si $0 < P_d < 1$ le milieu dépolarise partiellement.
- Si $P_d=1$ le milieu ne dépolarise pas.

[2.10] J. J. GIL, E. BERNABEU, "A depolarization criterion in Mueller matrices", Opt. Act., vol. **32**, n° 3, 259-261 (1985).

[2.11] J. J. GIL, E. BERNABEU, "Depolarization and polarization indices of an optical system", Opt. Act., vol. **33**, 185-189 (1986).

IV.2.3 Cas particulier : Matrice de Mueller-Jones

IV.2.3.1 Définition

Une matrice de Jones, de dimension 2×2 , contient huit paramètres indépendants (parties réelle et imaginaire des quatre éléments de la matrice) ou sept paramètres si la phase absolue est exclue. Une matrice de Mueller, de dimension 4×4 contient au plus seize paramètres indépendants, y compris l'information de dépolarisation.

Une matrice de Mueller-Jones est une matrice de Mueller non dépolarisante ($P_d=1$) comprenant seulement sept paramètres indépendants.

Remarquons qu'il est toujours possible de transformer une matrice de Jones en une matrice de Mueller, mais l'inverse n'est pas nécessairement vrai (notamment dans le cas des milieux dépolarisants).

IV.2.3.2 Passage d'une matrice de Jones à une matrice de Mueller

Une matrice de Mueller-Jones $[M_J]$ peut s'exprimer en fonction d'une matrice de Jones $[J]$ selon l'expression :

$$[M_J] = [A] \cdot ([J] \otimes [J]^*) \cdot [A]^{-1} \quad (\text{II.36})$$

où \otimes représente le produit tensoriel (ou produit de kronecker) et $[A]$ la matrice de transformation de Jones en Mueller suivante :

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & i & -i & 0 \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad [A]^{-1} = \frac{1}{2} [A]^\dagger \quad (\text{II.37})$$

Remarque :

Si deux matrices de Jones $[J]$ et $[J']$ sont définies comme suit :

$$[J'] = e^{i\phi} [J] \quad (\text{II.38})$$

Alors les matrices de Mueller-Jones $[M_J]$ et $[M_{J'}]$ associées respectivement à $[J]$ et $[J']$ sont identiques.

IV.2.3.3 Condition pour que M soit une matrice de Mueller-Jones

Pour que $[M]$ puisse être transformée en une matrice de Jones $[J]$, il faut que cette matrice de Mueller soit une Mueller-Jones. De nombreux travaux ont porté sur l'étude des conditions qui font que $[M]$ puisse être associée à une matrice de Jones. Il faut notamment retenir ceux de R. SIMON [2.12], S. R. CLOUDE [2.13], [2.14] et D. G. M. ANDERSON et R. BARAKAT [2.15]. Nous avons choisi de les résumer ici afin de faire apparaître une condition nécessaire et suffisante.

[2.12] R. SIMON, "The connection between Mueller and Jones matrices of polarization optics", Optics Communication, vol. 42, n° 5, 293-297 (1982).

[2.13] S. R. CLOUDE, "Group theory and polarisation algebra", Optik, vol. 75, n° 1, 26-36 (1986).

[2.14] S. R. CLOUDE, "Lie groups in electromagnetic wave propagation and scattering", Journal of electromagnetic waves and application, vol. 6, n° 8, 947-974 (1992).

[2.15] D.G.M. ANDERSON, R. BARAKAT, "Necessary and sufficient conditions for a Mueller matrix to be derivable from a Jones matrix", J. O. S. A. A, vol. 11, n° 8, 2305-2319 (1994).

Soit $[M]$ la matrice de Mueller d'un système optique (dépolarisant ou non). Nous pouvons alors écrire la matrice de passage $[F]$ telle que :

$$[F] = [A]^{-1} \cdot [M] \cdot [A] \quad (\text{II.39})$$

Une matrice $[N]$ dont les éléments s'écrivent à partir des coefficients de $[F]$ peut ainsi être définie :

$$N_{ij,kl} = F_{ik,jl} \text{ avec } i, j, k, l = 1, 2 \quad (\text{II.40})$$

Soit en développant par rapport aux seize coefficients M_{ij} de la matrice de Mueller :

$$[N] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} M_{00} + M_{11} + M_{01} + M_{10} & M_{02} + M_{12} + i(M_{03} + M_{13}) & M_{20} + M_{21} - i(M_{30} + M_{31}) & M_{22} + M_{33} + i(M_{23} - M_{32}) \\ M_{02} + M_{12} - i(M_{03} + M_{13}) & M_{00} - M_{11} - M_{01} + M_{10} & M_{22} - M_{33} - i(M_{23} + M_{32}) & M_{20} - M_{21} - i(M_{30} - M_{31}) \\ M_{20} + M_{21} + i(M_{30} + M_{31}) & M_{22} - M_{33} + i(M_{23} + M_{32}) & M_{00} - M_{11} + M_{01} - M_{10} & M_{02} - M_{12} + i(M_{03} - M_{13}) \\ M_{22} + M_{33} - i(M_{23} - M_{32}) & M_{20} - M_{21} + i(M_{30} - M_{31}) & M_{02} - M_{12} - i(M_{03} - M_{13}) & M_{00} + M_{11} - M_{01} - M_{10} \end{bmatrix} \quad (\text{II.41})$$

$$\text{avec } \text{Tr}([N]) = 2M_{00} \quad (\text{II.42})$$

La matrice $[N]$, hermitienne définie semi-positive par construction, est diagonalisable et possède quatre valeurs propres réelles λ_i associées à quatre matrices $[N_i]$ telle que :

$$[N] = \lambda_0 [N_0] + \lambda_1 [N_1] + \lambda_2 [N_2] + \lambda_3 [N_3] \text{ avec } |\lambda_0| \geq |\lambda_1| \geq |\lambda_2| \geq |\lambda_3| \quad (\text{II.43})$$

Où les matrices $[N_i]$ sont construites à partir de vecteurs propres colonnes \vec{W}_i orthogonaux entre eux :

$$[N_i] = \vec{W}_i \vec{W}_i^+ \quad (\text{II.44})$$

Si $[M]$ est une matrice de Mueller-Jones, la relation suivante doit être vérifiée.

$$[N]^2 = \text{Tr}([N]) \cdot [N] \quad (\text{II.45})$$

$[N]$ ne satisfait l'équation (II.45) que si et seulement si $\lambda_0 = 2M_{00}$ et $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0$. Une condition nécessaire et suffisante pour que $[M]$ soit une matrice de Mueller-Jones est que $[N]$ ne possède qu'une seule valeur propre non nulle.

IV.2.3.4 Passage d'une matrice de Mueller-Jones à une matrice de Jones

Soit $[M]$ une matrice de Mueller-Jones définie telle que la relation (II.45) soit vérifiée. Il est alors possible d'écrire la matrice $[N]$ qui lui est associée de la façon suivante :

$$[N] = \lambda_0 [N_0] = \lambda_0 \vec{W}_0 \vec{W}_0^+ \quad (\text{II.46})$$

Avec :

$$\sqrt{\lambda_0} \vec{W}_0 = \begin{bmatrix} J_{11} \\ J_{12} \\ J_{21} \\ J_{22} \end{bmatrix} \quad (\text{II.47})$$

Où les J_{ij} sont les éléments de la matrice de Jones $[J]$.

Il est alors possible d'observer que dans le cas d'une matrice de Mueller-Jones, la matrice de passage $[F]$ (II.39) peut directement s'écrire en fonction de la matrice de Jones $[J]$ qui lui est associée :

$$[F] = [J] \otimes [J]^* \quad (\text{II.48})$$

La détermination de la matrice de Jones associée (à un facteur près) à une matrice de Mueller-Jones se fait donc aisément à partir du vecteur propre (II.47) correspondant à la valeur propre non nulle de $[N]$.

IV.3 Conclusion

Le formalisme de Stokes-Mueller présente certains avantages :

- Toutes les grandeurs sont réelles et mesurables.
- Il permet de prendre en compte les phénomènes de dépolarisation.
- Le caractère matriciel est adapté à la caractérisation d'un milieu linéaire.

V La sphère de Poincaré

Les différents formalismes matriciels présentés précédemment permettent de caractériser l'état de polarisation d'un faisceau traversant un ou plusieurs éléments optiques successifs. Cependant, il n'est pas toujours facile, à première vue, d'interpréter tel vecteur de polarisation, ni même de déterminer l'évolution d'un état de polarisation lors de la traversée d'un milieu. Henri POINCARÉ, en 1892, a montré qu'il était possible de résoudre ce problème de façon géométrique [2.2]. Il a montré qu'à chaque état de polarisation pur d'une onde lumineuse est associé un point sur une sphère.

V.1 Représentation d'un état pur de polarisation sur la sphère de Poincaré

Nous pouvons représenter géométriquement l'état de polarisation dans le but d'interpréter le vecteur de polarisation. La projection sur une sphère d'un état de polarisation pur correspond à un point P dont les coordonnées (x,y,z) (II.49) sont définies en fonction des deux paramètres caractéristiques de l'ellipse de polarisation : l'ellipticité ε et l'azimut α (Figure II.6).

$$P : \begin{cases} x = \frac{S_1}{S_0} = \cos(2\varepsilon)\cos(2\alpha) \\ y = \frac{S_2}{S_0} = \cos(2\varepsilon)\sin(2\alpha) \\ z = \frac{S_3}{S_0} = \sin(2\varepsilon) \end{cases} \quad (\text{II.49})$$

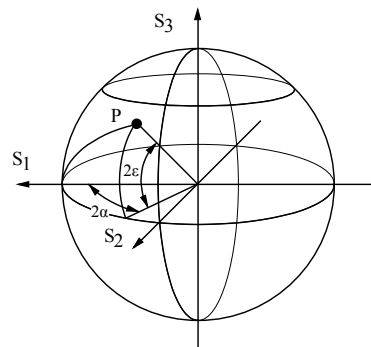


Figure II.6 : Sphère de Poincaré.

Nous observons que les coordonnées (x,y,z) correspondent aux composantes du vecteur de Stokes normalisé défini par l'équation précédente. Le rayon de la sphère dépend du degré de polarisation. Un état partiellement ou totalement dépolarisé peut ainsi être représenté.

V.2 Représentation de différents états de polarisation

La figure II.7 présente la localisation des principaux états de polarisation sur la sphère de Poincaré :

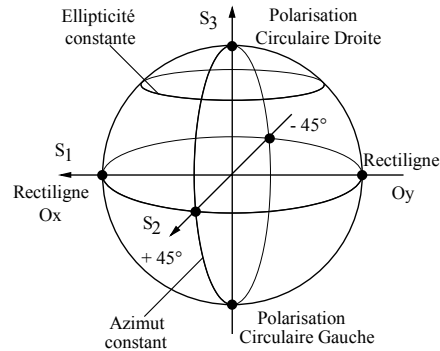


Figure II.7 : Représentation des principaux états de polarisation sur la sphère de Poincaré.

Remarque :

- Les polarisations rectilignes sont représentées par des points sur l'équateur (ellipticité nulle).
- Les polarisations circulaires sont représentées aux pôles : Les pôles nord et sud correspondent respectivement à un état de polarisation circulaire droite et gauche.
- Les hémisphères nord et sud correspondent respectivement aux polarisations elliptiques droites et gauches.
- Deux états de polarisation orthogonaux sont représentés par deux points diamétralement opposés sur la sphère.

V.3 Intérêt de la Sphère de Poincaré

Cette représentation est unique : chaque point de la sphère représente un état de polarisation différent et réciproquement. Nous pouvons suivre l'évolution d'un état de polarisation à travers un système optique : elle se traduit par le déplacement du point représentatif de cet état sur la sphère.

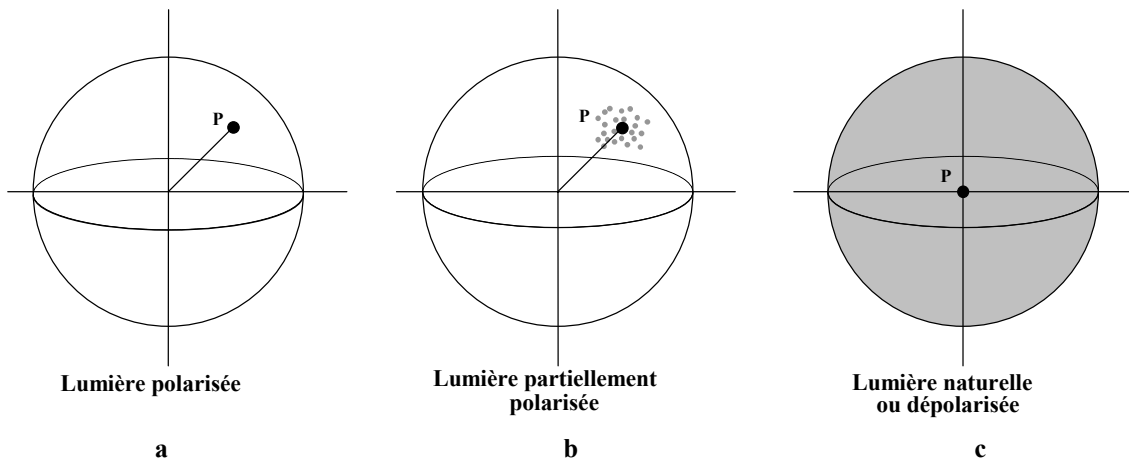


Figure II.8 : Représentation des différents types de lumière sur la sphère de Poincaré.

Cette représentation a pour autre intérêt de représenter le cas de lumière partiellement ou totalement dépolarisée (**Figure II.8.b,c**).

Dans le cas d'une lumière partiellement polarisée, les points représentatifs ne sont pas regroupés uniformément mais se regroupent autour du point correspondant à la valeur la plus probable de l'état de polarisation (**Figure II.8.b**). Plus la distribution sera étroite autour du point central, plus la lumière se comportera comme une lumière polarisée caractérisée par un état donné.

Une lumière complètement dépolarisée peut être considérée comme la résultante d'un mélange de tous les états de polarisation, ceux-ci étant équirépartis sur la sphère. La représentation est alors le point à l'intersection des axes de la sphère (**Figure II.8.c**).

VI Conclusion

Nous avons donc montré qu'il existe deux approches de l'analyse des phénomènes de polarisation : le formalisme de Jones et celui de Stokes-Mueller. Bien sûr, d'autres représentations existent mais elles sont beaucoup moins utilisées. Citons par exemple celle basée sur les quaternions **[2.16]** qui s'apparente à celle des vecteurs de Stokes et qui, comme elle, résout le problème de la somme incohérente de lumières polarisées mais elle ne permet pas de décrire le phénomène de dépolarisation.

Les formalismes de Jones et de Stokes-Mueller, qui relèvent de l'algèbre linéaire, présentent des similarités mais également des différences non négligeables **[2.17]** :

- Le formalisme de Jones convient plus à une approche théorique de la polarisation car son calcul porte sur les amplitudes et les phases. Tandis que le formalisme de Stokes-Mueller traite d'intensités mesurables, il est donc adapté à une étude expérimentale.
- Comme la représentation de Jones permet d'obtenir l'information de phase, elle peut être utilisée pour étudier la combinaison de deux ondes cohérentes dans les dispositifs interférentiels.
- Le formalisme de Jones s'applique à des problèmes concernant des ondes optiques totalement polarisées mais ne traite pas la dépolarisation. Le calcul de Stokes-Mueller, quant à lui, peut être utilisé dans tous les cas, que la lumière soit naturelle, partiellement polarisée ou complètement polarisée.

La peau, milieu très complexe de par sa structure et ses constituants est un tissu biologique fortement diffusant et donc dépolarisant qui peut éventuellement présenter des propriétés de biréfringence et de dichroïsme. Par conséquent, seul le formalisme de Stokes-Mueller est adapté à notre étude expérimentale puisqu'il permet de remonter et de quantifier toutes les transformations polarimétriques engendrées par un milieu. Cependant, pour pouvoir utiliser ce formalisme matriciel, nous devons faire l'hypothèse que la peau est un milieu linéaire.

L'utilisation du formalisme de Stokes-Mueller associé à la représentation de la sphère de Poincaré nous permettra de décrire simplement les phénomènes observés (dépolarisation isotrope ou non). Toutefois, lors de l'interprétation des matrices de Mueller expérimentales obtenues, nous serons amenés à faire appel au formalisme de Jones lorsqu'il s'agira de décomposer ces matrices en éléments simples et d'appréhender le bruit expérimental qui leur est associé.

[2.16] P. PELLAT FINET, "Représentation des états et des opérateurs de polarisation de la lumière par des quaternions", Opt. Act., vol. **31**, 415-434 (1984).

[2.17] W. SHURCLIFF, Polarized Light, Harvard University Press (1962).

Chapitre 3

Représentation en éléments simples des milieux optiques

I	INTRODUCTION	53
II	DIATTENUATEURS	54
II.1	DEFINITION	54
II.2	REPRESENTATION GENERALE : DIATTENUATEUR ELLIPTIQUE HOMOGENE	54
II.2.1	MATRICE DE JONES DU DIATTENUATEUR ELLIPTIQUE HOMOGENE	55
II.2.2	MATRICE DE MUELLER DU DIATTENUATEUR ELLIPTIQUE HOMOGENE	56
II.3	PROPRIETES DE LA MATRICE DE MUELLER DU DIATTENUATEUR	57
II.3.1	MATRICE DE MUELLER SYMETRIQUE	57
II.3.2	TRANSMITTANCE	57
II.3.3	DIATTENUATION	57
II.3.4	VECTEUR DIATTENUATION	57
II.3.5	MATRICE DE MUELLER REDUITE	58
II.3.6	DIATTENUATIONS LINEAIRE ET CIRCULAIRE	58
II.3.7	REPRESENTATION DE POINCARE	58
II.4	CAS PARTICULIERS	59
II.4.1	CAS IDEAL : LE POLARISEUR PARFAIT	59
II.4.2	ELEMENT POLARISANT NON IDEAL	60
II.4.3	POLARISEUR CIRCULAIRE "INHOMOGENE"	60
II.4.4	DIFFERENTS POLARISEURS DICHROÏQUES HOMOGENES	60
III	RETARDATEURS	63
III.1	DEFINITION	63
III.2	REPRESENTATION GENERALE : RETARDATEUR ELLIPTIQUE HOMOGENE	63
III.2.1	MATRICE DE JONES DU RETARDATEUR ELLIPTIQUE HOMOGENE	64
III.2.2	MATRICE DE MUELLER DU RETARDATEUR ELLIPTIQUE HOMOGENE	65
III.3	PROPRIETES DE LA MATRICE DE MUELLER DU RETARDATEUR	65
III.3.1	MATRICE DE MUELLER UNITAIRE	65
III.3.2	RETARDANCE	66
III.3.3	VECTEUR RETARDANCE	66
III.3.4	MATRICE DE MUELLER REDUITE	66
III.3.5	RETARDANCES LINEAIRE ET CIRCULAIRE	66
III.3.6	REPRESENTATION DE POINCARE	67
III.4	CAS PARTICULIERS	67
III.4.1	LAME QUART D'ONDE	68
III.4.2	ROTATEURS	68
III.4.3	DIFFERENTS BIREFRINGENTS ELLIPTIQUES	69
IV	DEPOLARISEURS	71
IV.1	DEFINITION	71
IV.2	LES DIFFERENTS DEPOLARISEURS	71
IV.2.1	DEPOLARISEUR IDEAL	71
IV.2.2	DEPOLARISEUR ISOTROPE	71
IV.2.3	DEPOLARISEUR ANISOTROPE	72
IV.2.4	DEPOLARISEUR : CAS GENERAL	72
IV.3	REPRESENTATION GEOMETRIQUE DES DEPOLARISEURS	73
IV.3.1	SPHERE DE POINCARE DE L'ENSEMBLE DES ETATS PURS	73
IV.3.2	DEGRE DE POLARISATION	74
IV.3.3	ELLIPSOÏDE DE POINCARE	75
IV.3.4	SURFACE DE POLARISATION	75
IV.3.5	ILLUSTRATION	76
V	CONCLUSION	78

I Introduction

Nous venons de voir que le formalisme de Stokes-Mueller offre de réels avantages dans l'étude des propriétés polarimétriques de milieux optiques. En mesurant la matrice de Mueller d'un milieu, nous sommes capables de remonter, sous certaines conditions, aux propriétés physiques de ce dernier, comme :

- le dichroïsme (effet d'amplitude)
- la biréfringence (effet de phase)
- l'activité optique (effet de rotation), cas particulier de la biréfringence
- la dépolarisation (effets d'amplitude et de phase aléatoires)

Si la matrice de Mueller $[M_{JH}]$ est une matrice de Mueller-Jones homogène (non dépolarisante, vibrations propres orthogonales), il est possible de remonter directement à l'information polarimétrique. En effet, dans le cas le plus général (présence du dichroïsme et de la biréfringence sous différentes formes) elle s'écrit sous la forme suivante **[3.1]** :

$$[M_{JH}] = \begin{bmatrix} w & a & b & c \\ a & x & -f & -e \\ b & f & y & -d \\ c & e & d & z \end{bmatrix} \quad (\text{III.1})$$

Ou chacune des paires d'éléments non diagonaux peut être reliée aux propriétés suivantes :

- a : dichroïsme linéaire (horizontal ou vertical)
- b : dichroïsme linéaire (orienté à 45° ou 135°)
- c : dichroïsme circulaire (gauche ou droite)
- d : biréfringence linéaire (horizontal ou vertical)
- e : biréfringence linéaire (orienté à 45° ou 135°)
- f : biréfringence circulaire (gauche ou droite)

Mais la lecture d'une matrice de Mueller peut ne pas être immédiate si la symétrie entre les éléments non diagonaux est brisée. Or c'est le cas lorsque cette matrice est obtenue expérimentalement (présence de bruit sur tous les éléments) ou/et caractéristique d'un milieu dépolarisant ou/et inhomogène (états propres de polarisation non orthogonaux).

Puisque notre étude polarimétrique concerne un milieu fortement dépolarisant, il est nécessaire de découpler tout effet physique si nous voulons remonter aux propriétés éventuelles de biréfringence et de dichroïsme. Une solution consiste à décomposer toute matrice de Mueller en éléments simples puis de quantifier leurs effets respectifs en recherchant leurs invariants (retardance, diatténuation et indice de dépolarisation par exemple). De plus, lorsque la matrice de Mueller est obtenue expérimentalement, il est nécessaire d'estimer le bruit et de le filtrer.

Dans ce chapitre, nous présenterons les différents éléments optiques simples (diatténuateur, retardateur, rotateur, dépolariseur) ainsi que leurs matrices de Mueller. Mais auparavant, nous devons décrire le phénomène physique associé à chacun. En effet, lorsqu'une onde optique polarisée interagit avec un milieu, son état de polarisation est toujours transformé (**Figure III.1**). Cette modification peut affecter les états propres (orthogonaux) suivant :

- l'amplitude
- la phase
- la direction
- la dépolarisation

[3.1] R. A. CHIPMAN, Handbook of Optics, M. Bass, ed. Optical Society of America, Washington, 2^{ème} édition (1995).

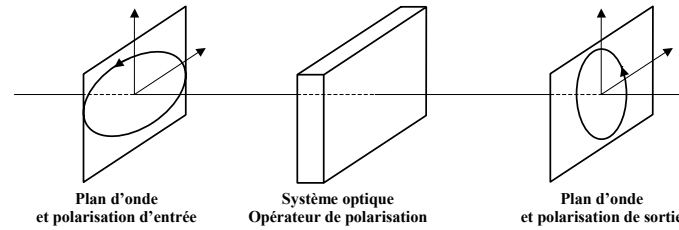


Figure III.1 : Modification de l'état de polarisation par un système optique.

Un élément optique qui transforme inégalement les amplitudes des états propres incidents est appelé diatténuateur (ou polariseur lorsque un des états propres incidents est totalement transmis et l'autre totalement atténué).

De la même façon, un élément optique qui introduit un retard (ou une différence de phase) entre les états propres incidents se nomme retardateur (ou déphaseur, biréfringent).

Si l'élément optique fait tourner d'un angle les composantes orthogonales incidentes, il est appelé rotateur (ce dernier étant un cas particulier du retardateur).

Et finalement, si l'énergie d'un état de polarisation est transférée vers un état partiellement ou complètement dépolarisé alors cet élément se nomme dépolariseur.

II Diatténuateurs

II.1 Définition

Un diatténuateur (ou polariseur partiel ou polariseur dichroïque) est un élément optique non dépolarisant qui change l'amplitude des composantes orthogonales du champ électrique incident. Il se comporte comme un atténuateur anisotrope, l'intensité transmise dépendant de l'état de polarisation de l'onde incidente.

II.2 Représentation générale : diatténuateur elliptique homogène

La forme élémentaire la plus générale du diatténuateur est celle où les états propres, orthogonaux entre eux, sont elliptiques (Figure III.2). Les valeurs propres portées par ces vibrations sont réelles, puisque cet élément affecte l'amplitude et non la phase des composantes orthogonales de l'onde incidente, et sont notées P_1 et P_2 (Figure III.2).

Le diatténuateur elliptique homogène est donc la représentation générale d'un polariseur et son action sur une onde incidente non polarisée est représentée sur la figure ci-dessous.

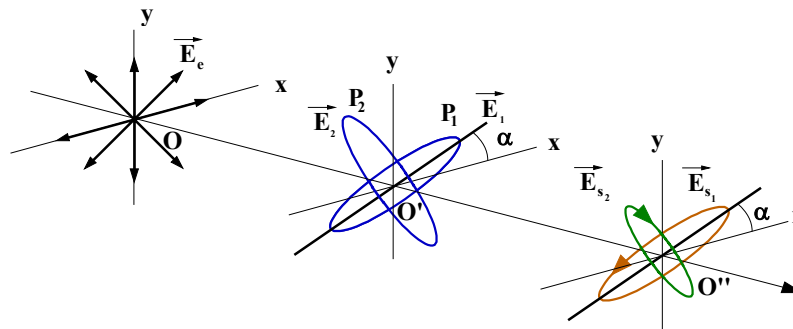


Figure III.2 : Action d'un diatténuateur elliptique homogène.

Un diatténuateur est généralement caractérisé par sa diatténuation **[3.2]** (ou dichroïsme) D :

$$D = \frac{T_{\max} - T_{\min}}{T_{\max} + T_{\min}} \text{ avec } 0 \leq D \leq 1 \quad (\text{III.2})$$

Où les transmittances en énergie minimum T_{\min} et maximum T_{\max} sont définies suivant les deux axes propres :

$$\begin{cases} T_{\max} = P_1^2 \\ T_{\min} = P_2^2 \end{cases} \text{ avec } P_1, P_2 \text{ valeurs propres} \quad (\text{III.3})$$

Ce paramètre permet de quantifier la diatténuation et de déterminer, le cas échéant, si cet élément se comporte comme un polariseur parfait. En effet :

- Si $D=1$, le diatténuateur est un polariseur parfait.
- Si $0 < D < 1$, le diatténuateur se comporte comme un polariseur partiel.
- Si $D=0$, la transmission en intensité de cet élément ne dépend pas de l'état de polarisation incident. C'est notamment le cas du retardateur que nous traiterons par la suite.

A noter qu'il est également possible de caractériser le diatténuateur par son taux d'extinction τ tel que :

$$\tau = \frac{T_{\max}}{T_{\min}} \quad (\text{III.4})$$

Si nous voulons décomposer nos matrices de Mueller expérimentales en éléments simples, il est indispensable de remonter à la matrice de Mueller $[M_D]$ du diatténuateur elliptique homogène. Mais au préalable, nous devons passer par sa matrice de Jones $[J_D]$ qui est obtenue à partir de ses états propres.

II.2.1 Matrice de Jones du diatténuateur elliptique homogène

Rappelons que le diatténuateur elliptique est défini tel que :

- Cet élément est choisi homogène (états propres supposés orthogonaux).
- Les états propres sont elliptiques tels que les vecteurs propres normalisés sont de la forme suivante :

$$\vec{E}_1 = \begin{bmatrix} \cos(\nu) \\ \sin(\nu)e^{i\phi} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{E}_2 = \begin{bmatrix} -\sin(\nu)e^{-i\phi} \\ \cos(\nu) \end{bmatrix} \quad (\text{III.5})$$

Ils ont pour azimuts respectifs α et $\alpha+90^\circ$ et pour ellipticités ε et $-\varepsilon$ (**Figure III.3**).

- Les valeurs propres réelles respectives P_1 et P_2 sont choisies arbitrairement telles que $P_1 > P_2$.

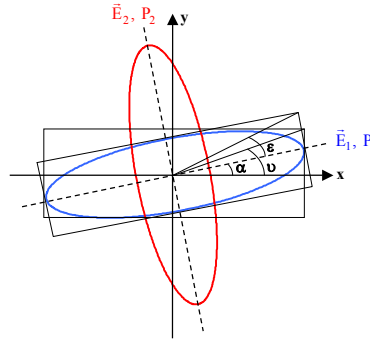


Figure III.3 : Etats propres d'un diatténuateur elliptique homogène.

Dans le repère (0xy) nous obtenons donc la matrice de Jones $[J_D]$ d'un diatténuateur elliptique (Figures III.2 et III.3) via la formule (II.16) :

$$[J_D] = \begin{bmatrix} \cos(\nu) & -\sin(\nu)e^{-i\varphi} \\ \sin(\nu)e^{i\varphi} & \cos(\nu) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\nu) & \sin(\nu)e^{-i\varphi} \\ -\sin(\nu)e^{i\varphi} & \cos(\nu) \end{bmatrix} \quad (\text{III.6})$$

Nous obtenons alors [3.3], [3.4] :

$$[J_D] = \begin{bmatrix} P_1 \cos^2(\nu) + P_2 \sin^2(\nu) & (P_1 - P_2)e^{-i\varphi} \cos(\nu) \sin(\nu) \\ (P_1 - P_2)e^{i\varphi} \cos(\nu) \sin(\nu) & P_1 \sin^2(\nu) + P_2 \cos^2(\nu) \end{bmatrix} \quad (\text{III.7})$$

II.2.2 Matrice de Mueller du diatténuateur elliptique homogène

Et à partir de $[J_D]$ en utilisant l'équation (II.36) nous trouvons la matrice de Mueller $[M_D]$ du diatténuateur elliptique homogène :

$$[M_D] = \begin{bmatrix} q_1 & q_2 C_{2\nu} & q_2 S_{2\nu} C_\varphi & q_2 S_{2\nu} S_\varphi \\ q_2 C_{2\nu} & q_1 C_{2\nu}^2 + q_3 S_{2\nu}^2 & C_{2\nu} S_{2\nu} C_\varphi (q_1 - q_3) & C_{2\nu} S_{2\nu} S_\varphi (q_1 - q_3) \\ q_2 S_{2\nu} C_\varphi & C_{2\nu} S_{2\nu} C_\varphi (q_1 - q_3) & C_\varphi^2 (q_1 S_{2\nu}^2 + q_3 C_{2\nu}^2) + q_3 S_\varphi^2 & C_\varphi S_\varphi S_{2\nu}^2 (q_1 - q_3) \\ q_2 S_{2\nu} S_\varphi & C_{2\nu} S_{2\nu} S_\varphi (q_1 - q_3) & C_\varphi S_\varphi S_{2\nu}^2 (q_1 - q_3) & S_\varphi^2 (q_1 S_{2\nu}^2 + q_3 C_{2\nu}^2) + q_3 C_\varphi^2 \end{bmatrix} \quad (\text{III.8})$$

$$\text{avec} \begin{cases} q_1 = \frac{1}{2}(P_1^2 + P_2^2), q_2 = \frac{1}{2}(P_1^2 - P_2^2), q_3 = P_1 P_2 \\ C_\varphi = \cos(\varphi), S_\varphi = \sin(\varphi), C_{2\nu} = \cos(2\nu), S_{2\nu} = \sin(2\nu) \end{cases}$$

Notons que, par soucis de simplicité, nous avons utilisé dans ces calculs ν et φ plutôt que α et ε . Il est possible de réécrire les matrices de Jones (III.7) et de Mueller (III.8) en fonction de l'azimut et l'ellipticité en utilisant les relations de passage (II.3).

LU et CHIPMAN [3.5] ont proposé une écriture synthétique de $[M_D]$ telle que :

$$[M_D] = [M_{D_{ij}}] = T_0 \begin{bmatrix} 1 & \vec{D}^T \\ \vec{D} & [m_D] \end{bmatrix} \quad (\text{III.9})$$

[3.3] H. G. JERRARD, "Modern description of polarized light : matrix methods", Optics and Laser Technology, 309-319 (1982).

[3.4] J. J. GIL, E. BERNABEU, "Obtainment of the polarizing and retardation parameters of a non-depolarizing optical system from the polar decomposition of its Mueller matrix", Optik, vol. 76, n° 2, 67-71 (1987).

[3.5] S. LU, R. A. CHIPMAN, "Interpretation of Mueller matrices based on polar decomposition", J. O. S. A. A., vol. 13, n° 5, 1106-1113 (1996).

Sachant que :

- T_0 est la transmittance pour une onde non polarisée.
- \vec{D} représente le vecteur diatténuation.
- $[m_D]$ est la matrice réduite 3x3 du diatténuateur.
- $M_{D_{ij}}$ sont les éléments de la matrice $[M_D]$ avec $i,j=0..3$.

Nous avons dit précédemment qu'il était possible de caractériser un diatténuateur en déterminant sa diatténuation D (III.2). Cependant ce paramètre n'est pas suffisant puisque certains éléments optiques peuvent avoir la même diatténuation, tout en ayant des matrices de Mueller différentes. En utilisant l'écriture synthétique de $[M_D]$ (III.9) il est possible de montrer que celle-ci est entièrement définie si la transmittance T_0 et le vecteur diatténuation \vec{D} sont connus. En effet, nous allons voir que $[m_D]$ peut s'exprimer en fonction de \vec{D} qui représente l'axe de transmission maximum (III.14).

II.3 Propriétés de la matrice de Mueller du diatténuateur

Nous présentons ci-dessous les propriétés de la matrice de Mueller $[M_D]$ (III.9).

II.3.1 Matrice de Mueller symétrique

La matrice de Jones d'un diatténuateur étant une matrice hermitienne, sa matrice de Mueller $[M_D]$ est une matrice symétrique puisque :

$$[M_D] = [M_D]^T \quad (\text{III.10})$$

II.3.2 Transmittance

Dans le cas général, la transmittance T_0 pour une onde non polarisée est définie par :

$$T_0 = M_{D_{00}} = q_1 = \frac{1}{2}(T_{\max} + T_{\min}) \quad (\text{III.11})$$

II.3.3 Diatténuation

La diatténuation D (III.2) peut aussi être directement obtenue à partir des éléments $M_{D_{ij}}$ de la matrice de Mueller du diatténuateur $[M_D]$:

$$D = \frac{q_2}{q_1} = \frac{\sqrt{M_{D_{01}}^2 + M_{D_{02}}^2 + M_{D_{03}}^2}}{M_{D_{00}}} \quad (\text{III.12})$$

II.3.4 Vecteur diatténuation

Le vecteur diatténuation (ou dichroïsme) \vec{D} est défini suivant l'axe propre dont la transmittance est maximum (T_{\max}). Il est obtenu à partir de la première ligne de la matrice de Mueller :

$$\vec{D} = D\hat{D} = \frac{1}{M_{D_{00}}} \begin{bmatrix} M_{D_{01}} \\ M_{D_{02}} \\ M_{D_{03}} \end{bmatrix} \quad \text{avec } \hat{D} \text{ vecteur unité représentant l'axe du dichroïsme.} \quad (\text{III.13})$$

II.3.5 Matrice de Mueller réduite

La matrice réduite $[m_D]$ d'un diatténuateur est définie à partir de \vec{D} telle que :

$$[m_D] = \sqrt{1-D^2} [I_3] + (1-\sqrt{1-D^2}) \hat{D} \hat{D}^T \quad (\text{III.14})$$

Sachant que $[m_D] \vec{D} = \vec{D}$ et $[I_3]$ représente la matrice identité 3×3 .

II.3.6 Diatténuations linéaire et circulaire

Mais il est aussi possible de décrire physiquement le vecteur diatténuation. En effet :

$$\vec{D} = \begin{bmatrix} D_H \\ D_{45} \\ D_C \end{bmatrix} \quad (\text{III.15})$$

Où :

- D_H est la diatténuation linéaire horizontale avec $-1 \leq D_H \leq 1$.
- D_{45} est la diatténuation linéaire à 45° avec $-1 \leq D_{45} \leq 1$.
- D_C est la diatténuation circulaire avec $-1 \leq D_C \leq 1$.

Dans certains cas, il est nécessaire de remonter à la diatténuation linéaire définie par la relation suivante :

$$D_L = \sqrt{D_H^2 + D_{45}^2} = \frac{\sqrt{M_{D_{01}}^2 + M_{D_{02}}^2}}{M_{D_{00}}} \text{ avec } 0 \leq D_L \leq 1 \quad (\text{III.16})$$

Un élément dichroïque est dit linéaire si sa diatténuation circulaire D_C est nulle. Tandis qu'il est dit circulaire s'il ne présente pas de diatténuation linéaire.

II.3.7 Représentation de Poincaré

Dans le cas le plus général, les vecteurs propres du diatténuateur sont elliptiques. Nous pouvons donc faire apparaître l'ellipticité et l'azimut de l'état propre principal (axe de transmittance maximum) dans le vecteur diatténuation :

$$\vec{D} = D \begin{bmatrix} \cos(2\nu) \\ \sin(2\nu)\cos(\varphi) \\ \sin(2\nu)\sin(\varphi) \end{bmatrix} = D \begin{bmatrix} \cos(2\varepsilon)\cos(2\alpha) \\ \cos(2\varepsilon)\sin(2\alpha) \\ \sin(2\varepsilon) \end{bmatrix} \quad (\text{III.17})$$

La matrice de Mueller $[M_D]$ comporte quatre degrés de liberté et est donc complètement caractérisée si nous connaissons T_0 , D , l'azimut α et l'ellipticité ε de l'état propre portant cette diatténuation. Il est alors possible de représenter l'action de ce diatténuateur sur la sphère de Poincaré normalisée (II.49) à partir de son vecteur diatténuation (III.17).

Soient P_e et P_s les projections respectives sur cette sphère normalisée des états de polarisation à l'entrée et à la sortie de cet élément optique simple caractérisé par $[M_D]$. Les points P_{Pmax} et P_{Pmin} représentent alors respectivement les axes de transmission maximum et minimum, sachant que le premier cité est aussi défini comme étant l'axe de diatténuation. Puisque $[M_D]$ a ses vibrations propres orthogonales (matrice homogène), P_{Pmin} est diamétralement opposé à P_{Pmax} sur la sphère de Poincaré (Figure III.4).

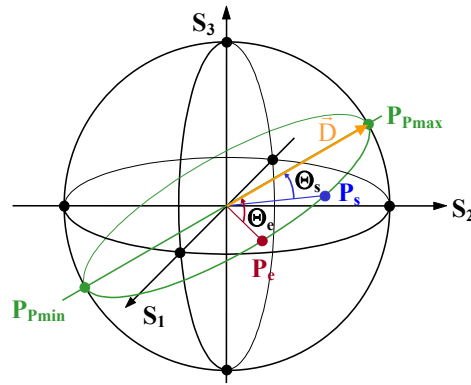


Figure III.4 : Représentation de l'action d'un diatténuateur elliptique homogène sur la sphère de Poincaré.

L'état de polarisation de sortie, décrit par P_s sur la sphère de Poincaré (Figure III.4), se trouve toujours dans le même plan contenant l'état de polarisation incident (P_e) et l'axe de diatténuation (P_{pmax}) [3.6] tel que :

$$\sin(\Theta_s) = \frac{\sqrt{1-D^2} \sin \Theta_e}{1 + D \cos \Theta_e} \text{ avec } \Theta_s \leq \Theta_e \quad (\text{III.18})$$

Où Θ_e est l'angle entre le vecteur diatténuation \vec{D} et l'état de polarisation incident et Θ_s l'angle entre l'axe de diatténuation et l'état de polarisation de sortie. Géométriquement parlant, le diatténuateur déplace juste l'état incident vers l'axe de transmittance maximum.

II.4 Cas particuliers

Nous présentons ci-dessous différents cas particuliers de diatténuateur homogène couramment utilisés. Nous en profiterons pour discuter également des polariseurs inhomogènes en traitant le cas particulier du polariseur circulaire.

II.4.1 Cas idéal : le polariseur parfait

Lorsque le polariseur est parfait (ou total), la diatténuation $D=1$ ($T_{min}=0$). Dans le cas du polariseur linéaire qui fait un angle α avec l'axe horizontal (Figure III.5), celui-ci transmet sans atténuation la composante de l'onde parallèle à sa direction de polarisation PP' et bloque totalement (par réflexion ou absorption) la composante orthogonale.

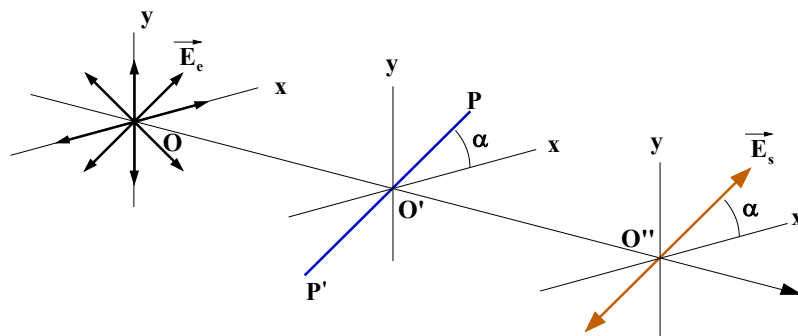


Figure III.5 : Action d'un polariseur linéaire parfait (ou total).

[3.6] S. Y. LU, "An interpretation of polarization matrices", PhD dissertation, Dept Physics, University of Alabama, Huntsville (1995).

Il est alors possible de remonter à la matrice de Mueller $[M_p]$ (III.19) d'un tel composant à partir des états propres orthogonaux définissant cet élément et des relations (II.16) et (II.36).

$$[M_p] = \frac{P_1^2}{2} \begin{bmatrix} 1 & C_{2\alpha} & S_{2\alpha} & 0 \\ C_{2\alpha} & C_{2\alpha}^2 & C_{2\alpha}S_{2\alpha} & 0 \\ S_{2\alpha} & C_{2\alpha}S_{2\alpha} & S_{2\alpha}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ avec } \begin{cases} C_{2\alpha} = \cos(2\alpha) \\ S_{2\alpha} = \sin(2\alpha) \end{cases} \quad (\text{III.19})$$

II.4.2 Élément polarisant non idéal

Il est illusoire de chercher à réaliser un polariseur parfait car il est impossible d'avoir un taux d'extinction infini (ou une diatténuation nulle). Cependant, il existe des types de polariseurs qui permettent de s'approcher du polariseur parfait :

- Polariseurs prismatiques à base de calcite (CaCO_3).
- Polariseurs dichroïques ("polaroid", matériau synthétique).

Bien que les performances du second ($\tau=500$) ne soient pas aussi bonnes que celles des polariseurs à base de calcite ($\tau=10000$) (exemple : les prismes de Glan-Thompson), il est couramment utilisé pour son très faible coût. Mais dans ce cas, sa matrice de Mueller n'est plus celle de (III.19) mais $[M_{pd}]$ (III.20) qui est celle caractéristique d'un polariseur linéaire dichroïque homogène orienté d'un angle α .

$$[M_{pd}] = \begin{bmatrix} q_1 & q_2 C_{2\alpha} & q_2 S_{2\alpha} & 0 \\ q_2 C_{2\alpha} & q_1 C_{2\alpha}^2 + q_3 S_{2\alpha}^2 & C_{2\alpha} S_{2\alpha} (q_1 - q_3) & 0 \\ q_2 S_{2\alpha} & C_{2\alpha} S_{2\alpha} (q_1 - q_3) & q_1 S_{2\alpha}^2 + q_3 C_{2\alpha}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_3 \end{bmatrix} \text{ avec } \begin{cases} q_1 = \frac{1}{2}(P_1^2 + P_2^2) \\ q_2 = \frac{1}{2}(P_1^2 - P_2^2) \\ q_3 = P_1 P_2 \\ C_{2\alpha} = \cos(2\alpha) \\ S_{2\alpha} = \sin(2\alpha) \end{cases} \quad (\text{III.20})$$

II.4.3 Polariseur circulaire "inhomogène"

Nous ne nous intéressons ici qu'aux polariseurs dont les états propres sont orthogonaux. Mais il est possible de réaliser des polariseurs circulaires de telle sorte que leur matrice de Mueller soit inhomogène. Pour ce faire, il suffit d'associer un polariseur suivi d'une lame quart d'onde dont les axes propres sont orientés à 45° et dans ce cas, les états propres caractérisant ce système optique ne sont plus orthogonaux.

II.4.4 Différents polariseurs dichroïques homogènes

Nous avons donc vu que le diatténuateur elliptique homogène (III.8) est la représentation générale d'un polariseur partiel $[M_D]$ (III.9).

Le tableau suivant présente différents types de diatténuateurs, leurs valeurs et vecteurs propres ainsi que leurs matrices de Jones et de Mueller. Nous rappelons que tous ces diatténuateurs ont une matrice de Mueller homogène puisque nous traitons le cas des éléments optiques simples.

Élément optique	Valeurs propres	Vecteurs propres	Matrice de Jones	Matrice de Mueller	Vecteur Diatténuation
Polariseur linéaire horizontal	P_1 0	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ P_1^2 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
Polariseur linéaire vertical	0 P_2	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ P_2^2 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
Polariseur linéaire dichroïque	P_1 P_2	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} q_1 & q_2 & 0 & 0 \\ q_2 & q_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ q_2 \\ q_1 \\ 0 \end{bmatrix}$
Polariseur linéaire (d'orientation α)	P_1 0	$\begin{bmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \\ -\sin(\alpha) \\ \cos(\alpha) \end{bmatrix}$	$P_1 \begin{bmatrix} \cos^2(\alpha) & \cos(\alpha)\sin(\alpha) \\ \cos(\alpha)\sin(\alpha) & \sin^2(\alpha) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & C_{2\alpha} & S_{2\alpha} & 0 \\ P_1^2 & C_{2\alpha} & C_{2\alpha}^2 & C_{2\alpha}S_{2\alpha} \\ 2 & S_{2\alpha} & C_{2\alpha}S_{2\alpha} & S_{2\alpha}^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} C_{2\alpha} \\ S_{2\alpha} \\ 0 \end{bmatrix}$
Polariseur linéaire dichroïque (d'orientation α)	P_1 P_2	$\begin{bmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \\ -\sin(\alpha) \\ \cos(\alpha) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} P_1 \cos^2(\alpha) + P_2 \sin^2(\alpha) & (P_1 - P_2) \cos(\alpha) \sin(\alpha) \\ (P_1 - P_2) \cos(\alpha) \sin(\alpha) & P_1 \sin^2(\alpha) + P_2 \cos^2(\alpha) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} q_1 & q_2 C_{2\alpha} & q_3 S_{2\alpha} & 0 \\ q_2 C_{2\alpha} & q_1 C_{2\alpha}^2 + q_3 S_{2\alpha}^2 & C_{2\alpha} S_{2\alpha} (q_1 - q_3) & 0 \\ q_3 S_{2\alpha} & C_{2\alpha} S_{2\alpha} (q_1 - q_3) & q_1 S_{2\alpha}^2 + q_3 C_{2\alpha}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} C_{2\alpha} \\ q_2 \\ q_1 \\ 0 \end{bmatrix}$
Polariseur linéaire (d'orientation 45°)	P_1 0	$\begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} P_1 & 1 \\ \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ P_1^2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

$$C_{2\alpha} = \cos(2\alpha)$$

$$S_{2\alpha} = \sin(2\alpha)$$

$$q_1 = \frac{1}{2}(P_1^2 + P_2^2)$$

$$q_2 = \frac{1}{2}(P_1^2 - P_2^2)$$

$$q_3 = P_1 P_2$$

Tableau III.1.a : Différentes formes de diatténuateur où x est défini comme l'axe horizontal.

Élément optique	Valeurs propres	Vecteurs propres	Matrice de Jones	Matrice de Mueller	Vecteur Diatténuation
Polariseur linéaire dichroïque (d'orientation 45°)	P_1	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} P_1 + P_2 & P_1 - P_2 \\ P_1 - P_2 & P_1 + P_2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} q_1 & 0 & q_2 & 0 \\ 0 & q_3 & 0 & 0 \\ q_2 & 0 & q_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ q_2 \\ 1 \\ q_1 \end{bmatrix}$
	P_2	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$			
Polariseur circulaire (droite)	P_1	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$	$\frac{P_1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -i \\ i & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ P_1^2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$
	0	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$			
Polariseur circulaire (gauche)	0	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$	$\frac{P_2}{2} \begin{bmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ P_2^2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
	P_2	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$			
Polariseur circulaire dichroïque	P_1	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{P_1 + P_2}{2} & -i \frac{P_1 - P_2}{2} \\ i \frac{P_1 - P_2}{2} & \frac{P_1 + P_2}{2} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 & q_2 \\ 0 & q_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 & 0 \\ q_2 & 0 & 0 & q_1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ q_2 \\ 0 \\ q_1 \end{bmatrix}$
	P_2	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$			
Polariseur elliptique	P_1	$\begin{bmatrix} \cos(\nu) \\ \sin(\nu)e^{i\varphi} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} P_1 \cos^2(\nu) & P_1 e^{-i\varphi} \cos(\nu) \sin(\nu) \\ P_1 e^{i\varphi} \cos(\nu) \sin(\nu) & P_1 \sin^2(\nu) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & C_{2\nu} & S_{2\nu} C_\varphi & S_{2\nu} S_\varphi \\ C_{2\nu} & C_{2\nu}^2 & C_{2\nu} S_{2\nu} C_\varphi & C_{2\nu} S_{2\nu} S_\varphi \\ S_{2\nu} C_\varphi & C_{2\nu} S_{2\nu} C_\varphi & C_\varphi^2 S_{2\nu}^2 & C_\varphi S_\varphi^2 S_{2\nu}^2 \\ S_{2\nu} S_\varphi & C_{2\nu} S_{2\nu} S_\varphi & C_\varphi S_\varphi^2 S_{2\nu}^2 & S_\varphi^2 S_{2\nu}^2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} C_{2\nu} \\ S_{2\nu} C_\varphi \\ S_{2\nu} S_\varphi \end{bmatrix}$
	0	$\begin{bmatrix} \cos(\nu) \\ -\sin(\nu)e^{-i\varphi} \end{bmatrix}$			
Polariseur elliptique dichroïque	P_1	$\begin{bmatrix} \cos(\nu) \\ \sin(\nu)e^{i\varphi} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} P_1 \cos^2(\nu) + P_2 \sin^2(\nu) & (P_1 - P_2)e^{-i\varphi} \cos(\nu) \sin(\nu) \\ (P_1 - P_2)e^{i\varphi} \cos(\nu) \sin(\nu) & P_1 \sin^2(\nu) + P_2 \cos^2(\nu) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} q_1 & q_2 C_{2\nu} & q_2 S_{2\nu} C_\varphi & q_2 S_{2\nu} S_\varphi \\ q_2 C_{2\nu} & q_1 C_{2\nu}^2 + q_3 S_{2\nu}^2 & C_{2\nu} S_{2\nu} C_\varphi (q_1 - q_3) & C_{2\nu} S_{2\nu} S_\varphi (q_1 - q_3) \\ q_2 S_{2\nu} C_\varphi & C_{2\nu} S_{2\nu} C_\varphi (q_1 - q_3) & C_\varphi^2 (q_1 S_{2\nu}^2 + q_3 C_{2\nu}^2) + q_3 S_\varphi^2 & C_\varphi S_\varphi^2 S_{2\nu}^2 (q_1 - q_3) \\ q_2 S_{2\nu} S_\varphi & C_{2\nu} S_{2\nu} S_\varphi (q_1 - q_3) & C_\varphi S_\varphi^2 S_{2\nu}^2 (q_1 - q_3) & S_\varphi^2 (q_1 S_{2\nu}^2 + q_3 C_{2\nu}^2) + q_3 C_\varphi^2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} C_{2\nu} \\ q_2 \\ S_{2\nu} C_\varphi \\ S_{2\nu} S_\varphi \end{bmatrix}$
	P_2	$\begin{bmatrix} \cos(\nu) \\ -\sin(\nu)e^{-i\varphi} \end{bmatrix}$			

$$C_{2\nu} = \cos(2\nu) = \cos(2\varepsilon) \cos(2\alpha)$$

$$S_{2\nu} C_\varphi = \sin(2\nu) \cos(\varphi) = \cos(2\varepsilon) \sin(2\alpha)$$

$$S_{2\nu} S_\varphi = \sin(2\nu) \sin(\varphi) = \sin(2\varepsilon)$$

Tableau III.1.b : Différentes formes de diatténuateur où x est défini comme l'axe horizontal.

III Retardateurs

III.1 Définition

Un retardateur (ou lame de retard, déphaseur, biréfringent) est un convertisseur d'état de polarisation. En effet c'est un élément optique non dépolarisant qui change la phase du champ électrique incident. L'intensité transmise est constante, quel que soit l'état de polarisation de l'onde incidente. Un tel élément introduit des déphasages différents entre ses états propres de polarisation.

Remarque :

On parle indifféremment de retardateur ou de biréfringent, sachant que la biréfringence est une propriété physique liée au matériau utilisé qui possède alors deux indices de réfraction différents et par conséquent fournit un retard de phase entre deux composantes du champ électrique orthogonales particulières.

III.2 Représentation générale : retardateur elliptique homogène

La forme élémentaire la plus générale du retardateur est celle où les états propres, orthogonaux entre eux, sont elliptiques (**Figure III.6**). Les valeurs propres portées par ces vibrations sont complexes de norme unitaire puisque cet élément affecte la phase et non l'amplitude des composantes orthogonales de l'onde incidente. Plaçons-nous dans le cas particulier où les états incidents orthogonaux sont définis suivant les états propres d'un biréfringent elliptique homogène d'épaisseur d . Son action est alors décrite ci-dessous.

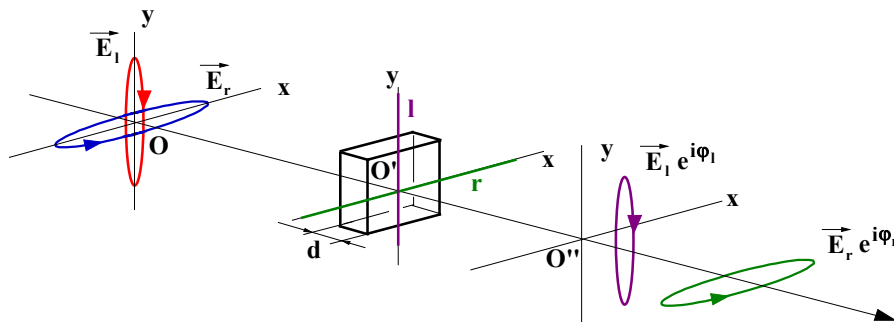


Figure III.6 : Milieu biréfringent elliptique homogène dont les états propres sont elliptiques.

La composante elliptique du champ électrique incident, notée E_r , se propage donc plus vite que celle, notée E_i puisque les axes rapide et lent sont respectivement définis suivant l'horizontale et la verticale (**Figure III.6**). A la sortie de ce milieu, les deux composantes (r , i) sont donc déphasées de :

$$\delta = \frac{2\pi d}{\lambda_0} \Delta n = \varphi_r - \varphi_i \text{ avec } \begin{cases} \Delta n = n_i - n_r \\ n_i > n_r \end{cases} \text{ et } d \cdot \Delta n : \text{retard optique} \quad (\text{III.21})$$

Où Δn et d sont respectivement la biréfringence et l'épaisseur du milieu traversé à la longueur d'onde λ_0 . Expérimentalement, il est possible de remonter à la matrice de Mueller. Mais il n'est pas

possible de remonter aux phases absolues des axes propres orthogonaux du biréfringent (φ_r et φ_l). C'est pourquoi, un tel élément est généralement caractérisé par sa retardance **[3.2]** (ou déphasage ou retard) :

$$R = |\delta| = |\varphi_r - \varphi_l| \text{ avec } 0 \leq R \leq 180^\circ \quad (\text{III.22})$$

Avec φ_r et φ_l les phases suivant les deux axes propres orthogonaux du retardateur. Notons que dans le cas du diatténuateur $[M_D]$ traité précédemment, la retardance R est nulle.

III.2.1 Matrice de Jones du retardateur elliptique homogène

Rappelons que le retardateur elliptique est défini tel que :

- Cet élément est choisi homogène (états propres supposés orthogonaux).
- Les états propres sont elliptiques tels que les vecteurs propres normalisés sont de la forme suivante :

$$\vec{E}_1 = \begin{bmatrix} \cos(v) \\ \sin(v)e^{i\varphi} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{E}_2 = \begin{bmatrix} -\sin(v)e^{-i\varphi} \\ \cos(v) \end{bmatrix} \quad (\text{III.23})$$

Ils ont pour azimuts respectifs α et $\alpha+90^\circ$ et pour ellipticités ε et $-\varepsilon$.

- Les valeurs propres complexes respectives sont $e^{i\varphi_r}$ et $e^{i\varphi_l}$ tels que l'axe rapide soit défini suivant \vec{E}_1 ($\varphi_r > \varphi_l$) (choix arbitraire). \vec{E}_2 est donc porté par l'axe lent.

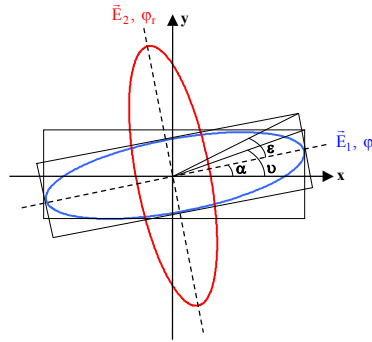


Figure III.7 : Etats propres d'un retardateur elliptique.

Dans le repère $(0xy)$ nous obtenons la matrice de Jones $[J_R]$ d'un retardateur elliptique via la formule (II.16) :

$$[J_R] = e^{i\psi/2} \begin{bmatrix} \cos(v) & -\sin(v)e^{-i\varphi} \\ \sin(v)e^{i\varphi} & \cos(v) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{i\delta/2} & 0 \\ 0 & e^{-i\delta/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(v) & \sin(v)e^{-i\varphi} \\ -\sin(v)e^{i\varphi} & \cos(v) \end{bmatrix} \text{ avec } \begin{cases} \psi = \varphi_r + \varphi_l \\ \delta = \varphi_r - \varphi_l \end{cases} \quad (\text{III.24})$$

Nous obtenons alors à un facteur de phase près **[3.3]**, **[3.4]** :

$$[J_R] = \begin{bmatrix} \cos^2(v)e^{i\frac{\delta}{2}} + \sin^2(v)e^{-i\frac{\delta}{2}} & i\sin(\frac{\delta}{2})\sin(2v)e^{-i\varphi} \\ i\sin(\frac{\delta}{2})\sin(2v)e^{i\varphi} & \sin^2(v)e^{i\frac{\delta}{2}} + \cos^2(v)e^{-i\frac{\delta}{2}} \end{bmatrix} \quad (\text{III.25})$$

III.2.2 Matrice de Mueller du retardateur elliptique homogène

Et à partir de $[J_R]$ en utilisant l'équation (II.36) nous trouvons la matrice de Mueller $[M_R]$ du retardateur elliptique homogène :

$$[M_R] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d^2 - e^2 - f^2 + g^2 & 2(de + fg) & 2(df - eg) \\ 0 & 2(de - fg) & -d^2 + e^2 - f^2 + g^2 & 2(e f + dg) \\ 0 & 2(df + eg) & 2(e f - dg) & -d^2 - e^2 + f^2 + g^2 \end{bmatrix}$$

$$\text{avec } \begin{cases} d = \cos(2\nu) \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) = \cos(2\varepsilon) \cos(2\alpha) \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \\ e = \sin(2\nu) \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \cos(\varphi) = \cos(2\varepsilon) \sin(2\alpha) \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \\ f = \sin(2\nu) \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \sin(\varphi) = \sin(2\varepsilon) \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \\ g = \cos\left(\frac{\delta}{2}\right) \end{cases} \quad (\text{III.26})$$

Pour les mêmes raisons que pour $[M_D]$, nous utilisons dans les calculs de $[M_R]$ l'angle diagonal ν et le déphasage φ plutôt que l'azimut α et l'ellipticité ε .

Lu et Chipman [3.5] ont aussi proposé une écriture synthétique de $[M_R]$ telle que :

$$[M_R] = \begin{bmatrix} M_{R_{ij}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ \vec{0} & [m_R] \end{bmatrix} \quad (\text{III.27})$$

Sachant que :

- $\vec{0}$ représente le vecteur nul.
- $[m_R]$ est la matrice réduite 3x3 du retardateur.
- $M_{R_{ij}}$ sont les éléments de la matrice $[M_R]$ avec $i, j = 0..3$.

Nous avons dit précédemment qu'il était possible de caractériser un retardateur en déterminant sa retardance R (III.22). Cependant ce paramètre n'est pas suffisant puisque certains éléments optiques peuvent avoir la même biréfringence, tout en ayant des matrices de Mueller différentes. Nous allons voir qu'il est possible de définir entièrement $[M_R]$ si son vecteur retardance (qui représente l'axe rapide) (III.30), noté \vec{R} est connu puisqu'il est possible d'écrire $[m_R]$ (III.27) en fonction de ce dernier.

III.3 Propriétés de la matrice de Mueller du retardateur

Présentons ci-dessous les propriétés de la matrice de Mueller $[M_R]$ (III.27).

III.3.1 Matrice de Mueller unitaire

Les matrices de Jones et de Mueller sont unitaires (déterminant égal à 1) :

$$[M_R]^{-1} = [M_R]^T \quad (\text{III.28})$$

III.3.2 Retardance

Le déphasage peut aussi être directement obtenu à partir de la matrice de Mueller $[M_R]$:

$$R = \arccos \left(\frac{\text{tr}([M_R])}{2} - 1 \right) \quad (\text{III.29})$$

La retardance (III.29) mesure la valeur absolue du déphasage introduit par le milieu étudié puisque $\arccos(x)$ est par définition positif ou nul.

III.3.3 Vecteur Retardance

Le retardateur possède deux axes propres orthogonaux : un axe rapide et un axe lent. L'axe rapide est caractérisé par un vecteur retardance \vec{R} défini comme suit :

$$\vec{R} = R\hat{R} = R \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \end{bmatrix} \text{ avec } \hat{R} \text{ vecteur unité représentant l'axe rapide.} \quad (\text{III.30})$$

Les paramètres ρ_1, ρ_2, ρ_3 peuvent être directement obtenus à partir des éléments de $[M_R]$:

$$\begin{cases} \rho_1 = \frac{1}{2 \sin R} (M_{R_{23}} - M_{R_{32}}) \\ \rho_2 = \frac{1}{2 \sin R} (M_{R_{31}} - M_{R_{13}}) \\ \rho_3 = \frac{1}{2 \sin R} (M_{R_{12}} - M_{R_{21}}) \end{cases} \quad (\text{III.31})$$

III.3.4 Matrice de Mueller réduite

La matrice réduite $[m_R]$ d'un biréfringent est définie à partir de \vec{R} telle que :

$$[m_R] = \begin{bmatrix} \rho_1^2 (1 - \cos R) + \cos R & \rho_1 \rho_2 (1 - \cos R) + \rho_3 \sin R & \rho_1 \rho_3 (1 - \cos R) - \rho_2 \sin R \\ \rho_2 \rho_1 (1 - \cos R) - \rho_3 \sin R & \rho_2^2 (1 - \cos R) + \cos R & \rho_2 \rho_3 (1 - \cos R) + \rho_1 \sin R \\ \rho_3 \rho_1 (1 - \cos R) + \rho_2 \sin R & \rho_2 \rho_3 (1 - \cos R) - \rho_1 \sin R & \rho_3^2 (1 - \cos R) + \cos R \end{bmatrix} \quad (\text{III.32})$$

Sachant que $[m_R]\vec{R} = \vec{R}$ et $[m_R]$ est une matrice unité dite de rotation 3D sur la sphère de Poincaré.

III.3.5 Retardances linéaire et circulaire

Il est possible de décrire physiquement le vecteur retardance. En effet :

$$\vec{R} = \begin{bmatrix} R_H \\ R_{45} \\ R_C \end{bmatrix} \quad (\text{III.33})$$

Où :

- R_H est la retardance linéaire horizontale avec $-180^\circ \leq R_H \leq 180^\circ$.
- R_{45} est la retardance linéaire à 45° avec $-180^\circ \leq R_{45} \leq 180^\circ$.
- R_C est la retardance circulaire avec $-180^\circ \leq R_C \leq 180^\circ$.

Dans certains cas, il est nécessaire de remonter à la retardance linéaire définie par la relation ci-dessous :

$$R_L = \sqrt{R_H^2 + R_{45}^2} \text{ avec } 0 \leq R_L \leq 180^\circ \quad (\text{III.34})$$

Un élément biréfringent est dit linéaire si sa retardance circulaire R_C est soit nulle soit égale à 180° . Tandis qu'il est dit circulaire s'il ne présente pas de retardance linéaire.

III.3.6 Représentation de Poincaré

Dans le cas le plus général, les vecteurs propres du retardateur sont elliptiques. Nous pouvons donc faire apparaître l'ellipticité et l'azimut de l'état propre principal (axe rapide) dans le vecteur retardance :

$$\vec{R} = R \begin{bmatrix} \cos(2v) \\ \sin(2v)\cos(\varphi) \\ \sin(2v)\sin(\varphi) \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} \cos(2\varepsilon)\cos(2\alpha) \\ \cos(2\varepsilon)\sin(2\alpha) \\ \sin(2\varepsilon) \end{bmatrix} \quad (\text{III.35})$$

La matrice de Mueller $[M_R]$ comporte trois degrés de liberté et est donc complètement caractérisée si nous connaissons R , l'azimut α et l'ellipticité ε de l'axe rapide. Il est alors possible de représenter l'action de ce retardateur sur la sphère de Poincaré normalisée (II.49) à partir de son vecteur retardance (III.35).

Soient P_e et P_s les projections respectives sur cette sphère normalisée des états de polarisation à l'entrée et à la sortie de cet élément optique simple caractérisé par $[M_R]$. Les points P_r et P_l représentent alors respectivement les états de polarisation suivant les axes rapide et lent du biréfringent sachant que le premier cité est porteur du vecteur retardance. Puisque $[M_R]$ est homogène (vibrations propres orthogonales), P_r et P_l sont diamétralement opposés et un axe T les joignant est alors défini sur la sphère de Poincaré (Figure III.8). De plus, le déphasage introduit par ce biréfringent elliptique est δ .

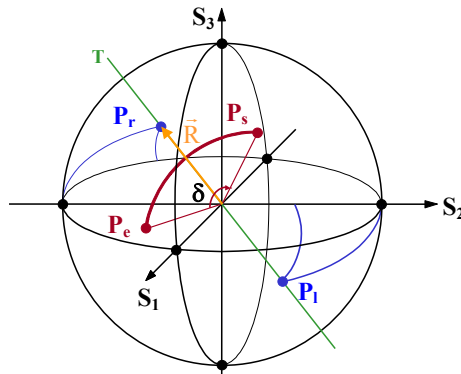


Figure III.8 : Représentation de l'action d'un retardateur elliptique homogène sur la sphère de Poincaré.

L'action d'un biréfringent elliptique homogène sur un état de polarisation incident se traduit sur la sphère de Poincaré par une rotation de ce point P_e (dans le sens horaire) d'angle δ autour de l'axe T .

III.4 Cas particuliers

Nous présentons ci-dessous différents cas particuliers de retardateur homogène, à savoir la lame quart d'onde (biréfringent linéaire si elle est parfaite) et le rotateur (biréfringent circulaire).

III.4.1 Lame quart d'onde

Une lame de phase peut être une lame à faces parallèles taillées de façon adéquate dans un matériau anisotrope où les rayons dits "ordinaire" et "extraordinaire" sont colinéaires de telle sorte que la vitesse de propagation de la lumière soit différente selon la polarisation. Elle est généralement caractérisée par son axe rapide et son axe lent (lignes neutres). Ces lames sont couramment utilisées sur des dispositifs polarimétriques puisqu'elles permettent de faire varier l'état de polarisation d'une onde optique.

Plaçons-nous maintenant dans le cas particulier de la lame dite quart d'onde. Elle porte ce nom puisque le retard optique généré par sa traversée est égale à $\lambda_0/4$ (III.21), le retard engendré δ est alors de 90° si elle est parfaite.

Dans le cas, où l'axe rapide de cette lame quart d'onde est orientée à 45° par rapport à l'axe horizontal (Figure III.9), il est possible de montrer que sa matrice de Mueller s'écrit sous la forme :

$$[M_{\lambda/4}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.36})$$

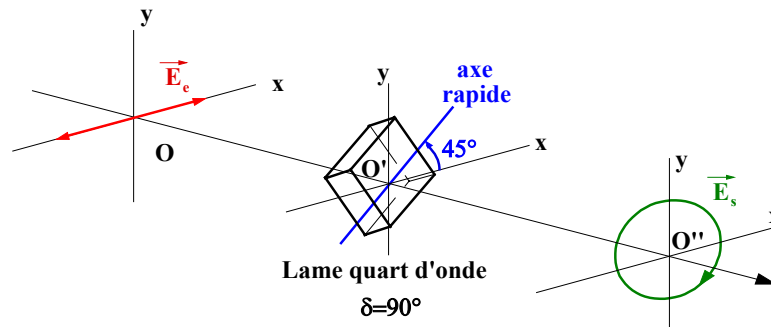


Figure III.9 : Action d'une lame quart d'onde orientée à 45° .

Si l'état de polarisation incident est linéaire et suivant l'horizontale dans cette configuration, l'état de polarisation en sortie de cette lame est circulaire (droite).

Par contre, si cette lame n'est pas parfaite, comme c'est souvent le cas (par exemple retard différent de 90° , biréfringent elliptique...), l'état de polarisation en sortie n'est plus circulaire mais elliptique. Nous aurons l'occasion d'en rediscuter au cours du chapitre 5 où nous présenterons notre dispositif expérimental et son étalonnage.

III.4.2 Rotateurs

Le retardateur circulaire est un cas particulier des milieux biréfringents. En effet, ce type de composant présente de l'activité optique (ou pouvoir rotatoire). C'est pour cette raison qu'il porte aussi le nom de rotateur. La figure III.11 illustre cet effet qui se traduit par la rotation de l'état incident d'un angle $\delta/2$. Les matrices de Jones et de Mueller de ce rotateur sont alors respectivement notées $[R(\delta/2)]$ et $[T(\delta/2)]$:

$$[R(\delta/2)] = \begin{bmatrix} \cos(\delta/2) & \sin(\delta/2) \\ -\sin(\delta/2) & \cos(\delta/2) \end{bmatrix} \quad (\text{III.37})$$

$$[T(\delta/2)] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\delta) & \sin(\delta) & 0 \\ 0 & -\sin(\delta) & \cos(\delta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{III.38})$$

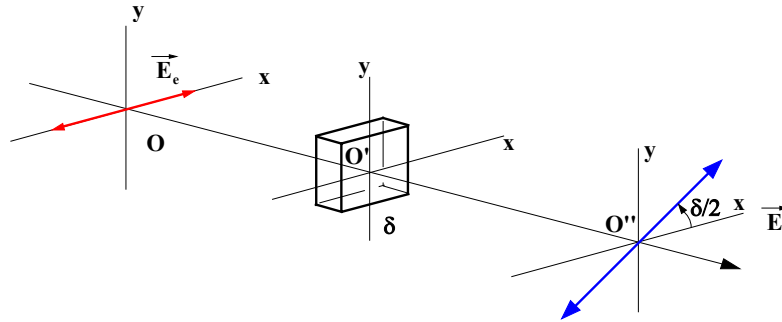


Figure III.10 : Action d'un rotateur (biréfringent circulaire homogène de retard δ).

Remarque 1 :

Les matrices de Jones et de Mueller du rotateur peuvent être utilisées lorsque nous désirons changer le repère **[2.9]** du système optique à analyser.

Soient le repère fixe (O,X,Y) dans lequel sont exprimées les matrices de Jones et de Mueller d'un élément optique et le repère (O,S,F) ayant tourné d'un angle $\beta = (\text{OX}, \text{OS})$.

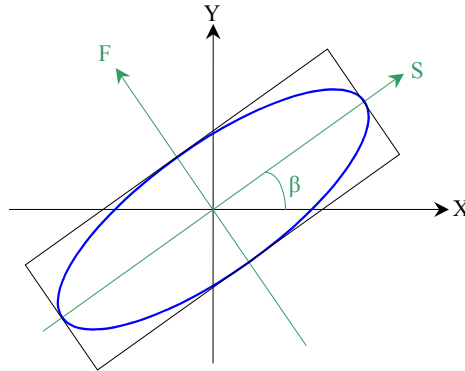


Figure III.11 : Changement de repère.

Soient $[J]$ et $[J']$ les matrices de Jones et $[M]$ et $[M']$ les matrices de Mueller de cet élément optique exprimées dans les repères respectifs (O,X,Y) et (O,S,F). Les formules de changement de base sont :

$$[J] = [R(-\beta)] \cdot [J'] \cdot [R(\beta)] \quad (\text{III.39})$$

$$[M] = [T(-\beta)] \cdot [M'] \cdot [T(\beta)] \quad (\text{III.40})$$

Avec $[R(\beta)]$ et $[T(\beta)]$ les matrices unitaires de rotation de Jones et de Mueller.

Remarque 2 :

Il se peut que le repère soit formé de deux directions non linéaires (circulaires, elliptiques). Par exemple, un biréfringent elliptique peut s'exprimer dans son système d'axes propres **(III.23)** et dans ce cas, la matrice est diagonale.

III.4.3 Différents biréfringents elliptiques

Nous avons donc vu que le retardateur elliptique homogène **(III.26)** est la représentation générale d'un biréfringent $[M_R]$ **(III.27)**.

Le tableau suivant présente différents types de retardateurs, leurs valeurs et vecteurs propres ainsi que leurs matrices de Jones et de Mueller. Nous rappelons que tous ces retardateurs ont une matrice de Mueller homogène puisque nous traitons le cas des éléments optiques simples.

Élément optique	Valeurs propres *	Vecteurs Propres	Matrice de Jones *	Matrice de Mueller	Vecteur Retardance
Biréfringent linéaire (dans ses axes)	$\begin{bmatrix} \frac{\delta}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{\delta}{2} \end{bmatrix}$ \mathbf{e}	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{\delta}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{\delta}{2} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\delta) & \sin(\delta) \\ 0 & 0 & -\sin(\delta) & \cos(\delta) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ \delta \\ 0 \end{bmatrix}$
Biréfringent linéaire orienté à 45°	$\begin{bmatrix} \frac{\delta}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{\delta}{2} \end{bmatrix}$ \mathbf{e}	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \cos(\frac{\delta}{2}) & i\sin(\frac{\delta}{2}) \\ i\sin(\frac{\delta}{2}) & \cos(\frac{\delta}{2}) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\delta) & 0 & -\sin(\delta) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \sin(\delta) & 0 & \cos(\delta) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ \delta \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$
Biréfringent linéaire (d'orientation α)	$\begin{bmatrix} \frac{\delta}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{\delta}{2} \end{bmatrix}$ \mathbf{e}	$\begin{bmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} -\sin(\alpha) \\ \cos(\alpha) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \cos^2(\alpha)e^{\frac{\delta}{2}} + \sin^2(\alpha)e^{-\frac{\delta}{2}} & i\sin(\frac{\delta}{2})\sin(2\alpha) \\ i\sin(\frac{\delta}{2})\sin(2\alpha) & \sin^2(\alpha)e^{\frac{\delta}{2}} + \cos^2(\alpha)e^{-\frac{\delta}{2}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{2\alpha}^2 + S_{2\alpha}^2 \cos(\delta) & C_{2\alpha} S_{2\alpha} (1 - \cos(\delta)) & -S_{2\alpha} \sin(\delta) \\ 0 & C_{2\alpha} S_{2\alpha} (1 - \cos(\delta)) & S_{2\alpha}^2 + C_{2\alpha}^2 \cos(\delta) & C_{2\alpha} \sin(\delta) \\ 0 & S_{2\alpha} \sin(\delta) & -C_{2\alpha} \sin(\delta) & \cos(\delta) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} C_{2\alpha} \\ \delta \\ S_{2\alpha} \\ 0 \end{bmatrix}$
Biréfringent circulaire (droite)	$\begin{bmatrix} \frac{\delta}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{\delta}{2} \end{bmatrix}$ \mathbf{e}	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$ $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \cos(\frac{\delta}{2}) & \sin(\frac{\delta}{2}) \\ -\sin(\frac{\delta}{2}) & \cos(\frac{\delta}{2}) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\delta) & \sin(\delta) & 0 \\ 0 & -\sin(\delta) & \cos(\delta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ \delta \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$
Biréfringent circulaire (gauche)	$\begin{bmatrix} \frac{\delta}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{\delta}{2} \end{bmatrix}$ \mathbf{e}	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$ $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \cos(\frac{\delta}{2}) & -\sin(\frac{\delta}{2}) \\ \sin(\frac{\delta}{2}) & \cos(\frac{\delta}{2}) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\delta) & -\sin(\delta) & 0 \\ 0 & \sin(\delta) & \cos(\delta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ \delta \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
Biréfringent elliptique	$\begin{bmatrix} \frac{\delta}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{\delta}{2} \end{bmatrix}$ \mathbf{e}	$\begin{bmatrix} \cos(v) \\ \sin(v)e^{i\varphi} \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} -\sin(v)e^{-i\varphi} \\ \cos(v) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \cos^2(v)e^{\frac{\delta}{2}} + \sin^2(v)e^{-\frac{\delta}{2}} & i\sin(\frac{\delta}{2})\sin(2v)e^{-i\varphi} \\ i\sin(\frac{\delta}{2})\sin(2v)e^{i\varphi} & \sin^2(v)e^{\frac{\delta}{2}} + \cos^2(v)e^{-\frac{\delta}{2}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d^2 - e^2 - f^2 + g^2 & 2(de+fg) & 2(df-eg) \\ 0 & 2(de-fg) & -d^2 + e^2 - f^2 + g^2 & 2(e f + d g) \\ 0 & 2(df+eg) & 2(e f - d g) & -d^2 - e^2 + f^2 + g^2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} C_{2v} \\ \delta \\ S_{2v} C_\varphi \\ S_{2v} S_\varphi \end{bmatrix}$

* à un facteur de phase près.

$$C_{2\alpha} = \cos(2\alpha)$$

$$S_{2\alpha} = \sin(2\alpha)$$

$$d = \cos(2v) \sin(\frac{\delta}{2}) = \cos(2\varepsilon) \cos(2\alpha) \sin(\frac{\delta}{2})$$

$$e = \sin(2v) \cos(\varphi) \sin(\frac{\delta}{2}) = \cos(2\varepsilon) \sin(2\alpha) \sin(\frac{\delta}{2})$$

$$f = \sin(2v) \sin(\varphi) \sin(\frac{\delta}{2}) = \sin(2\varepsilon) \sin(\frac{\delta}{2})$$

$$g = \cos(\frac{\delta}{2})$$

Tableau III.2 : Retardateurs où x est défini comme l'axe horizontal.

IV Dépolariseurs

IV.1 Définition

Les différents éléments optiques simples que nous avons présentés précédemment (diatténuateur, retardateur, rotateur) sont caractérisables par une matrice de Jones. Ils ont donc une action déterministe. Mais ce n'est pas toujours le cas. En particulier quand on observe de la dépolarisation qui peut être définie comme une transformation de lumière polarisée en lumière non-polarisée. De tels milieux ne peuvent être représentés que par une matrice de Mueller.

Plusieurs conditions peuvent faire que le milieu n'ait pas une action déterministe et donc présenter de la dépolarisation, parmi lesquelles :

- Le milieu présente des phénomènes de diffusion.
- Le milieu étudié (par exemple, un milieu biologique) fluctue pendant le temps de mesure caractéristique.
- Le milieu étudié n'est pas homogène pour l'onde.
- La lumière n'est pas quasi-monochromatique (source à large bande spectrale).

Sans oublier, qu'à divers degrés, toute mesure est entachée de bruit, et donc en toute rigueur, nous ne pouvons pas toujours associer une matrice de Jones à une matrice de Mueller (Chapitre 2).

Nous présentons ci-dessous les matrices de Mueller des différents dépolariseurs ainsi que les outils géométriques qui permettent de discriminer le type de dépolarisation engendrée.

IV.2 Les différents dépolariseurs

IV.2.1 Dépolariseur idéal

Traisons, tout d'abord, le cas le plus simple : le dépolariseur total (ou idéal). Quelle que soit la lumière incidente, la lumière de sortie est totalement dépolarisée (III.41).

$$K \begin{bmatrix} S_0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = [M_{\Delta_{\text{idéal}}}] \cdot \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} \text{ avec } K \leq 1 \quad (\text{III.41})$$

Ceci impose donc que la matrice de Mueller d'un dépolariseur idéal $[M_{\Delta_{\text{idéal}}}]$ soit de la forme :

$$[M_{\Delta_{\text{idéal}}}] \propto \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.42})$$

IV.2.2 Dépolariseur isotrope

Mais il est possible qu'un milieu ne présente qu'une dépolarisation partielle qui peut être vue comme une superposition de transmission avec de la dépolarisation totale.

Dans ce cas, sa matrice de Mueller est la suivante :

$$\left[M_{\Delta_{\text{iso}}} \right] \propto \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a \end{bmatrix} \text{ avec } 0 \leq |a| \leq 1 \quad (\text{III.43})$$

Nous parlons alors de dépolarisation isotrope, car le degré de polarisation associé à l'onde de sortie est toujours le même quelle que soit la polarisation incidente.

IV.2.3 Dépolariseur anisotrope

Si le milieu étudié dépolarise différemment les ondes polarisées (linéairement et circulairement par exemple), nous parlons alors de dépolarisation anisotrope, et la forme est donnée par :

$$\left[M_{\Delta_{\text{aniso}}} \right] \propto \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c \end{bmatrix} \text{ avec } 0 \leq |a|, |b|, |c| \leq 1 \quad (\text{III.44})$$

Nous pouvons déterminer les facteurs de dépolarisation principaux suivant trois axes qui sont respectivement $1-|a|$, $1-|b|$, $1-|c|$.

LU [3.6] a alors défini le paramètre Δ :

$$\Delta = 1 - \frac{|a| + |b| + |c|}{3} \text{ avec } 0 \leq \Delta \leq 1 \quad (\text{III.45})$$

Il est obtenu en faisant la moyenne des facteurs de dépolarisation principaux. C'est donc pour cette raison que Δ porte le nom de facteur de dépolarisation moyen.

IV.2.4 Dépolariseur : cas général

Jusqu'ici, nous avons présenté des systèmes dont la matrice de Mueller est diagonale, les axes de dépolarisation étant définis suivant S_1 , S_2 et S_3 . Mais si ceux-ci, orthogonaux entre eux, ont une orientation quelconque par rapport au système d'axes (S_1, S_2, S_3) , la forme générale du dépolariseur est la suivante :

$$\left[M_{\Delta} \right] \equiv \begin{bmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ \vec{0} & [m_{\Delta}] \end{bmatrix} \text{ avec } [m_{\Delta}]^T = [m_{\Delta}] \quad (\text{III.46})$$

où $[m_{\Delta}]$, dite matrice réduite, est une matrice 3x3 symétrique. En la diagonalisant, il est possible de déterminer ses valeurs propres et vecteurs propres qui donnent alors respectivement les trois facteurs de dépolarisation principaux et les trois axes de dépolarisation orthogonaux.

L'indice de dépolarisation P_d (II.35) peut également être utilisé comme paramètre quantitatif caractéristique du dépolariseur $[M_\Delta]$:

$$0 \leq P_d([M_\Delta]) \leq 1 \quad (\text{III.47})$$

Remarque :

Si nous déterminons l'indice de dépolarisation du retardateur $[M_R]$ et du diatténuateur $[M_D]$, il est tout à fait évident d'obtenir :

$$\begin{cases} P_d([M_D]) = 1 \\ P_d([M_R]) = 1 \end{cases} \quad (\text{III.48})$$

IV.3 Représentation géométrique des dépolariseurs

Nous avons vu précédemment que l'indice de dépolarisation permet de quantifier la dépolarisation. Mais il est également possible de connaître le caractère isotrope ou anisotrope de cette dépolarisation en choisissant l'outil de représentation géométrique.

Pour ce faire, il suffit d'étudier les variations de dépolarisation d'une matrice de Mueller dépolarisante pour l'ensemble des états purs de polarisation incidents (lumière naturelle) entièrement décrits sur la sphère de Poincaré de rayon unité.

Nous pouvons alors visualiser l'effet de la dépolarisation sur un vecteur de Stokes incident complètement polarisé en étudiant les différentes représentations suivantes : le degré de polarisation, la surface de polarisation et l'ellipsoïde de Poincaré. Mais afin d'explicitier la manière dont elles sont établies, considérons deux systèmes optiques simplifiés : Le premier est un dépolariseur isotrope tandis que le second est un dépolariseur anisotrope. Leurs matrices de Mueller respectives sont décrites ci-dessous :

$$[M_{\text{iso}}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,4 \end{bmatrix} \quad [M_{\text{aniso}}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,2 \end{bmatrix} \quad (\text{III.49})$$

IV.3.1 Sphère de Poincaré de l'ensemble des états purs

Soit maintenant l'hypothèse où le vecteur de Stokes incident, noté \vec{S}^i , est choisi complètement polarisé. Il peut alors être représenté par :

$$\vec{S}^i = S_0 \begin{bmatrix} 1 \\ S_1/S_0 \\ S_2/S_0 \\ S_3/S_0 \end{bmatrix} = S_0 \begin{bmatrix} 1 \\ \cos(2\varepsilon)\cos(2\alpha) \\ \cos(2\varepsilon)\sin(2\alpha) \\ \sin(2\varepsilon) \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} 0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ \\ -45^\circ \leq \varepsilon \leq 45^\circ \end{cases} \quad (\text{III.50})$$

Lorsque \vec{S}^i décrit l'ensemble des états purs, i.e lorsque α varie de 0 à 180° et ε de -45° à +45°, il est possible de représenter le degré de polarisation $P(\alpha, \varepsilon)$ (II.32) (qui est en fait unitaire) et la sphère de Poincaré normalisée associée $S(\alpha, \varepsilon)$ (II.49) (décrite dans la base S_1, S_2, S_3) (Figure III.12).

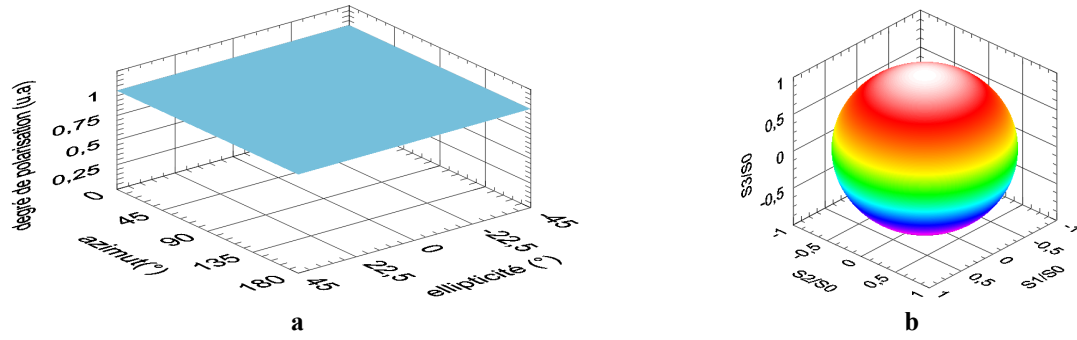


Figure III.12 : Lorsque \vec{S}^i décrit l'ensemble des états purs
a : degré de polarisation $P(\alpha, \varepsilon)$, b : sphère de Poincaré $S(\alpha, \varepsilon)$.

IV.3.2 Degré de polarisation

Afin de savoir si la dépolarisation de la matrice de Mueller $[M]$ d'un milieu est isotrope ou anisotrope, nous étudions ensuite l'ensemble des vecteurs de Stokes en sortie définis tels que :

$$\vec{S}'(\alpha, \varepsilon) = \begin{bmatrix} S'_0(\alpha, \varepsilon) \\ S'_1(\alpha, \varepsilon) \\ S'_2(\alpha, \varepsilon) \\ S'_3(\alpha, \varepsilon) \end{bmatrix} = [M] \cdot \vec{S}^i(\alpha, \varepsilon) \quad (\text{III.51})$$

Nous pouvons alors déduire la représentation graphique du degré de polarisation en sortie $P'(\alpha, \varepsilon)$ tel que :

$$P'(\alpha, \varepsilon) = \frac{\sqrt{S_1'^2(\alpha, \varepsilon) + S_2'^2(\alpha, \varepsilon) + S_3'^2(\alpha, \varepsilon)}}{S'_0(\alpha, \varepsilon)} \quad (\text{III.52})$$

Nous observons (Figure III.13) que le degré de polarisation $P'(\alpha, \varepsilon)$ dans le cas :

- du milieu isotrope, est constant quels que soient l'azimut et l'ellipticité. Dans le cas de $[M_{\text{iso}}]$, il a pour valeur 0,4.
- du milieu anisotrope, varie suivant l'azimut et l'ellipticité. Lors de la traversée du milieu caractérisé par $[M_{\text{aniso}}]$, il est maximum pour des états purs incidents polarisés rectilignement ($\varepsilon=0$, $P'=0,8$) et minimum pour des états purs incidents polarisés circulairement ($\varepsilon=\pm 45^\circ$, $P'=0,2$). Cela signifie donc que les états linéaires sont moins dépolarisés que les états circulaires.

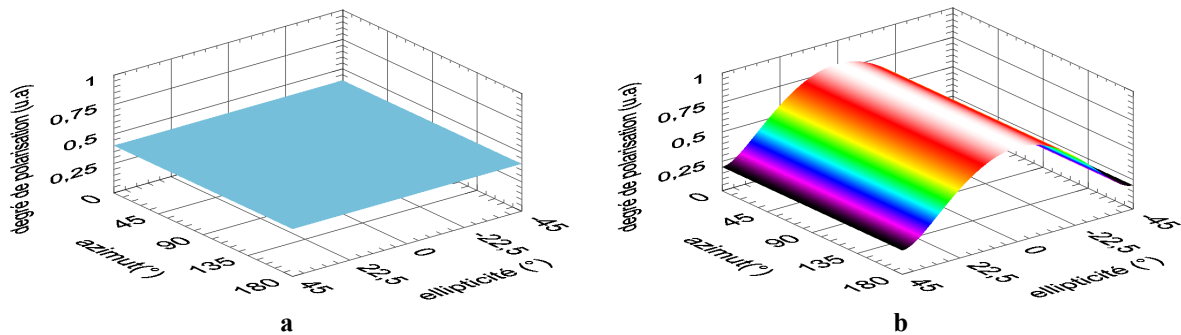


Figure III.13 : Degré de polarisation $P'(\alpha, \varepsilon)$.
a : milieu isotrope, b : milieu anisotrope.

En observant $P'(\alpha, \varepsilon)$, il est possible de discerner le caractère isotrope ou non d'un milieu. De cette représentation, nous pouvons en déduire deux autres qui permettent-elles aussi de classer les matrices de Mueller en fonction de leurs propriétés de dépolarisation.

IV.3.3 Ellipsoïde de Poincaré

La première est la représentation graphique que nous notons $ep'(\alpha, \varepsilon)$. Cette surface décrit les vecteurs de Stokes émergents de telle sorte que [3.7] :

$$ep'(\alpha, \varepsilon) : \begin{cases} x = \frac{S'_1(\alpha, \varepsilon)}{S'_0(\alpha, \varepsilon)} \\ y = \frac{S'_2(\alpha, \varepsilon)}{S'_0(\alpha, \varepsilon)} \\ z = \frac{S'_3(\alpha, \varepsilon)}{S'_0(\alpha, \varepsilon)} \end{cases} \quad (\text{III.53})$$

Nous la nommons "ellipsoïde de Poincaré" car cette représentation n'est pas toujours une sphère suivant le caractère dépolarisant du milieu.

Nous observons (Figure III.14) que l'ellipsoïde de Poincaré $ep'(\alpha, \varepsilon)$ dans le cas :

- du milieu isotrope, est une sphère. Dans le cas de $[M_{iso}]$, elle a pour rayon le degré de polarisation $P'=0,4$ quels que soient l'azimut et l'ellipticité.
- du milieu anisotrope, est une ellipsoïde. En effet, dans le cas de $[M_{aniso}]$, le degré de polarisation P' varie avec l'azimut et l'ellipticité. Il y a un aplatissement dans la direction du paramètre de Stokes S'_3 . Ce qui signifie que celui-ci est plus affecté par la dépolarisation que les paramètres S'_2 et S'_1 .

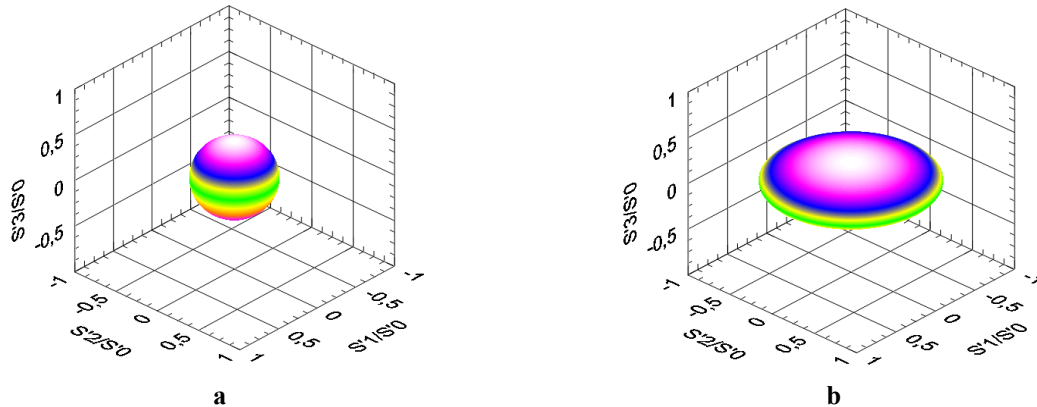


Figure III.14 : Ellipsoïde de Poincaré $ep'(\alpha, \varepsilon)$.
a : milieu isotrope, b : milieu anisotrope.

IV.3.4 Surface de Polarisation

La seconde est la représentation graphique que nous notons $sp'(\alpha, \varepsilon)$. Cette surface décrit les vecteurs de Stokes émergents de telle sorte que [3.8] :

[3.7] F. LE ROY-BREHONNET, "Application de décompositions de matrices de Mueller à la caractérisation et à la classification de cibles", Thèse de Doctorat, Brest (1996).

[3.8] B. DEBOO, J. SASSIAN, R. CHIPMAN, "Degree of polarization surfaces and maps for analysis of depolarization", Optics Express, vol. 12, n° 20, 4941-4958 (2004).

$$sp'(\alpha, \varepsilon) : \begin{cases} x = \frac{S_1(\alpha, \varepsilon)}{S_0(\alpha, \varepsilon)} P'(\alpha, \varepsilon) \\ y = \frac{S_2(\alpha, \varepsilon)}{S_0(\alpha, \varepsilon)} P'(\alpha, \varepsilon) \\ z = \frac{S_3(\alpha, \varepsilon)}{S_0(\alpha, \varepsilon)} P'(\alpha, \varepsilon) \end{cases} \quad (\text{III.54})$$

Nous la nommons surface de polarisation et nous observons (**Figure III.15**) que celle-ci dans le cas :

- du milieu isotrope, est une sphère. Dans le cas de $[M_{iso}]$, elle a aussi pour rayon le degré de polarisation $P'=0,4$ quels que soient l'azimut et l'ellipticité.
- du milieu anisotrope, est une "patatoïde". En effet, dans le cas de $[M_{aniso}]$, le degré de polarisation P' varie avec l'azimut et l'ellipticité. Nous observons une contraction suivant le paramètre de Stokes S_3 . C'est pour cette raison que le volume résultant est une couronne. Dans ce cas elle traduit une dépolarisation plus forte le long des états purs incidents circulaires.

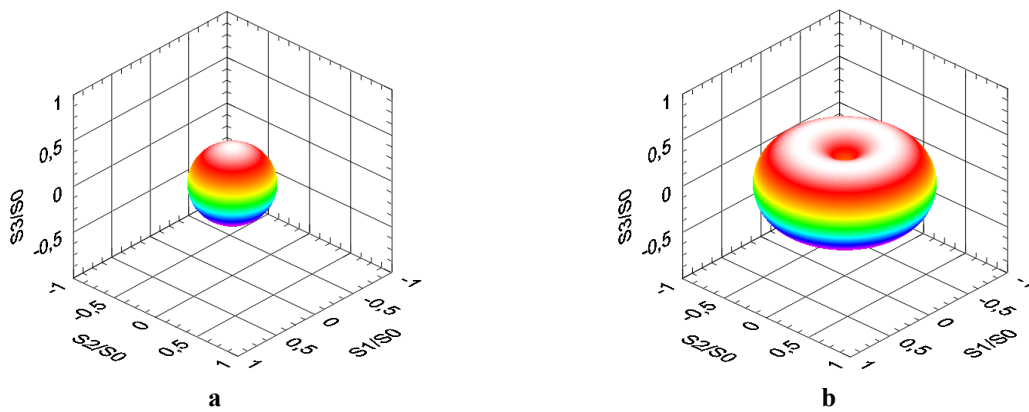


Figure III.15 : Surface de polarisation $sp'(\alpha, \varepsilon)$.
a : milieu isotrope, b : milieu anisotrope.

Mais dans d'autres cas cette surface de polarisation peut présenter des contractions moins uniformes (**Figure III.16**).

IV.3.5 Illustration

En résumé, si le milieu est un dépolariseur pur (ni biréfringence, ni dichroïsme), l'ellipsoïde de Poincaré $ep'(\alpha, \varepsilon)$ et la surface de polarisation $sp'(\alpha, \varepsilon)$ peuvent permettre de visualiser le caractère isotrope ou anisotrope de la dépolarisation, que celle-ci soit faible ou forte.

Dans le cas d'un milieu dont la dépolarisation est isotrope, l'ellipsoïde de Poincaré et la surface de Polarisation sont identiques et représentent toutes les deux des sphères (**Figure III.16.b**). Par contre, ce n'est plus le cas lorsqu'il existe une anisotropie de dépolarisation (**Figure III.16.c,d,e,f**). Les directions des contractions sur $sp'(\alpha, \varepsilon)$ et des aplatissements sur $ep'(\alpha, \varepsilon)$ indiquent les axes propres caractéristiques de l'anisotropie de dépolarisation.

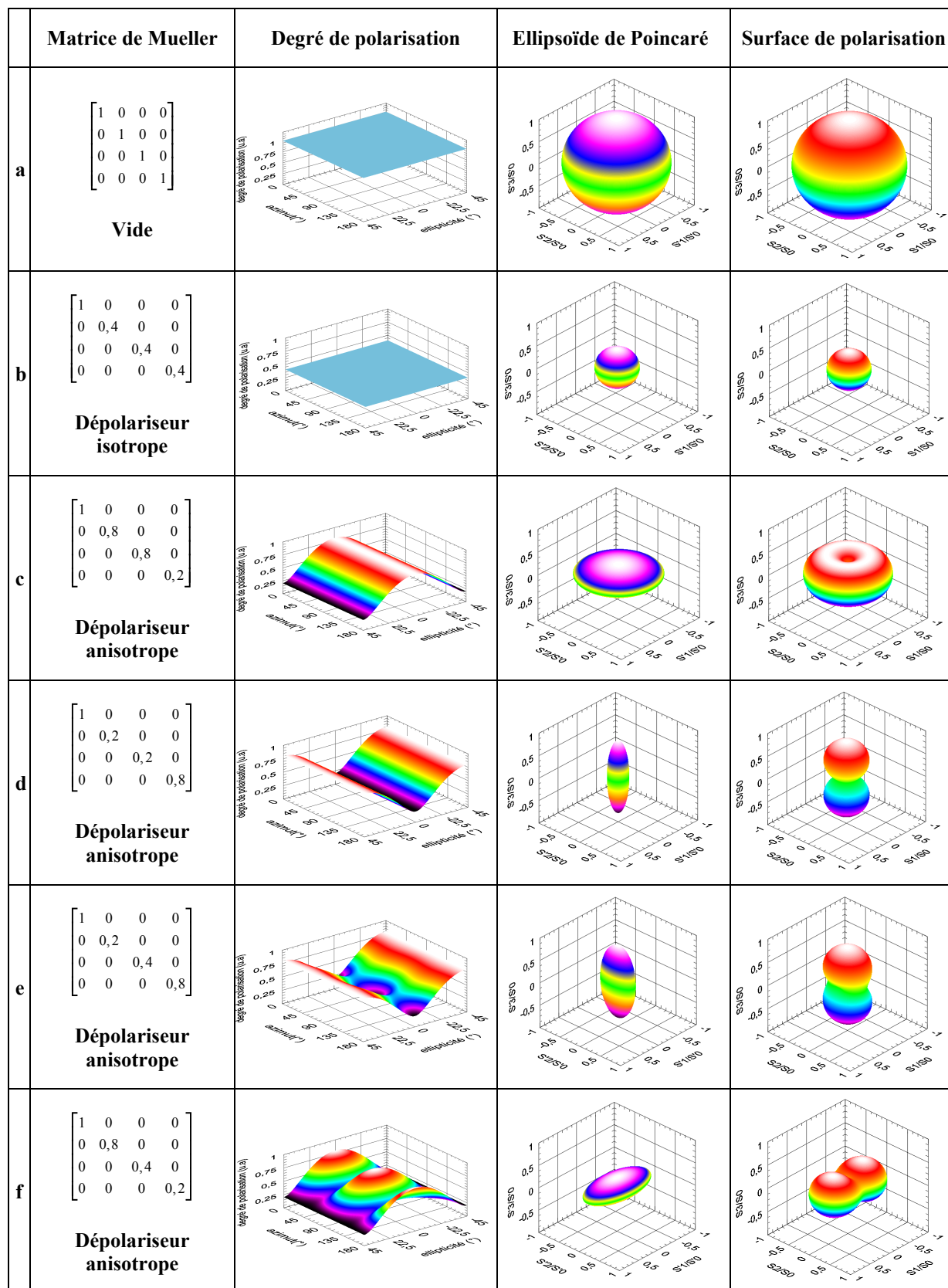


Figure III.16 : Degré de polarisation, ellipsoïde de Poincaré, surface de polarisation du vecteur de Stokes de sortie pour un vecteur de Stokes d'entrée décrivant l'ensemble des états purs pour différentes matrices de Mueller.

Si le système optique considéré est non dépolarisant, l'ellipsoïde de Poincaré et la surface de polarisation sont forcément des sphères de rayon unité (**Figure III.16.a**).

Si le milieu présente de la dépolarisation (isotrope ou non) et de la biréfringence, l'ellipsoïde de Poincaré associée fait une rotation 3D d'un angle égal à sa retardance (autour de l'axe associé aux états propres) par rapport aux axes propres de son dépolariseur.

Par contre si le milieu présente à la fois de la diatténuation, de la retardance et de la dépolarisation, il est beaucoup plus difficile d'interpréter les représentations géométriques **[3.8]**, ces effets polarimétriques doivent être découplés.

V Conclusion

Nous venons donc de voir qu'il existe trois formes différentes pour représenter les éléments optiques élémentaires, à savoir le diatténuateur, le retardateur et le dépolariseur puisque le rotateur est une forme particulière du retardateur. Pour chacun de ces éléments, nous avons présenté leurs matrices de Mueller. En outre, la représentation de la sphère de Poincaré a permis de mettre en évidence leurs effets respectifs. Comme le dépolariseur est le seul élément simple qui déforme cette sphère, les représentations graphiques peuvent être intéressantes pour visualiser les effets de dépolarisation engendrées par l'interaction de la lumière avec des tissus biologiques. Puisque ces milieux peuvent également présenter d'autres effets polarimétriques (biréfringence, dichroïsme, dépolarisation), il est nécessaire de les découpler pour remonter à chacun de ces effets à travers leur représentation en éléments simples. Le chapitre suivant présente un algorithme permettant de remonter aux propriétés physiques élémentaires d'un milieu à partir de la matrice de Mueller qui le caractérise.

Chapitre 4

Interprétation des matrices de Mueller : décomposition en éléments simples

I INTRODUCTION **81**

II DISCRIMINATION DU BRUIT D'UNE MATRICE DE MUELLER **81**

II.1 PRINCIPE DU FILTRAGE **81**

II.2 ALGORITHME DE DETECTION DE LA DEPOLARISATION **82**

III DECOMPOSITION D'UNE MATRICE DE MUELLER NON DEPOLARISANTE **84**

III.1 DECOMPOSITION POLAIRE D'UNE MATRICE DE MUELLER-JONES **84**

III.1.1 PRINCIPE **84**

III.1.2 CALCUL **86**

III.1.2.1 Première étape : Matrice de Mueller du diatténuateur **86**

III.1.2.2 Deuxième étape : Matrice de Mueller du retardateur **86**

III.1.3 NON-COMMUTATIVITE DES MATRICES **87**

III.2 ALGORITHME DE DETERMINATION DES PROPRIETES D'UNE MATRICE DE MUELLER NON DEPOLARISANTE **87**

IV DECOMPOSITION D'UNE MATRICE DE MUELLER DEPOLARISANTE **90**

IV.1 DECOMPOSITION DE LU ET CHIPMAN **91**

IV.1.1 PRINCIPE **91**

IV.1.2 CALCUL **92**

IV.1.2.1 Première étape : Matrice de Mueller du diatténuateur **92**

IV.1.2.2 Deuxième étape : Matrice de Mueller du dépolarisateur **93**

IV.1.2.3 Troisième étape : Matrice de Mueller du retardateur **94**

IV.1.3 DISCUSSION AUTOUR DE LA NON COMMUTATIVITE DES MATRICES **94**

IV.1.4 DISCUSSION SUR LA VALIDITE DE LA DECOMPOSITION **95**

IV.2 EVALUATION DE LA DEPOLARISATION **96**

IV.2.1 INDICE DE DEPOLARISATION **96**

IV.2.2 DEGRE MOYEN DE POLARISATION **97**

IV.2.3 DEGRE DE DEPOLARISATION ANISOTROPE **97**

IV.2.4 CONCLUSION **98**

IV.3 ALGORITHME DE DETERMINATION DES PROPRIETES D'UNE MATRICE DE MUELLER DEPOLARISANTE **98**

V CLASSIFICATION DES MILIEUX POLARIMETRIQUES **101**

V.1 ALGORITHME DE TRAITEMENT DES MATRICES DE MUELLER **102**

V.2 APPLICATION DE L'ALGORITHME DE DECOMPOSITION **104**

V.2.1 CLASSIFICATION POLARIMETRIQUE DES ECHANTILLONS **105**

V.2.2 MILIEU BIREFRINGENT : LAME DE FERROFLUIDE **108**

V.2.3 MILIEU DICHROÏQUE : POLARISEUR GLAN-TAYLOR **109**

V.2.4 MILIEU BIREFRINGENT ET DICHROÏQUE : LAME A CRISTAUX LIQUIDES **111**

V.2.5 MILIEU BIREFRINGENT ET DEPOLARISANT ISOTROPE : MORCEAU D'ADHESIF **112**

V.2.6 MILIEU DEPOLARISANT ISOTROPE : CIBLE DE NYLON **113**

V.2.7 MILIEU DEPOLARISANT ANISOTROPE : CIBLE DIELECTRIQUE **115**

VI CONCLUSION **117**

I Introduction

Les matrices de Mueller que nous sommes amenés à mesurer sont plus compliquées que celles présentées au chapitre 3 (éléments optiques simples : retardateur, diatténuateur, dépolariseur). En effet, en plus d'une forte dépolarisation, la peau (tissu biologique complexe) peut présenter de la biréfringence et même du dichroïsme pour une incidence non normale sur l'échantillon. Ces différents effets polarimétriques n'étant pas forcément directement accessibles, il est nécessaire de décomposer la matrice de Mueller expérimentale en éléments optiques simples.

F. LE ROY-BREHONNET [4.1], [4.2], [4.3] a développé un algorithme de décomposition permettant de classer les milieux non dépolarisants en utilisant la décomposition polaire [3.4] puisque dans ce cas il est possible d'associer une matrice de Jones à sa matrice de Mueller expérimentale. Cet algorithme permet de filtrer le bruit expérimental puis de remonter aux propriétés optiques du milieu étudié (retard, dichroïsme, directions propres).

Dans le cadre de notre étude, l'effort s'est porté sur la classification des milieux dépolarisants. Nous avons alors opté pour une autre approche basée sur la décomposition proposée par LU et CHIPMAN [3.5] puisque celle-ci tient compte du phénomène de dépolarisation. Il est donc possible de séparer la dépolarisation des autres effets physiques en présence et de caractériser la nature isotrope ou anisotrope de la dépolarisation.

Nous présentons dans ce chapitre ce nouvel algorithme de traitement des matrices de Mueller. Nous l'illustrerons ensuite sur plusieurs systèmes optiques bien connus aux propriétés polarimétriques différentes.

II Discrimination du bruit d'une matrice de Mueller

Nous avons vu au chapitre 2 que toute matrice de Mueller [M] non dépolarisante pouvait être associée à une matrice de Jones. Cependant, la détermination expérimentale de [M] induit des erreurs de mesure qui se traduisent sous forme de bruit sur les coefficients M_{ij} . Dans ce cas, [M] contient plus de sept paramètres indépendants et ne peut donc plus être caractérisée par une matrice de Mueller-Jones. Il est donc nécessaire de filtrer le bruit expérimental pour pouvoir estimer la matrice de Mueller expérimentale par une matrice de Mueller-Jones.

II.1 Principe du filtrage

Au chapitre 2 nous avons montré qu'il est possible d'associer une matrice diagonalisable [N] à toute matrice de Mueller [M] (dépolarisante ou non) en utilisant la relation (II.41). Pour rappel, [N] s'exprime comme la somme incohérente d'au plus quatre composantes, chacune pondérée par sa valeur propre respective.

$$[N] = \lambda_0 [N_0] + \lambda_1 [N_1] + \lambda_2 [N_2] + \lambda_3 [N_3] \quad \text{avec} \quad |\lambda_0| \geq |\lambda_1| \geq |\lambda_2| \geq |\lambda_3| \quad (\text{IV.1})$$

[4.1] F. LE ROY-BREHONNET, B. LE JEUNE, P. ELIES, J. CARIOU, J. LOTRIAN, "Optical media and target characterization by Mueller matrix decomposition", J. Phys. D, vol. 29, 34-38 (1996).

[4.2] F. LE ROY-BREHONNET, B. LE JEUNE, "Utilization of Mueller matrix formalism to obtain optical targets depolarization and polarization properties", Prog. Quantum Electron., vol. 21, n° 2, 109-151 (1997).

[4.3] F. LE ROY-BREHONNET, B. LE JEUNE, P. Y. GERLIGAND, J. CARIOU, J. LOTRIAN, "Analysis of depolarizing optical targets by Mueller matrix formalism", Pure Applied Optics, vol. 6, 385-404 (1997).

La matrice de Mueller $[M]$ peut alors s'écrire comme la combinaison linéaire d'au plus quatre matrices de Mueller-Jones :

$$[M] = \frac{\lambda_0}{2} [\tilde{M}_0] + \frac{\lambda_1}{2} [\tilde{M}_1] + \frac{\lambda_2}{2} [\tilde{M}_2] + \frac{\lambda_3}{2} [\tilde{M}_3] \quad (\text{IV.2})$$

Nous rappelons qu'une condition nécessaire et suffisante pour que $[M]$ soit une matrice de Mueller-Jones est que $[N]$ ne possède qu'une seule valeur propre non nulle ($\lambda_0 = 2M_{00}$ et $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0$).

Dans le cas d'une matrice de Mueller-Jones bruitée par le processus expérimental, il apparaît pour $[N]$ des valeurs propres λ_i ($i=1,2,3$) non nulles résultantes du bruit et pouvant être négatives. C'est pourquoi, en isolant la valeur propre maximale λ_0 des autres λ_i de $[N]$, il serait possible de filtrer le bruit expérimental d'une matrice de Mueller donnée.

Si $[M]$ n'est pas une Mueller-Jones mais que $\lambda_i \approx 2M_{00}$ et $\lambda_i \approx 0$ pour $i=1,2,3$, une matrice de Mueller-Jones $[\tilde{M}_J]$ peut être construite à partir de la matrice $[\tilde{N}_J]$ telle que :

$$\begin{cases} [\tilde{N}_J] = \lambda_0 [N_0] \\ [\tilde{M}_J] = \frac{\lambda_0}{2} [\tilde{M}_0] \end{cases} \quad (\text{IV.3})$$

Où \sim indique la notion d'estimation. Nous considérons que la suppression des λ_i pour $i=1,2,3$ correspond à un filtrage du bruit qui est indépendant du signal **[2.15]**.

La matrice de Jones, définie à une constante multiplicative près, peut s'obtenir facilement en utilisant la relation **(II.47)**. Un tel processus permet donc d'opérer un filtrage de la matrice de Mueller. Cependant, le fait que $[M]$ ne soit pas une matrice de Mueller-Jones, n'est pas uniquement imputable aux erreurs expérimentales, mais peut également être attribué à l'effet de dépolarisation intrinsèque du système optique considéré. Dans ce cas, le filtrage fait perdre une partie de l'information portée par le signal. Il faut donc distinguer le bruit de mesure de la dépolarisation.

II.2 Algorithme de détection de la dépolarisation

Tout d'abord, introduisons la norme de Frobenius d'une matrice $[X]$ de dimension $n \times n$, définie par :

$$\|X\|_F = \sqrt{\sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{n-1} |X_{ij}|^2} = \sqrt{\text{tr}([X]^\dagger [X])} \quad (\text{IV.4})$$

Il est possible de discriminer un milieu dépolarisant d'un milieu qui ne l'est pas en utilisant l'analyse décrite dans les paragraphes précédents. Cette dernière a permis à F. LE ROY-BREHONNET **[4.2]** d'élaborer l'algorithme (**Figure IV.1**) que nous explicitons ci-dessous.

Soit $[M]$ la matrice de Mueller expérimentale pour laquelle nous aurons évalué la matrice d'écart-type $[S]$, caractérisant les incertitudes sur les éléments M_{ij} . L'obtention de cette dernière sera présentée avec le dispositif expérimental au chapitre 5.

Dans un premier temps, nous calculons la matrice $[N]$ ainsi que les valeurs propres λ_i qui lui sont associées. Nous choisissons alors de construire la matrice de Mueller-Jones estimée $[\tilde{M}_J]$ (non normalisée) à partir de l'opérateur hermitien $[\tilde{N}_J]$ **(IV.3)**.

Nous pouvons alors évaluer les normes de Frobenius $\|S\|_F$ et $\|\Delta M\|_F$ **(IV.5)**.

$$\|\Delta M\|_F = \|M - \tilde{M}_J\|_F \quad (\text{IV.5})$$

Or, d'après Anderson et Barakat [2.15], $\|\Delta M\|_F$ peut directement être obtenue à partir des valeurs propres λ_i :

$$\|\Delta M\|_F = \sqrt{|\lambda_1|^2 + |\lambda_2|^2 + |\lambda_3|^2} \quad (\text{IV.6})$$

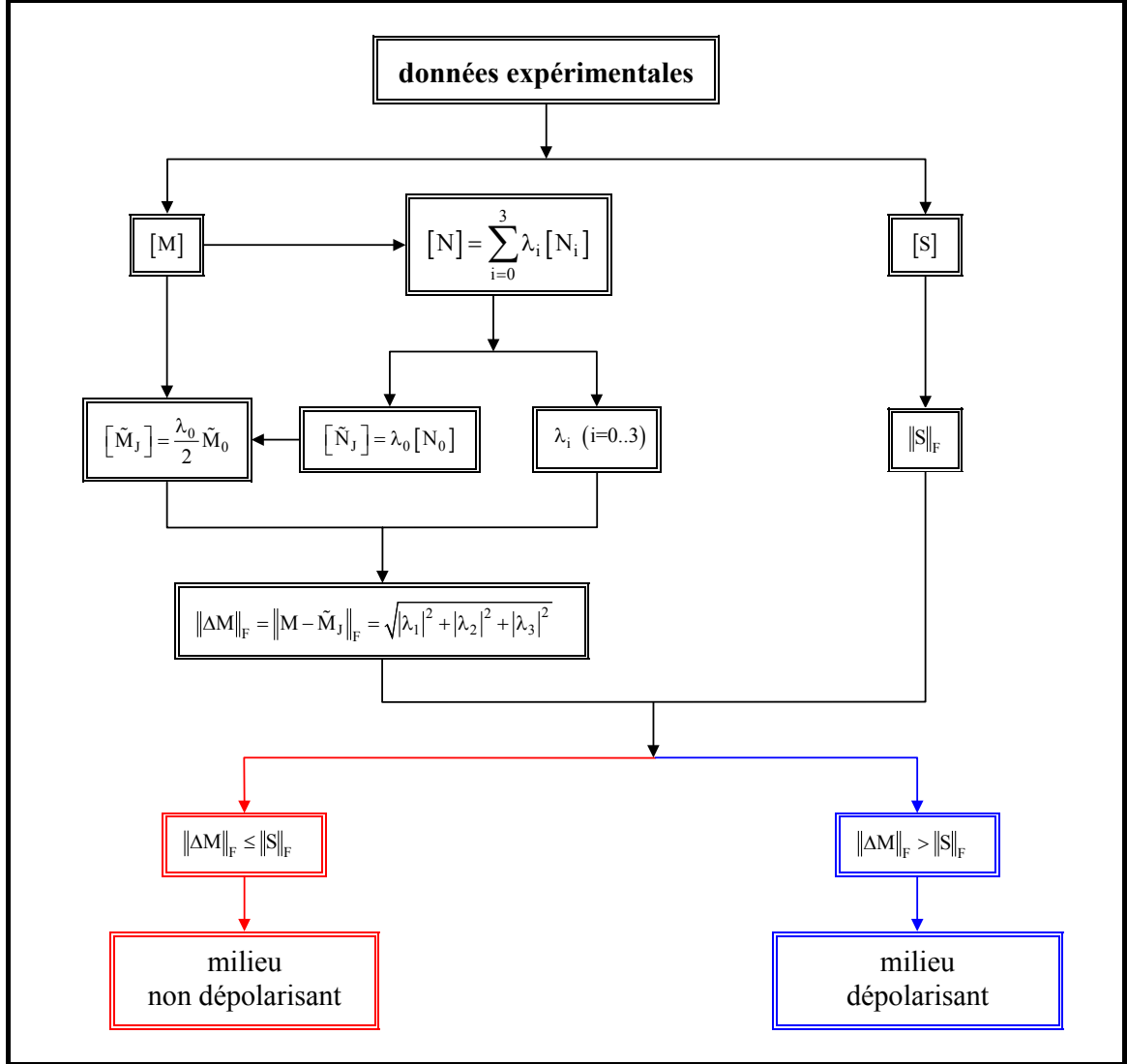


Figure IV.1 : Algorithme de détection de la dépolarisation.

Si la différence entre $[M]$ et $[\tilde{M}_J]$ est uniquement la conséquence d'erreurs expérimentales, alors :

$$\|\Delta M\|_F \leq \|S\|_F \quad (\text{IV.7})$$

Dans ce cas, nous pouvons déduire que la matrice de Mueller correspond bien, aux erreurs de mesures près, à un système optique non dépolarisant. Afin d'extraire les caractéristiques physiques de ce système (retard, dichroïsme), nous verrons par la suite qu'il est intéressant d'utiliser la décomposition polaire [3.4] sur $[\tilde{M}_J]$ qui donne une bonne estimation de $[M]$.

Mais si :

$$\|\Delta M\|_F > \|S\|_F \quad (\text{IV.8})$$

Soit la mesure est erronée et ne correspond pas à un système physiquement réalisable, soit le système optique dépolarise. Il faut donc utiliser dans ce dernier cas un autre type de décomposition, celle de LU et CHIPMAN [3.2].

Cet algorithme de détection de la dépolarisation (Figure IV.1) sera illustré à la fin de ce chapitre mais auparavant intéressons-nous à la décomposition d'une matrice de Mueller non dépolarisante.

Remarque :

La notion de réalisabilité physique d'un système optique peut être reliée au spectre des valeurs propres de $[N]$. En effet, $[N]$ étant hermitienne définie semi-positive, ses quatre valeurs propres doivent être réelles et positives ou nulles. C'est pourquoi, le système optique n'est pas physiquement acceptable si au moins l'une des valeurs propres de $[N]$ est négative.

III Décomposition d'une matrice de Mueller non dépolarisante

Lorsque le milieu étudié est non dépolarisant, la relation (IV.7) est vérifiée et la matrice de Mueller expérimentale $[M]$ est physiquement réalisable et estimable par une matrice de Mueller-Jones. En appliquant la décomposition polaire [3.4] à cette dernière matrice (non dépolarisante) il est alors possible de remonter aux propriétés polarimétriques de ce milieu (axes d'orientation, retard, dichroïsme).

III.1 Décomposition polaire d'une matrice de Mueller-Jones

III.1.1 Principe

Nous avons vu au chapitre 2 que tout élément optique non dépolarisant peut être représenté par une matrice de Jones (homogène ou non). C'est en reprenant les travaux de JONES [2.3] sur le calcul matriciel pour traiter les systèmes optiques non dépolarisants que WHITNEY [4.4] introduisit la notion de décomposition polaire. Elle démontra que toute matrice de Jones peut être décomposée en un produit de deux matrices de Jones homogènes caractéristiques d'éléments polarimétriques dits élémentaires. Une matrice de Jones peut ainsi être factorisée sous la forme suivante :

$$[J] = [J_R] \cdot [J_D] \quad (\text{IV.9})$$

Où $[J_D]$ est une matrice hermitienne qui peut être associée à un diatténuateur elliptique homogène tandis que $[J_R]$ est une matrice unitaire qui peut être associée à un retardateur elliptique homogène. Ces deux éléments simples ont été présentés au chapitre 3. Le retardateur et le diatténuateur sont donc des éléments polarimétriques simples qui caractérisent des milieux non dépolarisants.

Cette décomposition polaire fut reprise plus tard par GIL et BERNABEU [3.4] afin d'obtenir les propriétés de retard et de polarisation d'un système optique non dépolarisant à partir des matrices de Mueller (ou plutôt de Mueller-Jones). Ils ont montré la possibilité de décomposer une matrice de Mueller-Jones $[M_J]$ représentant un système optique (Figure IV.2) en éléments simples tels que :

$$[M_J] = [M_R] \cdot [M_D] \quad (\text{IV.10})$$

[4.4] C. WHITNEY, "Pauli-algebraic operators in polarisation optics", J.O.S.A., vol. 61, 1207-1213 (1971).

Où $[M_R]$ est la matrice de Mueller d'un retardateur elliptique homogène (III.7) et $[M_D]$ est la matrice de Mueller d'un diatténuateur elliptique homogène (III.21). Il est important de souligner que les états propres de polarisation de $[M_J]$ ne sont pas forcément orthogonaux.

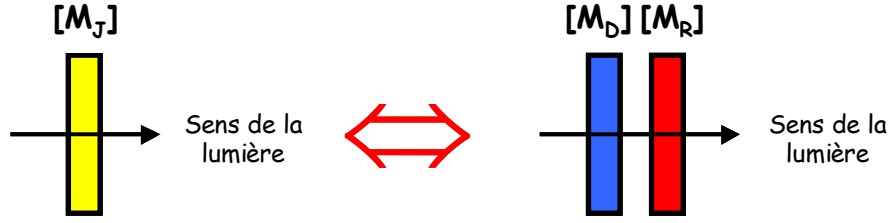


Figure IV.2 : Ordre de décomposition $[M] = [M_R] \cdot [M_D]$ par rapport à la propagation de la lumière.

En se basant sur la relation (III.8), la matrice de Mueller d'un diatténuateur elliptique peut s'écrire en faisant apparaître la diatténuation D (III.12) et la transmittance pour une onde non polarisée T_0 (III.11) :

$$[M_D] = T_0 \begin{bmatrix} 1 & aD & bD & cD \\ aD & \sqrt{1-D^2} + (1-\sqrt{1-D^2})a^2 & ab(1-\sqrt{1-D^2}) & ac(1-\sqrt{1-D^2}) \\ bD & ab(1-\sqrt{1-D^2}) & \sqrt{1-D^2} + (1-\sqrt{1-D^2})b^2 & bc(1-\sqrt{1-D^2}) \\ cD & ac(1-\sqrt{1-D^2}) & bc(1-\sqrt{1-D^2}) & \sqrt{1-D^2} + (1-\sqrt{1-D^2})c^2 \end{bmatrix} \quad (IV.11)$$

$$\text{avec } \begin{cases} T_0 = \frac{1}{2}(P_1^2 + P_2^2), D = \frac{P_1^2 - P_2^2}{P_1^2 + P_2^2} \\ a = \cos(2\varepsilon_d)\cos(2\alpha_d), b = \cos(2\varepsilon_d)\sin(2\alpha_d), c = \sin(2\varepsilon_d) \end{cases}$$

Les coefficients de transmission maximum et minimum d'amplitude P_1 et P_2 ($P_1 > P_2$) sont les valeurs propres des états propres de polarisation orthogonaux de $[M_D]$. Ces derniers ont pour azimuts respectifs α_d et $\alpha_d + 90^\circ$ et pour ellipticités ε_d et $-\varepsilon_d$. $[M_D]$ est entièrement définie si nous connaissons D , T_0 , α_d et ε_d .

En se basant sur la relation (III.26), la matrice de Mueller d'un retardateur elliptique est la suivante :

$$[M_R] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d^2 - e^2 - f^2 + g^2 & 2(de + fg) & 2(df - eg) \\ 0 & 2(de - fg) & -d^2 + e^2 - f^2 + g^2 & 2(e f + dg) \\ 0 & 2(df + eg) & 2(e f - dg) & -d^2 - e^2 + f^2 + g^2 \end{bmatrix} \quad (IV.12)$$

$$\text{avec } \begin{cases} d = \cos(2\varepsilon_r)\cos(2\alpha_r)\sin(\frac{\delta}{2}), e = \cos(2\varepsilon_r)\sin(2\alpha_r)\sin(\frac{\delta}{2}) \\ f = \sin(2\varepsilon_r)\sin(\frac{\delta}{2}), g = \cos(\frac{\delta}{2}) \end{cases}$$

δ est le retard introduit entre les deux états propres de polarisation elliptique orthogonaux :

$$\delta = \varphi_r - \varphi_l \quad (IV.13)$$

Où φ_r et φ_l ($\varphi_r > \varphi_l$) sont les phases de ces états propres. Ces derniers ont pour azimuts respectifs α_r et $\alpha_r + 90^\circ$ et pour ellipticités ε_r et $-\varepsilon_r$. Cependant, il n'est pas possible de remonter à δ à partir de la matrice de Mueller, mais sa valeur absolue, qui est définie comme la retardance R (III.22), est accessible. C'est pourquoi, $[M_R]$ est entièrement définie si nous connaissons R, α_r et ε_r .

La matrice de Mueller-Jones $[M_J]$ est complètement caractérisée si les sept paramètres suivants sont connus :

- la transmittance pour une onde non polarisée T_0
- la diatténuation D
- l'azimut α_d et l'ellipticité ε_d qui caractérisent l'axe de diatténuation
- la retardance R
- l'azimut α_r et l'ellipticité ε_r qui caractérisent l'axe rapide du retardateur

Il est possible de remonter directement à la diatténuation D et la retardance R à partir de la matrice de Jones associée à la matrice de Mueller-Jones $[M_J]$ [2.8]. Notre choix s'est plutôt porté sur la méthode proposée par LU et CHIPMAN [3.5] puisqu'elle permet de remonter aisément à ces sept paramètres.

III.1.2 Calcul

LU et CHIPMAN ont simplifié l'écriture de $[M_J]$ en utilisant les relations (III.9) et (III.27) qui décrivent respectivement le diatténuateur $[M_D]$ et le retardateur $[M_R]$. Toute matrice de Mueller-Jones $[M_J]$ peut alors s'écrire sous la forme suivante :

$$[M_J] = \begin{bmatrix} M_{J_{00}} & M_{J_{01}} & M_{J_{02}} & M_{J_{03}} \\ M_{J_{10}} & M_{J_{11}} & M_{J_{12}} & M_{J_{13}} \\ M_{J_{20}} & M_{J_{21}} & M_{J_{22}} & M_{J_{23}} \\ M_{J_{30}} & M_{J_{31}} & M_{J_{32}} & M_{J_{33}} \end{bmatrix} = [M_R] \cdot [M_D] = \begin{bmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ \vec{0} & [m_R] \end{bmatrix} T_0 \begin{bmatrix} 1 & \vec{D}^T \\ \vec{D} & [m_D] \end{bmatrix} = T_0 \begin{bmatrix} 1 & \vec{D}^T \\ [m_R] \vec{D} & [m_R][m_D] \end{bmatrix} \quad (\text{IV.14})$$

III.1.2.1 Première étape : Matrice de Mueller du diatténuateur

La transmittance non polarisée et le vecteur diatténuation (III.13) s'obtiennent directement à partir de la matrice de Mueller-Jones $[M_J]$:

$$\begin{cases} T_0 = M_{J_{00}} \\ \vec{D} = \frac{1}{M_{J_{00}}} \begin{bmatrix} M_{J_{01}} \\ M_{J_{02}} \\ M_{J_{03}} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (\text{IV.15})$$

La diatténuation D s'obtient alors facilement puisqu'elle est définie comme la norme de \vec{D} (III.12). Le diatténuateur est alors complètement caractérisé en représentant le vecteur diatténuation \vec{D} par son azimut α_d et son ellipticité ε_d (Annexe 4.A).

III.1.2.2 Deuxième étape : Matrice de Mueller du retardateur

Si la matrice de Mueller-Jones ne décrit pas un simple diatténuateur alors la matrice de Mueller d'un retardateur peut être simplement déterminée en utilisant la relation suivante :

$$[M_R] = [M_J] \cdot [M_D]^{-1} \quad (\text{IV.16})$$

Dans ce cas, il est nécessaire au préalable de remonter à la matrice de diatténuation $[M_D]$ en utilisant la relation (III.14). La retardance R et le vecteur retardance \vec{R} sont ensuite déterminés à partir de $[M_R]$ (IV.16) via les relations (III.29), (III.30) et (III.31). Le retardateur est alors complètement caractérisé en représentant le vecteur retardance par son azimut α_r et son ellipticité ε_r (Annexe 4.A).

III.1.3 Non-commutativité des matrices

Cependant, la non commutativité des matrices $[J]$ et $[M_J]$ montre qu'il est aussi possible de décomposer le système optique en inversant l'ordre du diatténuateur et du retardateur. Nous obtenons alors :

$$[J] = [J'_D] \cdot [J'_R] \quad (IV.17)$$

$$[M_J] = [M'_D] \cdot [M'_R] = T_0 \begin{bmatrix} 1 & \vec{D}'^T [m'_R] \\ \vec{D}' & [m'_D][m'_R] \end{bmatrix} \quad (IV.18)$$

Puisque les matrices $[J_R]$, $[J'_R]$, $[M_R]$ et $[M'_R]$ sont unitaires ($[M_R] \cdot [M_R]^T = 1$ et $[J_R] \cdot [J_R]^T = 1$), en identifiant et en développant respectivement les relations (IV.9) avec (IV.17) et (IV.10) avec (IV.18), nous obtenons :

$$\begin{cases} [J'_R] = [J_R] \\ [J'_D] = [J_R] \cdot [J_D] \cdot [J_R]^T \\ [M'_R] = [M_R] \\ [M'_D] = [M_R] \cdot [M_D] \cdot [M_R]^T \end{cases} \quad (IV.19)$$

Quel que soit l'ordre de décomposition, R et D ne changent pas, ce sont des invariants. Contrairement aux états propres du retardateur, ceux du diatténuateur issus de la décomposition (IV.19) sont différents de ceux issus de (IV.10) puisque le vecteur diatténuation de M'_D est le suivant :

$$\vec{D}' = \frac{1}{M_{J_{00}}} \begin{bmatrix} M_{J_{10}} \\ M_{J_{20}} \\ M_{J_{30}} \end{bmatrix} \quad (IV.20)$$

Le diatténuateur $[M'_D]$ est alors complètement caractérisé en représentant le vecteur diatténuation \vec{D}' par son azimut α'_d et son ellipticité ε'_d . Mais rien, a priori, ne permet de dire quelle décomposition choisir entre (IV.10) et (IV.18).

III.2 Algorithme de détermination des propriétés d'une matrice de Mueller non dépolarisante

En utilisant l'analyse décrite précédemment, il est possible de déterminer les propriétés polarimétriques d'un milieu non dépolarisant à travers sa matrice de Mueller-Jones estimée, obtenue après filtrage du bruit expérimental. Cette analyse nous a permis d'élaborer l'algorithme (Figure IV.3) décrit ci-dessous.

Soit $[M]$ la matrice de Mueller du milieu que nous étudions et $[S]$ la matrice des écarts-type caractérisant les incertitudes sur les éléments M_{ij} . En évaluant la matrice $[N]$, nous obtenons la matrice de Mueller-Jones estimée $[\tilde{M}_J]$ telle que :

$$[\tilde{M}_J] = \frac{\lambda_0}{2} [\tilde{M}_0] \quad (\text{IV.21})$$

Où $[\tilde{M}_0]$ représente la normalisation de $[\tilde{M}_J]$. Puisque nous traitons le cas d'un milieu non dépolarisant, la relation (IV.7) est vérifiée.

Nous décomposons la matrice $[\tilde{M}_0]$ représentant un système optique non dépolarisant en éléments simples (diatténuateur et retardateur) tels que (choix de l'ordre arbitraire) :

$$[\tilde{M}_0] = [\tilde{M}_R] \cdot [\tilde{M}_D] \quad (\text{IV.22})$$

Puisque $[\tilde{M}_0]$ est une matrice normalisée, la transmittance T_0 est égale à 1 (IV.15). En utilisant la décomposition polaire (IV.22) il est possible de déterminer les matrices $[\tilde{M}_R]$ et $[\tilde{M}_D]$.

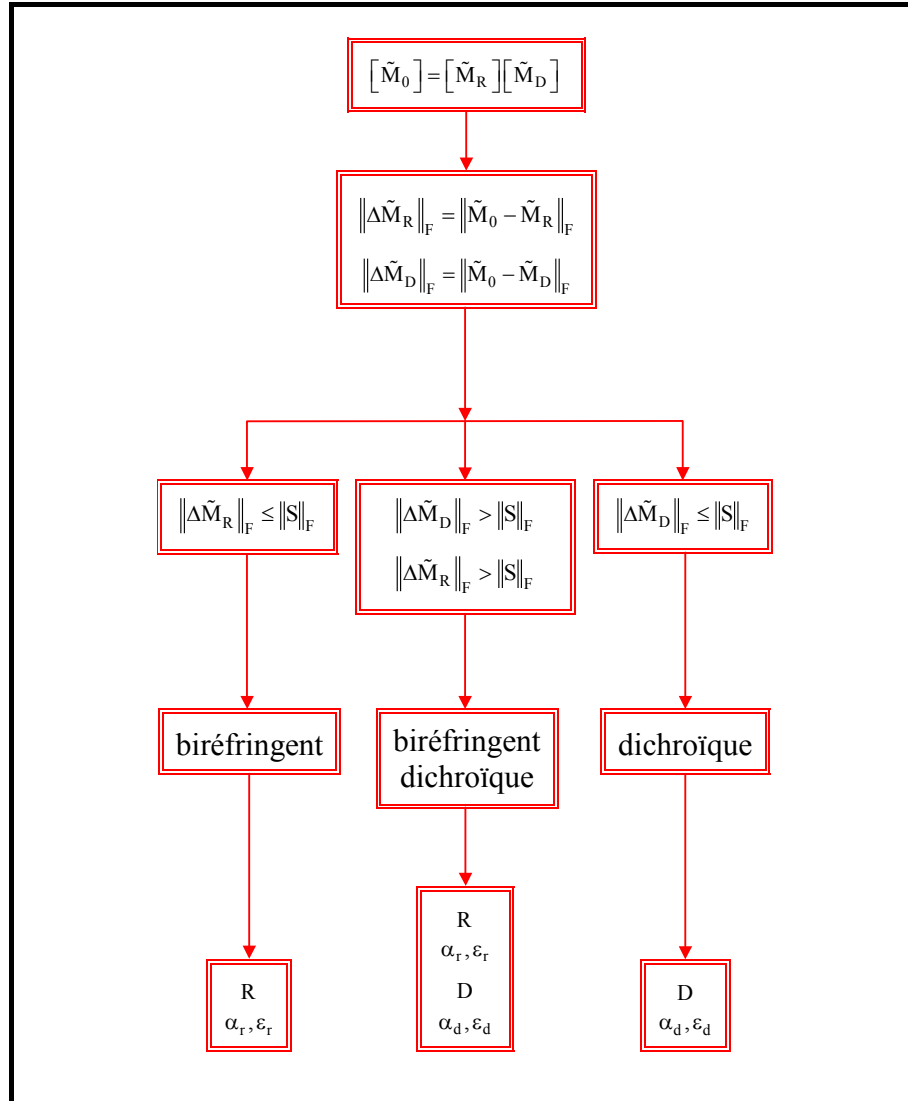


Figure IV.3 : Algorithme de détermination des propriétés d'une matrice de Mueller non dépolarisante.

Cependant, il est important de trouver un critère qui puisse dire si le milieu est soit dichroïque soit biréfringent, soit les deux à la fois. Nous choisissons alors de comparer les matrices estimées du diatténuateur et du retardateur avec la matrice $[\tilde{M}_0]$ en évaluant les normes de Frobenius suivantes :

$$\begin{cases} \|\Delta\tilde{M}_R\|_F = \|\tilde{M}_0 - \tilde{M}_R\|_F \\ \|\Delta\tilde{M}_D\|_F = \|\tilde{M}_0 - \tilde{M}_D\|_F \end{cases} \quad (\text{IV.23})$$

Nous pouvons alors distinguer trois cas :

- Si le milieu étudié est seulement **biréfringent**, alors $[\tilde{M}_R]$ doit ressembler à $[\tilde{M}_0]$. Si cette affirmation est vraie, nous devons avoir :

$$\begin{cases} \|\Delta\tilde{M}_R\|_F \leq \|S\|_F \\ \|\Delta\tilde{M}_D\|_F > \|S\|_F \end{cases} \quad (\text{IV.24})$$

Dans ce cas, il est possible de caractériser le milieu biréfringent en remontant à la retardance R ainsi qu'à l'azimut α_r et l'ellipticité ε_r définissant l'axe rapide du retardateur.

La diatténuation D issue de la décomposition polaire $[\tilde{M}_0] = [\tilde{M}_R][\tilde{M}_D]$ doit alors être proche de 0. L'azimut α_d et l'ellipticité ε_d définissant l'axe de diatténuation issus de la même décomposition représentent alors du bruit expérimental résiduel au filtrage.

- Si le milieu étudié est seulement **dichroïque**, alors $[\tilde{M}_D]$ doit ressembler à $[\tilde{M}_0]$. Si cette affirmation est vraie, nous devons avoir :

$$\begin{cases} \|\Delta\tilde{M}_R\|_F > \|S\|_F \\ \|\Delta\tilde{M}_D\|_F \leq \|S\|_F \end{cases} \quad (\text{IV.25})$$

Dans ce cas, il est possible de caractériser le milieu dichroïque en remontant à la diatténuation D ainsi qu'à l'azimut α_d et l'ellipticité ε_d définissant l'axe de diatténuation.

La retardance R ainsi que l'azimut α_r et l'ellipticité ε_r définissant l'axe rapide du retardateur issus de la décomposition polaire $[\tilde{M}_0] = [\tilde{M}_R][\tilde{M}_D]$ représentent alors du bruit expérimental résiduel au filtrage.

- Si le milieu étudié est **biréfringent et dichroïque**, alors $[\tilde{M}_D]$ et $[\tilde{M}_R]$ ne doivent pas "ressembler" à $[\tilde{M}_0]$. Si cette affirmation est vraie, nous devons avoir :

$$\begin{cases} \|\Delta\tilde{M}_R\|_F > \|S\|_F \\ \|\Delta\tilde{M}_D\|_F > \|S\|_F \end{cases} \quad (\text{IV.26})$$

Dans ce cas, il est possible de caractériser le milieu biréfringent et dichroïque en remontant aux paramètres R, D, α_r , ε_r , α_d , ε_d issus de la décomposition polaire $[\tilde{M}_0] = [\tilde{M}_R][\tilde{M}_D]$.

Remarque 1 :

Une méthode qui permettrait de dire si le milieu étudié possède des états propres de polarisation orthogonaux (matrice homogène) consiste à évaluer $[\tilde{M}_D]$ telle que :

$$[\tilde{M}_0] = [\tilde{M}'_D] \cdot [\tilde{M}_R] \quad (\text{IV.27})$$

Nous déduisons de la matrice $[\tilde{M}_D]$, son vecteur diatténuation \tilde{D}' . Sachant que la diatténuation de cette matrice est également D , ce diatténuateur est complètement caractérisé en représentant \tilde{D}' par son azimut α'_d et son ellipticité ε'_d .

Si le milieu étudié possède des états propres de polarisation orthogonaux (matrice homogène) [2.8] alors la relation (IV.28) est vérifiée.

$$[\tilde{M}_D] = [\tilde{M}'_D] \quad (\text{IV.28})$$

En effet, la matrice unitaire $[\tilde{M}_R]$ joue le rôle de matrice de rotation 3D pour passer de $[\tilde{M}_D]$ à $[\tilde{M}'_D]$ (IV.19) (la réciproque est vraie). Mais si les états propres de polarisation ne sont pas orthogonaux (matrice non homogène) la relation (IV.28) n'est plus vraie.

Cette remarque sera illustrée à la fin de ce chapitre avec l'étude d'un milieu biréfringent dichroïque.

Remarque 2 :

Il est également possible de comparer la matrice estimée du diatténuateur $[\tilde{M}'_D]$ avec la matrice $[\tilde{M}_0]$ en évaluant la norme de Frobenius suivante :

$$\|\Delta\tilde{M}'_D\|_F = \|\tilde{M}_0 - \tilde{M}'_D\|_F \quad (\text{IV.29})$$

Et comme $[\tilde{M}_R]$ est une matrice unitaire, il est possible de montrer que :

$$\|\Delta\tilde{M}'_D\|_F = \|\Delta\tilde{M}_D\|_F \quad (\text{IV.30})$$

IV Décomposition d'une matrice de Mueller dépolarisante

S'il est possible de caractériser la matrice de Mueller d'un milieu obtenu expérimentalement par une matrice de Mueller-Jones alors celui-ci est non dépolarisant. Par contre, si ce n'est pas le cas, le milieu est dépolarisant. En effet, lorsque nous savons, a priori, que le nombre de phénomènes physiques élémentaires en présence est limité (<5), nous pouvons utiliser la méthode vue précédemment qui consiste à former la matrice 4x4 diagonalisable $[N]$. Si, par contre, le nombre de phénomènes physiques élémentaires est très grand (cas des milieux diffusants), il faut adopter une autre approche qui consiste à prendre en compte les phénomènes de dépolarisation. Certains milieux présentent, en plus de la dépolarisation, des effets de dichroïsme ou/et de déphasage. Dans ce cas, Il est important de séparer la dépolarisation des autres effets polarimétriques en présence. C'est pourquoi nous choisissons d'utiliser la décomposition proposée par LU et CHIPMAN [3.5].

IV.1 Décomposition de Lu et Chipman

IV.1.1 Principe

La méthode proposée par LU et CHIPMAN [3.5] permet de décomposer les matrices de Mueller sur le principe de la décomposition polaire. Ainsi toute matrice de Mueller peut s'écrire sous la forme d'un produit de trois matrices élémentaires correspondant à des effets simples de polarisation :

$$[M] = [M_\Delta] \cdot [M_R] \cdot [M_D] \quad (\text{IV.31})$$

où les matrices $[M_\Delta]$, $[M_R]$, $[M_D]$ sont respectivement associées à un dépolariseur (IV.32), un retardateur (III.27) et un diatténuateur (III.9). L'ordre physique de la décomposition est représentée sur la figure IV.4.

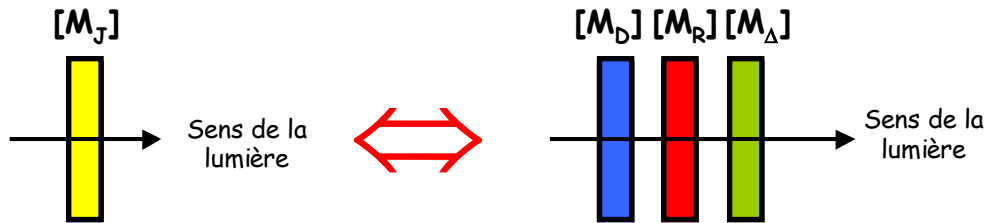


Figure IV.4 : Ordre de décomposition $[M] = [M_\Delta] \cdot [M_R] \cdot [M_D]$ par rapport à la propagation de la lumière.

Cette décomposition (unique si la matrice de Mueller n'est pas singulière) a deux principales utilités puisqu'elle permet :

- de séparer la partie dépolarisée de celle polarisée.
- d'extraire les paramètres polarimétriques du système optique (retardance et diatténuation).

Cependant, la matrice de Mueller du dépolariseur n'est pas celle décrite par l'équation (III.46) puisqu'elle ne possède que 6 degrés de liberté. Sachant qu'une matrice de Mueller caractéristique d'un milieu dépolarisant en a 16 et que le retardateur et le diatténuateur en possèdent respectivement 3 et 4, le dépolariseur doit donc avoir 9 degrés de liberté. LU et CHIPMAN ont généralisé l'écriture de la matrice de Mueller du dépolariseur en incluant un effet de polarisation de la lumière non polarisée. Sa forme générale est alors la suivante :

$$[M_\Delta] = \begin{bmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ \vec{P}_\Delta & [I_3] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ \vec{0} & [m_\Delta] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ \vec{P}_\Delta & [m_\Delta] \end{bmatrix} \quad (\text{IV.32})$$

Où $[I_3]$ et \vec{P}_Δ sont respectivement la matrice identité 3x3 et le vecteur polarisation.

Ce dépolariseur général est formé d'un dépolariseur (III.46) suivi par un polariseur partiel ne possédant ni caractère retardateur, ni caractère diatténuateur dont la matrice de Mueller n'est pas physique.

Le vecteur polarisation caractérise la capacité d'un milieu à polariser la lumière tandis que les valeurs et les vecteurs propres de $[m_\Delta]$ caractérisent les propriétés de dépolarisation.

La décomposition $[M] = [M_\Delta] [M_R] [M_D]$ (IV.31) permet de remonter :

- aux propriétés de polarisation partielle à travers le vecteur diatténuation (III.13) défini suivant l'axe de transmittance maximum du diatténuateur.
- au déphasage à travers le vecteur retardance (III.30), (III.31) défini suivant l'axe rapide du retardateur.
- à la dépolarisation à travers le pouvoir de dépolarisation (III.45) défini suivant la matrice du dépolariseur.

Nous présentons ci-dessous le calcul qui permet de remonter aux trois matrices élémentaires.

IV.1.2 Calcul

Soit $[M]$ la matrice de Mueller d'un milieu dépolarisant :

$$[M] = \begin{bmatrix} M_{00} & M_{01} & M_{02} & M_{03} \\ M_{10} & M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{20} & M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{30} & M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \quad (IV.33)$$

En utilisant les relations (III.9), (III.27) et (IV.32) qui décrivent respectivement le diatténuateur $[M_D]$, le retardateur $[M_R]$ et le dépolariseur $[M_\Delta]$, toute matrice de Mueller $[M]$ (IV.33) peut alors s'écrire sous la forme :

$$\begin{aligned} [M] &= [M_\Delta] \cdot [M_R] \cdot [M_D] = \begin{bmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ \vec{P}_\Delta & [m_\Delta] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ \vec{0} & [m_R] \end{bmatrix} T_0 \begin{bmatrix} 1 & \vec{D}^T \\ \vec{D} & [m_D] \end{bmatrix} \\ &= T_0 \begin{bmatrix} 1 & \vec{D}^T \\ \vec{P}_\Delta + [m_\Delta][m_R]\vec{D} & \vec{P}_\Delta\vec{D}^T + [m_\Delta][m_R][m_D] \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (IV.34)$$

LU et CHIPMAN [3.5] ont alors généralisé $[M]$ telle que :

$$[M] = T_0 \begin{bmatrix} 1 & \vec{D}^T \\ \vec{P} & [m] \end{bmatrix} \quad (IV.35)$$

Où \vec{P} , \vec{D} , $[m]$ et T_0 sont respectivement les vecteurs polarisation et diatténuation, la matrice réduite 3x3 et la transmittance non polarisée associés à la matrice de Mueller $[M]$.

IV.1.2.1 Première étape : Matrice de Mueller du diatténuateur

Comme pour la décomposition polaire d'une matrice de Mueller non dépolarisante (IV.14), la transmittance non polarisée et le vecteur diatténuation s'obtiennent directement à partir de la matrice de Mueller $[M]$:

$$\begin{cases} T_0 = M_{00} \\ \vec{D} = \frac{1}{M_{00}} \begin{bmatrix} M_{01} \\ M_{02} \\ M_{03} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (IV.36)$$

Puisque nous connaissons \vec{D} , il est possible de remonter à la matrice de Mueller du diatténuateur $[M_D]$ en utilisant la relation (III.14). Elle est alors complètement caractérisée en

calculant la diatténuation D (III.12) et en représentant le vecteur diatténuation \bar{D} par son azimuth α_d et son ellipticité ε_d (Annexe 4.A).

Puisque $[M_D]$ est connue, il est possible de remonter aux deux autres matrices élémentaires. Pour ce faire, nous posons :

$$[M'] = \begin{bmatrix} 1 & M'_{01} & M'_{02} & M'_{03} \\ M'_{10} & M'_{11} & M'_{12} & M'_{13} \\ M'_{20} & M'_{21} & M'_{22} & M'_{23} \\ M'_{30} & M'_{31} & M'_{32} & M'_{33} \end{bmatrix} = [M] \cdot [M_D]^{-1} = [M_\Delta] \cdot [M_R] \quad (\text{IV.37})$$

avec :

$$[M'] = [M_\Delta] \cdot [M_R] = \begin{bmatrix} 1 & \bar{0}^T \\ \bar{P}_\Delta & [m_\Delta] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \bar{0}^T \\ \bar{0} & [m_R] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \bar{0}^T \\ \bar{P}_\Delta & [m_\Delta][m_R] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \bar{0}^T \\ \bar{P}_\Delta & [m'] \end{bmatrix} \quad (\text{IV.38})$$

Nous remontons tout d'abord à la matrice de Mueller du dépolariseur $[M_\Delta]$.

IV.1.2.2 Deuxième étape : Matrice de Mueller du dépolariseur

La matrice de Mueller du dépolariseur $[M_\Delta]$ (IV.32) est complètement caractérisée si son vecteur polarisance \bar{P}_Δ et sa matrice réduite $[m_\Delta]$ sont connus.

Il est possible d'exprimer \bar{P}_Δ en fonction de \bar{P} , $[m]$ et \bar{D} de telle sorte que :

$$\bar{P}_\Delta = \begin{bmatrix} M'_{10} \\ M'_{20} \\ M'_{30} \end{bmatrix} = \frac{\bar{P} - [m]\bar{D}}{1 - D^2} \quad \text{avec} \quad \bar{P} = \frac{1}{M_{00}} \begin{bmatrix} M_{01} \\ M_{02} \\ M_{03} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad [m] = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.39})$$

Nous réduisons alors la matrice de Mueller $[M']$ en une matrice 3x3 $[m']$ telle que :

$$[m'] = [m_\Delta] \cdot [m_R] \quad (\text{IV.40})$$

Notons que ceci est équivalent à une décomposition polaire d'une matrice 3x3. Nous effectuons alors le calcul suivant sachant que $[m_R]$ est unitaire :

$$[m'] \cdot [m']^T = [m_\Delta] \cdot [m_R] \cdot ([m_\Delta] \cdot [m_R])^T = [m_\Delta]^2 \quad (\text{IV.41})$$

Si κ_1^2 , κ_2^2 , κ_3^2 sont les valeurs propres de $[m'] [m']^T$, il est possible de déterminer $[m_\Delta]$ à l'aide de la relation suivante (théorème de Cayley-Hamilton) :

$$[m_\Delta] = \pm [m_{\Delta a}] \cdot [m_{\Delta b}]$$

$$\text{avec} \begin{cases} [m_{\Delta a}] = \left([m'] \cdot [m']^T + (\kappa_1 \kappa_2 + \kappa_2 \kappa_3 + \kappa_3 \kappa_1) \cdot [I_3] \right)^{-1} \\ [m_{\Delta b}] = \left((\kappa_1 + \kappa_2 + \kappa_3) [m'] \cdot [m']^T + \kappa_1 \kappa_2 \kappa_3 \cdot [I_3] \right) \end{cases} \quad (\text{IV.42})$$

Où κ_1 , κ_2 , κ_3 sont alors les valeurs absolues des valeurs propres de $[m_\Delta]$. Le signe devant $[m_\Delta]$ est déterminé par la valeur du déterminant de $[m']$.

IV.1.2.3 Troisième étape : Matrice de Mueller du retardateur

Puisque $[M_\Delta]$ et $[M_R]$ sont connues, il est possible de remonter à la matrice de Mueller du retardateur $[M_R]$ en utilisant la relation suivante :

$$[M_R] = [M_\Delta]^{-1} \cdot [M'] \quad (\text{IV.43})$$

En utilisant les relations (III.29), (III.30) et (III.31) il est possible de déterminer sa retardance R et son vecteur retardance \vec{R} (défini suivant l'axe rapide). Ce retardateur est alors complètement caractérisé en représentant le vecteur retardance par son azimuth α_r et son ellipticité ε_r (Annexe 4.A).

IV.1.3 Discussion autour de la non commutativité des matrices

La décomposition proposée par LU et CHIPMAN est aujourd'hui fréquemment utilisée [4.5], [4.6], [4.7] mais comme pour la décomposition polaire [3.4] d'un milieu non dépolarisant se pose le problème de la non commutativité des matrices [3.5].

Puisque la multiplication matricielle n'est pas commutative, le résultat de la décomposition dépend de l'ordre dans lequel les trois matrices élémentaires sont multipliées. Il existe 6 manières de décomposer la matrice de Mueller caractéristique d'un milieu dépolarisant, mais laquelle choisir ?

A notre connaissance GUYOT [4.8] fut le premier à avoir publié sur ce problème, mais sa démonstration comportait plusieurs erreurs. Par la suite, MORIO et GOUDAIL ont montré que ces six arrangements possibles peuvent être classés en deux familles [4.9] :

$$\text{Famille } F_{\Delta D} \left\{ \begin{array}{l} [M_\Delta] \cdot [M_R] \cdot [M_D] \\ [M_{\Delta_2}] \cdot [M_{D_2}] \cdot [M_{R_2}] \\ [M_{R_3}] \cdot [M_{\Delta_3}] \cdot [M_{D_3}] \end{array} \right\} \quad \left| \quad \begin{array}{l} [M'_D] \cdot [M'_R] \cdot [M'_\Delta] \\ [M'_{R_2}] \cdot [M'_{D_2}] \cdot [M'_{\Delta_2}] \\ [M'_{D_3}] \cdot [M'_{\Delta_3}] \cdot [M'_{R_3}] \end{array} \right\} \text{ Famille } F'_{D\Delta} \quad (\text{IV.44})$$

Celles-ci se distinguent de par la position du diatténuateur vis-à-vis du dépolariseur. En effet, nous observons :

- pour la famille $F_{\Delta D}$: dans le calcul le dépolariseur précède le diatténuateur.
- pour la famille $F'_{D\Delta}$: dans le calcul le diatténuateur précède le dépolariseur.

Chaque famille possède des valeurs de diatténuation, retardance et dépolarisation différentes. Dans chaque famille, les paramètres R, D et Δ sont constants. Seuls changent les états propres des matrices $[M_D]$, $[M_R]$ et $[M_\Delta]$.

Cependant, les deux familles ont des propriétés différentes. En effet, les matrices obtenues à partir d'une décomposition appartenant à la famille $F_{\Delta D}$ mènent toujours à des matrices physiques

[4.5] P. Y. GERLIGAND, M. H. SMITH, R. A. CHIPMAN, "Polarimetric images of a cone", Optics Express, vol. 4, n° 10, 420-430 (1999).

[4.6] G. L. LIU, Y. LI, B. D. CAMERON, "Polarization-Based Optical Imaging and Processing Techniques with Application to the Cancer Diagnostics", dans Laser Tissue Interaction XIII : Photochemical, Photothermal, and Photomechanical, Proc. SPIE 4617, 208-220 (2002).

[4.7] B. LAUDE-BOULESTEIX, A. DE MARTINO, G. LE NAOUR, C. GENESTIE, L. SCHWARTZ, E. GARCIA-CAUREL, B. DREVILLON, "Mueller polarimetric microscopy", Three-Dimensional and Multidimensional Microscopy : Image Acquisition and Processing XI, Proc. SPIE 5324, 112-123 (2004).

[4.8] S. GUYOT, B. CLAIRAC, C. VEZIEN, B. FONTAS, "Optical properties filtering through Mueller's formalism : Application to laser imagery", Optik, vol. 114, n° 7, 289-297 (2003).

[4.9] J. MORIO, F. GOUDAIL, "Influence of the order of diattenuator, retarder, and polarizer in polar decomposition of Mueller matrices", Optics Letters, vol. 29, n° 19, 2234-2236 (2004).

[4.9]. Ce qui n'est pas toujours le cas lorsque la décomposition utilisée appartient à la famille F'_{DA} et notamment dans le cas des matrices possédant à la fois une forte diatténuation et un fort pouvoir de dépolarisation **[4.9]**.

C'est pourquoi, lorsque nous ne connaissons rien, a priori, sur le milieu dépolarisant étudié, il est préférable d'utiliser une décomposition appartenant à la famille F_{AD} .

Remarque 1 :

Il est possible de remonter aux 3 décompositions d'une même famille en connaissant l'une d'entre elles. En effet, ces 6 décompositions (IV.44) sont reliées par les relations suivantes :

$$\text{Famille } F_{AD} \left\{ \begin{array}{l} [M_{R_3}] = [M_{R_2}] = [M_R] \\ [M_{\Delta_2}] = [M_\Delta] \\ [M_{\Delta_3}] = [M_R]^T \cdot [M_\Delta] \cdot [M_R] \\ [M_{D_2}] = [M_R] \cdot [M_D] \cdot [M_R]^T \\ [M_{D_3}] = [M_D] \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} [M'_{R_3}] = [M'_{R_2}] = [M'_R] \\ [M'_{\Delta_2}] = [M'_\Delta] \\ [M'_{\Delta_3}] = [M'_R] \cdot [M'_\Delta] \cdot [M'_R]^T \\ [M'_{D_2}] = [M'_R]^T \cdot [M'_D] \cdot [M'_R] \\ [M'_{D_3}] = [M'_D] \end{array} \right. \text{Famille } F'_{DA} \quad (\text{IV.45})$$

Ces simplifications (IV.45) proviennent des propriétés de la matrice de Mueller du retardateur qui est, par définition, une matrice de rotation 3D unitaire.

Remarque 2 :

La différence entre les familles F_{AD} et F'_{DA} s'explique aisément. Pour ce faire, nous développons la décomposition $[M] = [M'_D] [M'_R] [M'_\Delta]$, nous obtenons alors :

$$\begin{aligned} [M] &= [M'_D] \cdot [M'_R] \cdot [M'_\Delta] = T'_0 \begin{bmatrix} 1 & \vec{D}'^T \\ \vec{D}' & [m'_D] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ \vec{0} & [m'_R] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ \vec{P}'_\Delta & [m'_\Delta] \end{bmatrix} \\ &= T'_0 \begin{bmatrix} 1 + \vec{D}'^T [m'_R] \vec{P}'_\Delta & \vec{D}'^T [m'_R] [m'_\Delta] \\ \vec{D}' + [m'_D] [m'_R] \vec{P}'_\Delta & [m'_D] [m'_R] [m'_\Delta] \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{IV.46})$$

Si nous comparons (IV.46) avec la relation (IV.34) obtenue après développement de $[M] = [M_\Delta] [M_R] [M_D]$, nous remarquons que les éléments M_{00} sont différents lorsqu'ils sont normalisés par rapport à la transmittance. C'est pour cette raison que les deux familles F_{AD} et F'_{DA} possèdent des valeurs de diatténuation, retardance et dépolarisation différentes. Le résultat de la décomposition (IV.46) est présenté en Annexe 4.B.

IV.1.4 Discussion sur la validité de la décomposition

La décomposition proposée par LU et CHIPMAN (IV.31) peut poser des problèmes puisqu'il peut y avoir une ambiguïté dans le choix du signe des trois valeurs propres de $[m_\Delta]$ **[4.10]**, la relation (IV.42) ayant été déterminée en supposant que ces trois valeurs propres avaient le même signe. Or en rétrodiffusion et suivant le type de milieu étudié, les trois valeurs propres de $[m_\Delta]$ peuvent ne pas avoir le même signe (Tableau IV.1).

La matrice de Mueller du milieu 1 est typique d'un milieu dépolarisant étudié en configuration de réflexion qui présente un effet miroir (si l'état de polarisation incident est circulaire gauche, la réflexion sur le milieu le retourne en circulaire droite et inversement). Deux des valeurs propres de

[4.10] D. M. HAYES, "Error propagation in decomposition of Mueller matrices", Polarization : Measurement, Analysis, and Remote Sensing, D. H. Goldstein, Editor, Proc. SPIE **3121**, 112-123 (1997).

$[M]$ étant négatives, le déterminant de $[m']$ est positif. Dans ce cas, il n'y a pas de problème puisque le retournement est vu sur le retardateur ($R=180^\circ$).

	Matrice de Mueller $[M]$	$\det[m']$	$[m_\Delta]$	Retardateur
Milieu 1	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \kappa_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\kappa_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\kappa_3 \end{bmatrix}$	positif	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \kappa_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \kappa_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \kappa_3 \end{bmatrix}$	$R=180^\circ$, biréfringent linéaire (dans ses axes)
Milieu 2	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \kappa_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\kappa_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \kappa_3 \end{bmatrix}$	négatif	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\kappa_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\kappa_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\kappa_3 \end{bmatrix}$	$R=180^\circ$, biréfringent linéaire (orienté à 45°)

Tableau IV.1 : Matrices de Mueller typiques de milieux dépolarisants étudiés en configuration de réflexion où $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$ sont les valeurs absolues des valeurs propres de $[m_\Delta]$.

Par contre, dans le cas du milieu 2 typique d'une étude en réflexion à de grands angles d'un milieu dépolarisant (diffusion de volume) dont les diffuseurs sont de grandes tailles [4.11], cette décomposition ne représente pas la réalité physique du phénomène puisqu'elle induit un retournement des états de polarisation incidents circulaires alors que ce n'est pas le cas.

De plus, si le milieu étudié présente une très forte dépolarisation, cette décomposition peut ne pas être valable dans le cas où les valeurs de $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$ sont inférieures au bruit expérimental [4.10].

Il convient donc d'être prudent quant à l'utilisation de cette décomposition dans le cadre de notre étude (la peau : milieu dépolarisant étudié en configuration de réflexion et hors spéculaire).

IV.2 Evaluation de la dépolarisation

Plusieurs critères existent pour évaluer et caractériser la dépolarisation. Ils permettent de classer les milieux dépolarisants selon qu'ils sont fortement ou faiblement dépolarisants et/ou qu'ils présentent de la dépolarisation isotrope ou anisotrope. Nous discutons de ces paramètres ci-dessous, certains ayant été présentés au cours des chapitres précédents.

IV.2.1 Indice de dépolarisation

Nous avons présenté, au chapitre 2, un paramètre souvent exploité à partir des matrices de Mueller, à savoir l'indice de dépolarisation [2.11] P_d (II.35). Ce critère, s'il est appliqué à la matrice de Mueller expérimentale du milieu, permet de dire si ce dernier est dépolarisant ou non. En effet, rappelons que si :

- $P_d=1$ le milieu ne dépolarise pas.
- $P_d=0$ le milieu est complètement dépolarisant.
- $0 < P_d < 1$ le milieu dépolarise partiellement.

Toutefois, si la matrice de Mueller d'un milieu non dépolarisant est obtenue expérimentalement, elle est forcément bruitée et dans ce cas P_d diffère légèrement de 1. Nous illustrerons cet effet avec la classification de milieux non dépolarisants.

[4.11] P. ELIES, "Etude Expérimentale de la Dépolarisation et Imagerie Laser : Classification d'Echantillons et Analyse du champ de Speckle", Thèse de Doctorat, Université de Bretagne Occidentale, Brest (1996).

Généralement, un milieu est considéré comme fortement dépolarisant lorsque l'indice de dépolarisation P_d , associé à sa matrice de Mueller expérimentale, est inférieur à 0,85 et faiblement dépolarisant dans le cas contraire.

IV.2.2 Degré moyen de polarisation

Chipman [4.12] a récemment introduit un nouvel indice, le degré de polarisation moyen P'_{moy} :

$$P'_{\text{moy}} = \frac{1}{4\pi} \int_0^\pi \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} P'(\alpha, \varepsilon) \cos(2\varepsilon) d\alpha d\varepsilon \quad \text{avec } 0 \leq P'_{\text{moy}} \leq 1 \quad (\text{IV.47})$$

Il correspond à la moyenne du degré de polarisation $P'(\alpha, \varepsilon)$, défini au chapitre 3 (III.52), suivant tous les états de polarisation purs (linéaire, circulaire, elliptique) définis suivant la sphère de Poincaré de rayon unité.

Ce paramètre informe lui aussi sur la faculté d'un milieu optique à préserver ou, au contraire, à dégrader le caractère polarisé d'une onde incidente complètement polarisée :

- Si $P'_{\text{moy}}=1$, le milieu ne dépolarise pas.
- Si $P'_{\text{moy}}=0$, le milieu est complètement dépolarisant.
- Si $0 < P'_{\text{moy}} < 1$, le milieu dépolarise partiellement.

Chipman [4.12] a montré que, dans la plupart des cas de matrices de Mueller physiquement réalisables, la valeur de P'_{moy} est souvent très proche de P_d . Cependant, si un milieu dépolarisant présente une forte diatténuation, le degré de polarisation moyen et l'indice de dépolarisation présentent des valeurs radicalement différentes. Nous pouvons également noter que P'_{moy} et P_d peuvent être différents si le milieu présente un vecteur polarisance non nul au bruit de mesure près.

IV.2.3 Degré de dépolarisation anisotrope

Nous avons vu au chapitre 3 qu'il est possible de se servir de l'outil de représentation graphique afin de discriminer des systèmes optiques qui ne présentent ni dichroïsme, ni biréfringence, selon leur type de dépolarisation (isotrope ou anisotrope). Pour ce faire, nous avons utilisé les trois représentations suivantes :

- le degré de polarisation $P'(\alpha, \varepsilon)$ décrit par la relation (III.52)
- l'ellipsoïde de Poincaré $ep'(\alpha, \varepsilon)$ décrit par la relation (III.53)
- la surface de polarisation $sp'(\alpha, \varepsilon)$ décrit par la relation (III.54)

Au chapitre 3 nous avons montré que dans le cas du :

- milieu isotrope : $P'(\alpha, \varepsilon)$ est constant quel que soit l'état de polarisation incident au milieu. $sp'(\alpha, \varepsilon)$ et $ep'(\alpha, \varepsilon)$ sont identiques et décrivent une sphère.
- milieu anisotrope : $P'(\alpha, \varepsilon)$ varie suivant l'état de polarisation incident au milieu. $sp'(\alpha, \varepsilon)$ et $ep'(\alpha, \varepsilon)$ sont différents et décrivent respectivement une "patatoïde" et une ellipsoïde.

Afin de quantifier l'anisotropie de dépolarisation d'un milieu, P. ELIES a introduit le degré de dépolarisation anisotrope A_{dd} (Anisotropic depolarisation degree) **[4.13]** :

$$A_{dd} = \frac{P'_{\max} - P'_{\min}}{P'_{\max} + P'_{\min}} \quad (\text{IV.48})$$

Où P'_{\max} et P'_{\min} sont les valeurs maximales et minimales que prend le degré de polarisation $P'(\alpha, \varepsilon)$ de l'onde issue d'un milieu donné. Ce paramètre déterminera suivant sa valeur si :

- $A_{dd}=0$, la dépolarisation engendrée par le milieu est isotrope.
- $0 < A_{dd} < 1$, la dépolarisation engendrée par le milieu est plus ou moins anisotrope.
- $A_{dd}=1$, la dépolarisation engendrée par le milieu est complètement anisotrope.

IV.2.4 Conclusion

En toute rigueur, il faudrait caractériser la dépolarisation engendrée par un milieu en déterminant le facteur de dépolarisation moyen Δ (III.45) de la matrice de Mueller du dépolariseur $[M_{\Delta}]$ obtenue après décomposition de la matrice de Mueller $[M]$. Nous ne choisissons pas cette méthode car $[M]$ étant obtenue expérimentalement, elle est forcément bruitée. Or, la décomposition de LU et CHIPMAN peut propager les erreurs.

C'est pourquoi nous préférons appliquer l'indice de dépolarisation à $[M]$. Cette solution n'est envisageable que lorsque le milieu ne présente ni une forte dépolarisation ni une forte diatténuation. Dans le cas contraire, il faudrait utiliser le degré de polarisation moyen (IV.47) pour caractériser la dépolarisation du milieu. L'inconvénient de P'_{moy} reste cependant son temps de calcul, ce qui peut être problématique dans le cas de l'exploitation de cette information en imagerie.

De la même manière, le paramètre A_{dd} (IV.48) sera appliqué à la matrice de Mueller expérimentale $[M]$ d'un milieu afin de quantifier son éventuelle anisotropie de dépolarisation puisque les outils de représentation graphique ne permettent pas d'accéder à cette caractéristique.

IV.3 Algorithme de détermination des propriétés d'une matrice de Mueller dépolarisante

Il est donc possible d'arriver à déterminer les propriétés physiques d'un milieu dépolarisant en appliquant la décomposition proposée par LU et CHIPMAN **[3.5]** sur la matrice de Mueller expérimentale d'un système donné. Celle-ci nous a permis d'élaborer l'algorithme que nous explicitions ci-dessous et qui est représenté sur la **figure IV.6**.

Soit $[M]$ la matrice de Mueller du milieu dépolarisant que nous étudions et $[S]$ la matrice des écarts-type caractérisant les incertitudes sur les éléments M_{ij} . En évaluant les valeurs propres de la matrice $[N]$ nous montrons que la relation (IV.8) est vérifiée. Nous pouvons alors appliquer la décomposition de LU et CHIPMAN suivant l'ordre $[M]=[M_{\Delta}] [M_R] [M_D]$ (IV.31). Nous obtenons alors les matrices caractéristiques d'un diatténuateur $[M_D]$, d'un retardateur $[M_R]$ et d'un dépolariseur $[M_{\Delta}]$.

Cependant, il est important de trouver un critère qui puisse dire si le milieu est soit :

- Un dépolariseur biréfringent dichroïque
- Un dépolariseur biréfringent
- Un dépolariseur dichroïque
- Un dépolariseur

[4.13] P. ELIES, B. LE JEUNE, F. LE ROY-BREHONNET, J. CARIU, J. LOTRIAN, "The application of de-polarization analysis to polarimetric characterization and classification of metallic and dielectric samples", J. Phys. D : Appl. Phys , vol. 30, 2520-2529 (1997).

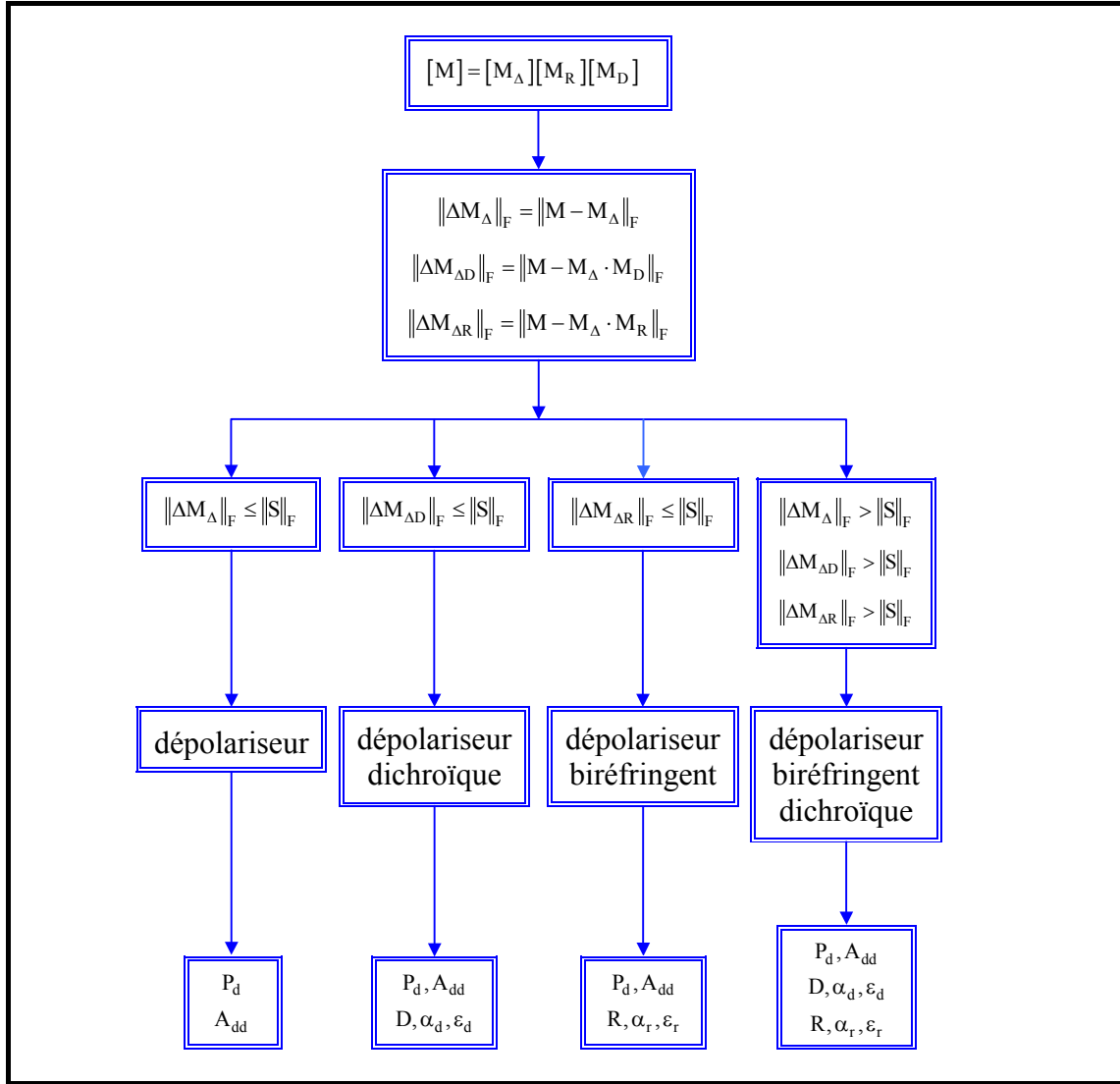


Figure IV.6 : Algorithme de détermination des propriétés physiques d'une matrice de Mueller dépolarisante.

Pour cela, nous choisissons de comparer les matrices issues de la décomposition avec la matrice M initiale en évaluant les normes de Frobenius suivantes :

$$\begin{cases} \|\Delta M_{\Delta}\|_F = \|M - M_{\Delta}\|_F \\ \|\Delta M_{\Delta D}\|_F = \|M - M_{\Delta} \cdot M_D\|_F \\ \|\Delta M_{\Delta R}\|_F = \|M - M_{\Delta} \cdot M_R\|_F \end{cases} \quad (\text{IV.49})$$

Nous pouvons alors distinguer trois cas :

- Si le milieu étudié est seulement **dépolarisant**, alors $[M_{\Delta}]$ doit "ressembler" à $[M]$. Si cette affirmation est vraie, nous devons avoir :

$$\begin{cases} \|\Delta M_{\Delta}\|_F \leq \|S\|_F \\ \|\Delta M_{\Delta D}\|_F \geq \|S\|_F \\ \|\Delta M_{\Delta R}\|_F \geq \|S\|_F \end{cases} \quad (\text{IV.50})$$

Dans ce cas, il est possible de caractériser le milieu dépolarisant en évaluant l'indice de dépolarisation P_d et le degré d'anisotropie A_{dd} de la matrice $[M]$. La diatténuation D issue de cette décomposition doit alors être proche de 0. L'azimut α_d et l'ellipticité ε_d définissant l'axe de diatténuation ainsi que la retardance R , l'azimut α_r et l'ellipticité ε_r définissant l'axe rapide issus de la décomposition $[M]=[M_\Delta][M_R][M_D]$ (IV.31) représentent alors du bruit expérimental résiduel au filtrage.

- Si le milieu étudié est seulement **dépolarisant dichroïque** alors le produit $[M_\Delta][M_D]$ doit "ressembler" à $[M]$. Si cette affirmation est vraie, nous devons avoir :

$$\begin{cases} \|\Delta M_\Delta\|_F > \|S\|_F \\ \|\Delta M_{\Delta D}\|_F \leq \|S\|_F \\ \|\Delta M_{\Delta R}\|_F > \|S\|_F \end{cases} \quad (\text{IV.51})$$

Dans ce cas, il est possible de caractériser le milieu dépolarisant et dichroïque en évaluant tout d'abord l'indice de dépolarisation P_d et le degré d'anisotropie A_{dd} de la matrice $[M]$ puis en remontant à la diatténuation D ainsi qu'à l'azimut α_d et l'ellipticité ε_d définissant l'axe de diatténuation. La retardance R ainsi que l'azimut α_r et l'ellipticité ε_r définissant l'axe rapide du retardateur issus de la décomposition $[M]=[M_\Delta][M_R][M_D]$ (IV.31) représentent alors du bruit expérimental résiduel au filtrage.

- Si le milieu étudié est seulement **dépolarisant biréfringent** alors le produit $[M_\Delta][M_R]$ doit "ressembler" à $[M]$. Si cette affirmation est vraie, nous devons avoir :

$$\begin{cases} \|\Delta M_\Delta\|_F > \|S\|_F \\ \|\Delta M_{\Delta D}\|_F > \|S\|_F \\ \|\Delta M_{\Delta R}\|_F \leq \|S\|_F \end{cases} \quad (\text{IV.52})$$

Dans ce cas, il est possible de caractériser le milieu dépolarisant et biréfringent en évaluant tout d'abord l'indice de dépolarisation P_d et le degré d'anisotropie A_{dd} de la matrice $[M]$ puis en remontant à la retardance R ainsi qu'à l'azimut α_r et l'ellipticité ε_r définissant l'axe rapide du retardateur. La diatténuation D issue de cette décomposition doit alors être proche de 0. L'azimut α_d et l'ellipticité ε_d définissant l'axe de diatténuation issus de la décomposition $[M]=[M_\Delta][M_R][M_D]$ (IV.41) représentent alors du bruit expérimental résiduel au filtrage.

Il faut noter que les milieux seulement dépolarisants étudiés en configuration de rétrodiffusion peuvent rentrer dans cette catégorie. Le retournement est associé à un retardateur tel que $R=180^\circ$ au bruit près. Cette remarque est également valable pour le type de milieu suivant.

- Si le milieu ainsi étudié est **dépolarisant biréfringent dichroïque** alors les produits $[M_\Delta][M_R]$ et $[M_\Delta][M_D]$ ainsi que $[M_\Delta]$ ne doivent pas ressembler à $[M]$. Si cette affirmation est vraie, nous devons avoir :

$$\begin{cases} \|\Delta M_\Delta\|_F > \|S\|_F \\ \|\Delta M_{\Delta D}\|_F > \|S\|_F \\ \|\Delta M_{\Delta R}\|_F > \|S\|_F \end{cases} \quad (\text{IV.53})$$

Dans ce cas, il est possible de caractériser le milieu dépolarisant biréfringent et dichroïque en évaluant tout d'abord l'indice de dépolarisation P_d et le degré d'anisotropie A_{dd} puis en remontant aux paramètres R , D , α_r , ε_r , α_d , ε_d issus de la décomposition $[M]=[M_\Delta][M_R][M_D]$ (IV.31).

Nous illustrerons cet algorithme à la fin de ce chapitre.

Remarque :

Nous avons présenté dans cet algorithme la décomposition $[M]=[M_\Delta] [M_R] [M_D]$ (IV.31). Puisque les matrices élémentaires ne sont pas commutatives il est possible d'utiliser un autre ordre de décomposition de telle sorte que :

$$[M]=[M'_D] \cdot [M'_R] \cdot [M'_\Delta] \quad (\text{IV.54})$$

Afin de voir si celle-ci est plus performante que la précédente, nous calculons, sur le même modèle que (IV.49) les critères de discrimination suivant :

$$\begin{cases} \|\Delta M'_\Delta\|_F = \|M - M'_\Delta\|_F \\ \|\Delta M'_{D\Delta}\|_F = \|M - M'_D \cdot M'_\Delta\|_F \\ \|\Delta M'_{R\Delta}\|_F = \|M - M'_R \cdot M'_\Delta\|_F \end{cases} \quad (\text{IV.55})$$

Prenons alors l'exemple d'un milieu biréfringent et dépolarisant tel que :

$$\|\Delta M_{\Delta R}\|_F \leq \|S\|_F \quad (\text{IV.56})$$

En évaluant (IV.55), nous pouvons arriver aux deux cas suivants :

- La décomposition (IV.54) ne marche pas si :

$$\|\Delta M'_{R\Delta}\|_F > \|S\|_F \quad (\text{IV.57})$$

Nous verrons à la fin de ce chapitre que ceci est principalement dû à la matrice de dépolarisation $[M'_\Delta]$ qui possède une forte polarisation.

- La décomposition (IV.54) marche si :

$$\|\Delta M'_{R\Delta}\|_F \leq \|S\|_F \quad (\text{IV.58})$$

Dans ce cas, quel que soit l'ordre de décomposition, il est possible de montrer que ce milieu est biréfringent et dépolarisant. En comparant les critères (IV.56) et (IV.58), l'influence du bruit expérimental sur les propriétés de biréfringence de ce milieu peuvent être minimisées.

Nous choisirons la décomposition $[M]=[M_\Delta] [M_R] [M_D]$ (IV.31) pour remonter à la retardance et à l'axe rapide caractéristiques de ce milieu si :

$$\|\Delta M_{\Delta R}\|_F < \|\Delta M'_{R\Delta}\|_F \leq \|S\|_F \quad (\text{IV.59})$$

Nous choisirons la décomposition $[M]=[M'_D] [M'_R] [M'_\Delta]$ (IV.54) pour remonter à la retardance et à l'axe rapide caractéristiques de ce milieu si :

$$\|\Delta M'_{R\Delta}\|_F < \|\Delta M_{\Delta R}\|_F \leq \|S\|_F \quad (\text{IV.60})$$

Cette remarque sera illustrée à la fin de ce chapitre.

V Classification des milieux polarimétriques

Les trois algorithmes ainsi présentés peuvent être regroupés en un seul afin de caractériser n'importe quel milieu polarimétrique (Figure IV.7).

V.1 Algorithme de traitement des matrices de Mueller

Nous présentons ci-dessous l'algorithme (Figure IV.7) et le synoptique (Figure IV.8) que nous utilisons :

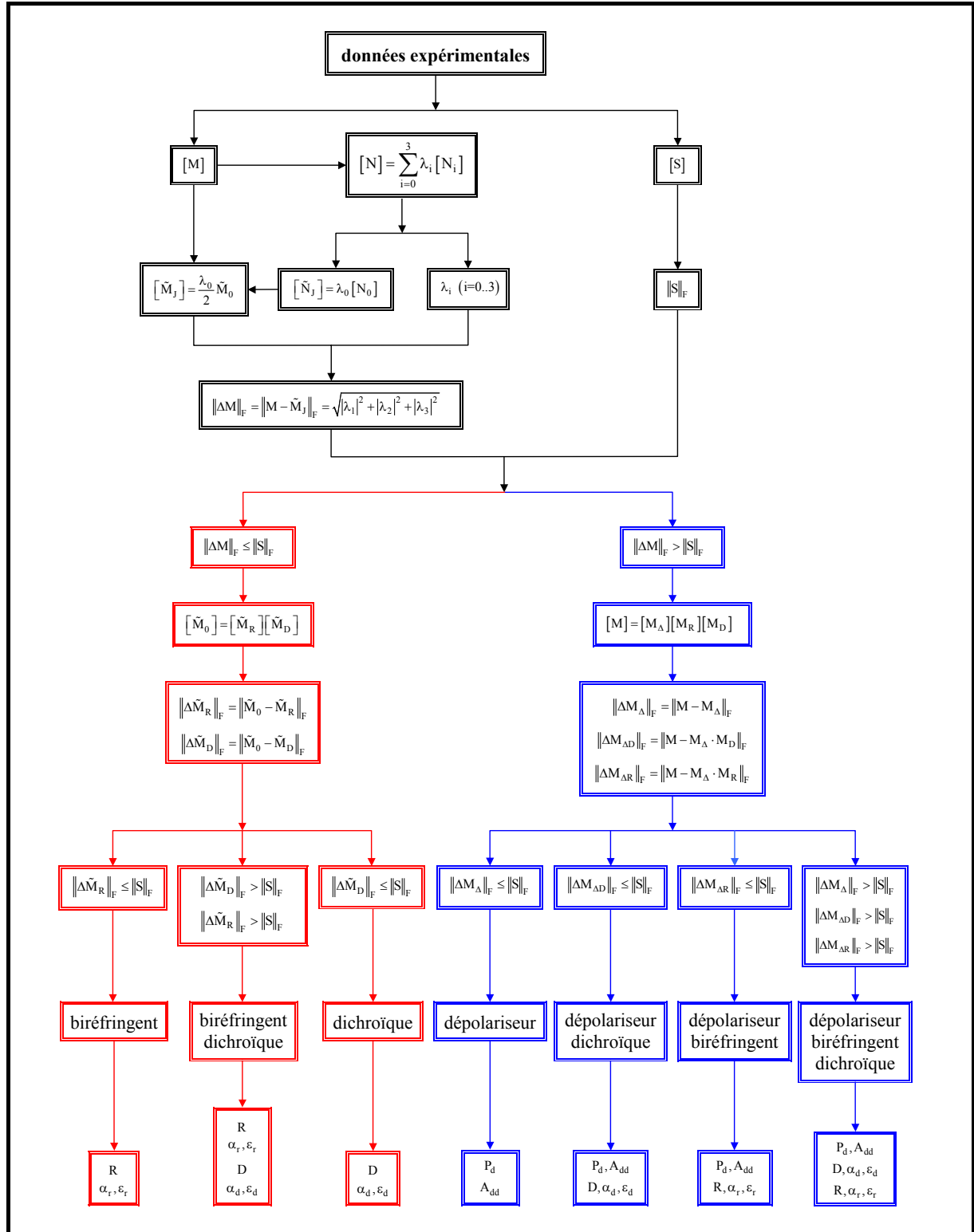


Figure IV.7 : Algorithme de détermination des propriétés physiques d'une matrice de Mueller expérimentale.

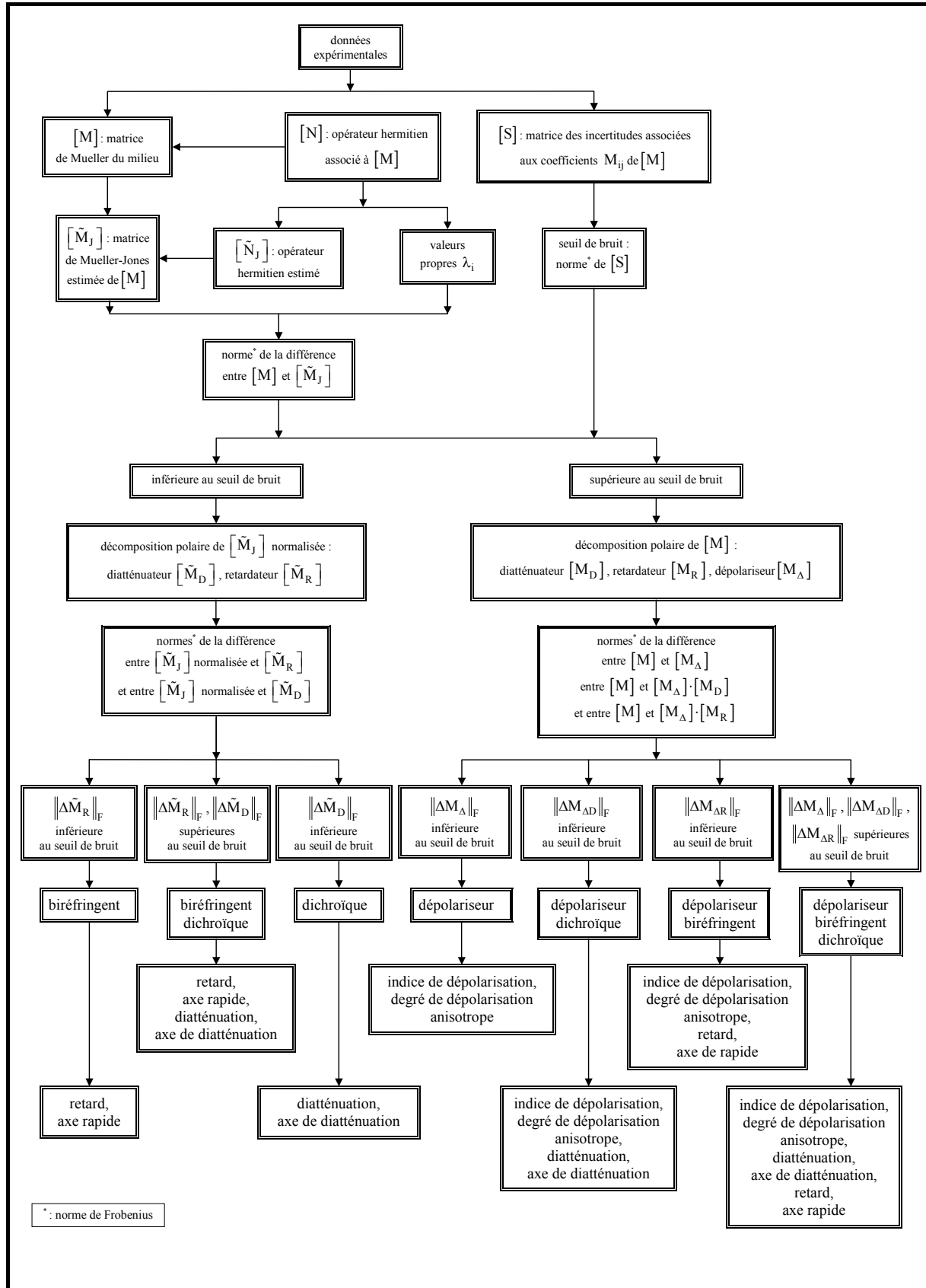


Figure IV.8 : Synoptique de détermination des propriétés physiques d'une matrice de Mueller expérimentale.

V.2 Application de l'algorithme de décomposition

Nous avons choisi d'illustrer le nouvel algorithme de décomposition des matrices de Mueller sur six milieux dont les propriétés optiques sont diverses. Le tableau ci-dessous présente les matrices de Mueller expérimentales normalisées par rapport à M_{00} ainsi que celles des écarts-type associées à chaque échantillon étudié.

Milieu	Élément optique	Matrice de Mueller [M]	Matrice des écarts-type [S]
M_1	lame de ferrofluide en transmission	$\begin{bmatrix} 1 & -0,0117 & 0,0131 & 0,0033 \\ 0,0109 & 0,9940 & -0,0151 & -0,0106 \\ -0,0178 & -0,0022 & 0,6897 & -0,7178 \\ -0,0147 & 0,0108 & 0,7035 & 0,6961 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,0125 & 0,0175 & 0,0156 & 0,0108 \\ 0,0125 & 0,0211 & 0,0238 & 0,0143 \\ 0,0128 & 0,0222 & 0,0184 & 0,0108 \\ 0,0103 & 0,0151 & 0,0122 & 0,0080 \end{bmatrix}$
M_2	polariseur de Glan-Taylor en transmission	$\begin{bmatrix} 1 & 0,7738 & -0,6268 & 0,0060 \\ 0,7831 & 0,6061 & -0,4842 & 0,0077 \\ -0,6294 & -0,4784 & 0,3983 & 0,0030 \\ -0,0061 & -0,0036 & 0,0015 & -0,0003 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,0025 & 0,0049 & 0,0036 & 0,0020 \\ 0,0034 & 0,0098 & 0,0072 & 0,0027 \\ 0,0038 & 0,0074 & 0,0064 & 0,0029 \\ 0,0020 & 0,0029 & 0,0025 & 0,0015 \end{bmatrix}$
M_3	lame à cristaux liquides nématiques en transmission	$\begin{bmatrix} 1 & 0,0622 & -0,0038 & 0,0023 \\ 0,0646 & 0,9888 & -0,1407 & 0,0468 \\ -0,0026 & -0,1227 & -0,5846 & 0,7988 \\ 0,0015 & -0,0829 & -0,7838 & -0,6029 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,0020 & 0,0037 & 0,0039 & 0,0017 \\ 0,0035 & 0,0057 & 0,0057 & 0,0028 \\ 0,0048 & 0,0077 & 0,0057 & 0,0035 \\ 0,0019 & 0,0033 & 0,0031 & 0,0015 \end{bmatrix}$
M_4	morceau d'adhésif en transmission	$\begin{bmatrix} 1 & 0,0056 & 0,0019 & 0,0064 \\ 0,0081 & 0,8461 & -0,0028 & 0,0169 \\ 0,0037 & -0,0002 & 0,7672 & 0,3358 \\ 0,0048 & -0,0216 & -0,3485 & 0,7728 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,0014 & 0,0024 & 0,0042 & 0,0016 \\ 0,0019 & 0,0032 & 0,0056 & 0,0021 \\ 0,0019 & 0,0039 & 0,0045 & 0,0018 \\ 0,0011 & 0,0020 & 0,0032 & 0,0012 \end{bmatrix}$
M_5	nylon en réflexion	$\begin{bmatrix} 1 & 0,0063 & 0,0157 & 0,0077 \\ -0,0031 & 0,1286 & -0,0005 & 0,0035 \\ -0,0016 & 0,0008 & -0,1282 & 0,0019 \\ -0,0025 & 0,0010 & -0,0040 & -0,1165 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,0032 & 0,0047 & 0,0045 & 0,0024 \\ 0,0048 & 0,0068 & 0,0070 & 0,0035 \\ 0,0045 & 0,0070 & 0,0067 & 0,0031 \\ 0,0028 & 0,0040 & 0,0036 & 0,0021 \end{bmatrix}$
M_6	diélectrique clair en réflexion	$\begin{bmatrix} 1 & -0,0034 & 0,0008 & -0,0058 \\ -0,0049 & 0,2277 & 0,0082 & 0,0016 \\ -0,0017 & 0,0102 & -0,2268 & 0,0045 \\ 0,0007 & 0,0026 & -0,0004 & -0,1001 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,0015 & 0,0024 & 0,0024 & 0,0011 \\ 0,0025 & 0,0038 & 0,0039 & 0,0018 \\ 0,0025 & 0,0039 & 0,0038 & 0,0017 \\ 0,0013 & 0,0020 & 0,0020 & 0,0009 \end{bmatrix}$

Tableau IV.2 : Matrices de Mueller et des écarts-type associées à six milieux aux propriétés optiques différentes.

Le premier milieu, M_1 est une lame de ferrofluide. Dans le cadre de sa thèse, P. Y. GERLIGAND [4.14] a été amené à caractériser polarimétriquement, en transmission, ce type de composant dont la biréfringence varie en fonction de la valeur du champ magnétique appliqué à ses bornes.

[4.14] P. Y. GERLIGAND, B. LE JEUNE, J. CARIOU, J. LOTRIAN, "Spatial homogeneities evaluation of ferrofluid thin plates characteristics for active imagery", Optical Engineering, vol. 34, n° 6, 1581-1588 (1995).

Les milieux M_2 , M_3 et M_4 sont respectivement un polariseur de Glan-Taylor, un morceau d'adhésif et une lame à cristaux liquides. L'étude de ces différents éléments optiques a été réalisée par L. MARTIN en transmission, dans le cadre de son stage de Master 2 Recherche [4.15] qui consistait à mettre en place et à étalonner un polarimètre associé à un dispositif d'acquisition d'images capable d'exploiter les informations polarimétriques de cellules à cristaux liquides nématiques. Ce travail avait pour objectif d'utiliser ce type de composant en imagerie afin d'effectuer de la modulation de polarisation puisque ces lames peuvent présenter de la biréfringence suivant la valeur du champ électrique appliqué à leurs bornes. Dans ce cadre, il fallait donc, dans un premier temps, vérifier leurs caractéristiques et leur homogénéité.

Le milieu M_5 est une cible de nylon étudiée en réflexion spéculaire [4.2] par F. LE ROY-BREHONNET tandis que le milieu M_6 est un diélectrique clair étudié en réflexion hors spéculaire [4.11]. Ces deux cibles présentent de la dépolarisation qui est due aux réflexions multiples non spéculaires provoquées par les irrégularités de surface, mais surtout par la diffusion de volume.

V.2.1 Classification polarimétrique des échantillons

	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6
P_d	$0,993 \pm 0,015$	$0,998 \pm 0,004$	$0,998 \pm 0,004$	$0,844 \pm 0,002$	$0,125 \pm 0,003$	$0,195 \pm 0,002$
λ_0	1,990	1,998	1,997	1,766	0,687	0,778
λ_1	0,027	0,010	0,008	0,086	0,447	0,453
λ_2	0,003	-0,003	0,002	0,079	0,441	0,447
λ_3	-0,019	-0,005	-0,007	0,070	0,425	0,322
$\ S\ _F$	0,063	0,019	0,017	0,012	0,019	0,010
$\ \Delta M\ _F$	0,033	0,012	0,011	0,136	0,758	0,713
$\ \Delta \tilde{M}_R\ _F$	0,008	1,993	0,090	0,016	0,116	0,043
$\ \Delta \tilde{M}_D\ _F$	1,099	0,017	2,527	0,588	2,828	2,827
$\ \Delta M_\Delta\ _F$	1,091	2,109	2,523	0,496	0,347	0,496
$\ \Delta M_{AR}\ _F$	0,025	2,132	0,088	0,011	0,019	0,007
$\ \Delta M_{AD}\ _F$	1,091	0,090	2,519	0,495	0,347	0,496

Tableau IV.3 : Caractéristiques polarimétriques des six milieux.

Dans un premier temps nous calculons, pour chaque matrice de Mueller expérimentale, l'indice de dépolarisation. Nous évaluons le spectre des valeurs propres de $[N]$, afin de voir comment le bruit expérimental affecte chaque matrice de Mueller $[M]$. Nous déterminons

[4.15] L. MARTIN, "Mise au point et étalonnage d'un gonio-polarimètre imageur. Application à l'analyse de structures microordonnées", Stage de Master 2 Recherche, Université de Bretagne Occidentale (2005).

également les normes de Frobenius des différents critères présentés dans l'algorithme (**Figure IV.7**) afin de classer les milieux suivant leurs propriétés polarimétriques. Tous ces paramètres sont présents dans le **tableau IV.3**.

A la lecture de ce tableau, nous observons, pour les 3 premiers milieux (M_1, M_2, M_3) que :

- $\|\Delta M\|_F \leq \|S\|_F$.
- $\lambda_0 \approx 2$.
- $\lambda_i \approx 0$ pour $i=1,2,3$.
- $P_d \approx 1$.

Cette analyse montre que les milieux M_1, M_2 et M_3 sont non dépolarisants. Chacune de ces trois matrices de Mueller expérimentales peut donc être estimée par une matrice de Mueller-Jones. Pour ces trois exemples, nous observons que la matrice $[N]$ n'est physiquement pas réalisable puisque certaines de ses valeurs propres sont négatives. Ceci est attribué à la présence d'erreurs de mesure sur les matrices de Mueller expérimentales puisque nous observons que $(|\lambda_1|^2 + |\lambda_2|^2 + |\lambda_3|^2)^{1/2} \approx \|S\|_F$.

Nous déduisons du **tableau IV.3** que le milieu M_1 se comporte comme un simple biréfringent. En effet :

- $\|\Delta \tilde{M}_R\|_F < \|S\|_F$.
- $\|\Delta \tilde{M}_D\|_F > \|S\|_F$.

Nous déduisons du **tableau IV.3** que le milieu M_2 se comporte comme un simple dichroïque. En effet :

- $\|\Delta \tilde{M}_R\|_F > \|S\|_F$.
- $\|\Delta \tilde{M}_D\|_F < \|S\|_F$.

Nous déduisons du **tableau IV.3** que le milieu M_3 se comporte comme un biréfringent dichroïque. En effet :

- $\|\Delta \tilde{M}_R\|_F > \|S\|_F$.
- $\|\Delta \tilde{M}_D\|_F > \|S\|_F$.

A la lecture du **tableau IV.3**, nous observons, pour les 3 derniers milieux (M_4, M_5, M_6) que :

- $\|\Delta M\|_F > \|S\|_F$.
- $\lambda_0 < 2$.
- $\lambda_i > 0$ pour $i=1,2,3$.
- $P_d < 1$.

Les milieux M_4, M_5 et M_6 sont donc dépolarisants. Chacune de ces matrices de Mueller expérimentales ne peut donc pas être estimée par une matrice de Mueller-Jones. Nous choisissons d'appliquer la décomposition proposée par LU et CHIPMAN, en l'occurrence celle appartenant à la famille $F_{\Delta D}$ (**IV.44**). Nous reviendrons sur ce choix lorsque nous déterminerons les propriétés de ces trois milieux.

Nous déduisons du **tableau IV.3** que les milieux M_4 , M_5 , M_6 se comportent en dépolariseur biréfringent. En effet :

- $\|\Delta M_{\Delta R}\|_F \leq \|S\|_F$.
- $\|\Delta M_{\Delta}\|_F > \|S\|_F$.
- $\|\Delta M_{\Delta D}\|_F > \|S\|_F$.

	M_4	M_5	M_6
P_d	$0,844 \pm 0,002$	$0,125 \pm 0,003$	$0,195 \pm 0,002$
A_{dd}	$0,011 \pm 5 \cdot 10^{-4}$	$0,075 \pm 0,004$	$0,399 \pm 0,014$

Tableau IV.4 : Caractéristiques de dépolarisation des milieux M_4 , M_5 et M_6 .

Cependant ces trois échantillons n'ont pas les mêmes propriétés polarimétriques (**Tableau IV.4**). En effet :

- M_4 présente une faible dépolarisation ($P_d \approx 0,84$) au caractère isotrope ($A_{dd} \approx 0,01$).
- M_5 présente une forte dépolarisation ($P_d \approx 0,125$) au caractère isotrope ($A_{dd} \approx 0,07$).
- M_6 présente une forte dépolarisation ($P_d \approx 0,19$) au caractère anisotrope ($A_{dd} \approx 0,40$).

Nous venons donc de classer polarimétriquement les six échantillons. Comme les propriétés de ces milieux sont différentes, les résultats pour chaque milieu seront présentés séparément.

Si le système optique est non dépolarisant, la diatténuation D et la retardance R sont obtenues à l'aide de la décomposition polaire sur la matrice de Mueller-Jones estimée normalisée $[\tilde{M}_0] = [\tilde{M}_R] [\tilde{M}_D]$ (**IV.22**). Nous traçons alors les états propres orthogonaux des éléments simples ainsi obtenus en définissant respectivement les axes horizontal et vertical suivant x et y . Les axes rapide (α_r, ε_r) et lent ($\alpha_r + 90^\circ, -\varepsilon_r$) du retardateur $[\tilde{M}_R]$ sont respectivement notés r et l tandis que les axes de transmission maximum (porteur de la diatténuation) (α_d, ε_d) et minimum ($\alpha_d + 90^\circ, -\varepsilon_d$) du diatténuateur $[\tilde{M}_D]$ sont respectivement notés T_{\max} et T_{\min} . Cependant il est possible de décomposer suivant l'ordre $[\tilde{M}_0] = [\tilde{M}_D] [\tilde{M}_R]$ (**IV.27**). Puisque nous ne connaissons pas l'ordre le plus adéquat, nous déterminons également les axes de transmission maximum ($\alpha'_d, \varepsilon'_d$) et minimum ($\alpha'_d + 90^\circ, -\varepsilon'_d$) du diatténuateur $[\tilde{M}_D]$ issu de la décomposition (**IV.27**).

Si le système optique est dépolarisant, nous déduisons la nature de la dépolarisation qu'il induit (isotrope ou anisotrope) en visualisant cet effet sur un vecteur de Stokes incident complètement polarisé qui décrit l'ensemble des états purs de polarisation. Nous traçons alors les trois représentations graphiques ($P'(\alpha, \varepsilon)$, $sp'(\alpha, \varepsilon)$, et $ep'(\alpha, \varepsilon)$). Ensuite nous remontons aux propriétés de retardance et de diatténuation en appliquant la décomposition $[M] = [M_\Delta] [M_R] [M_D]$ (**IV.31**) appartenant à la famille $F_{\Delta D}$. Nous appliquerons également la décomposition $[M] = [M'_D] [M'_R] [M'_\Delta]$ (**IV.54**) appartenant à la seconde famille $F'_{D\Delta}$ (**IV.56**) pour montrer que celle-ci n'est pas adéquate dans le cas des milieux fortement dépolarisants M_5 et M_6 . La représentation des états propres du retardateur et du diatténuateur issus des deux décompositions (**IV.31**) et (**IV.54**) utilise les mêmes notations que la décomposition polaire.

De plus, les erreurs sur les paramètres R , D , α_r , ε_r , α_d , ε_d sont évaluées en supposant que le bruit expérimental est gaussien (**Annexe 4.C**).

V.2.2 Milieu biréfringent : lame de ferrofluide

Puisque $\|\Delta\tilde{M}_R\|_F < \|S\|_F$ (Tableau IV.3), la lame de ferrofluide (M_1) est un milieu biréfringent non dépolarisant. Sa matrice de Mueller peut être estimée par une matrice de Mueller-Jones.

Afin de complètement caractériser cet élément nous devons remonter à la retardance R ainsi qu'au couple $(\alpha_r, \varepsilon_r)$ définissant l'axe rapide.

Pour ce faire, nous appliquons la décomposition polaire à la matrice de Mueller-Jones normalisée suivant les deux ordres possibles $[\tilde{M}_0] = [\tilde{M}_R] [\tilde{M}_D]$ (IV.22) et $[\tilde{M}_0] = [\tilde{M}_D] [\tilde{M}_R]$ (IV.27).

Matrice de Mueller-Jones estimée normalisée $[\tilde{M}_0]$ $\begin{bmatrix} 1 & -0,0005 & -0,0050 & 0,0029 \\ -0,0005 & 0,9999 & -0,0108 & -0,0099 \\ -0,0056 & 0,0005 & 0,6981 & -0,7160 \\ -0,0016 & 0,0146 & 0,7159 & 0,6980 \end{bmatrix}$	Matrice estimée $[\tilde{M}_R]$ $\begin{bmatrix} 1 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,9999 & -0,0108 & -0,0099 \\ 0,0000 & 0,0005 & 0,6981 & -0,7160 \\ 0,0000 & 0,0146 & 0,7159 & 0,6980 \end{bmatrix}$
Matrice estimée $[\tilde{M}'_D]$ $\begin{bmatrix} 1 & -0,0005 & -0,0056 & 0,0016 \\ -0,0005 & 1,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ -0,0056 & 0,0000 & 1,0000 & 0,0000 \\ -0,0016 & 0,0000 & 0,0000 & 1,0000 \end{bmatrix}$	Matrice estimée $[\tilde{M}_D]$ $\begin{bmatrix} 1 & -0,0005 & -0,0050 & 0,0029 \\ -0,0005 & 1,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ -0,0050 & 0,0000 & 1,0000 & 0,0000 \\ 0,0029 & 0,0000 & 0,0000 & 1,0000 \end{bmatrix}$

Tableau IV.5 : Matrices de Mueller issues des décompositions $[\tilde{M}_0] = [\tilde{M}'_D] \cdot [\tilde{M}_R]$ et $[\tilde{M}_0] = [\tilde{M}_R] \cdot [\tilde{M}_D]$.

Nous remarquons que les matrices $[\tilde{M}_R]$ et $[\tilde{M}_D]$ sont quasiment identiques (Tableau IV.5). Seuls les éléments M_{01} , M_{02} , M_{03} , M_{10} , M_{20} , M_{30} diffèrent légèrement. C'est pour cette raison que la matrice de Mueller expérimentale du milieu M_1 peut être estimée par la matrice $[\tilde{M}_R]$. Nous pouvons alors remonter aux propriétés de cette matrice (Tableau IV.6).

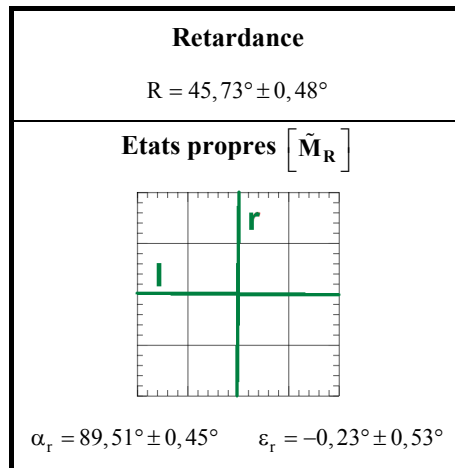


Tableau IV.6 : Propriétés issues de $[\tilde{M}_R]$.

Bien que la matrice de Mueller expérimentale ait été filtrée, il existe encore un bruit résiduel. En tenant compte de celui-ci, nous observons que les états propres du retardateur sont linéaires et que l'axe rapide est défini suivant l'axe vertical (Tableau IV.6).

Le milieu M_1 est donc un biréfringent linéaire d'axe rapide vertical dont le retard R est égal à $45,7^\circ$ (à $0,5^\circ$ près).

Remarque :

Puisque le milieu M_1 est seulement biréfringent, les propriétés issues de $[\tilde{M}'_D]$ et $[\tilde{M}_D]$ sont associées au bruit expérimental (Tableau IV.7).

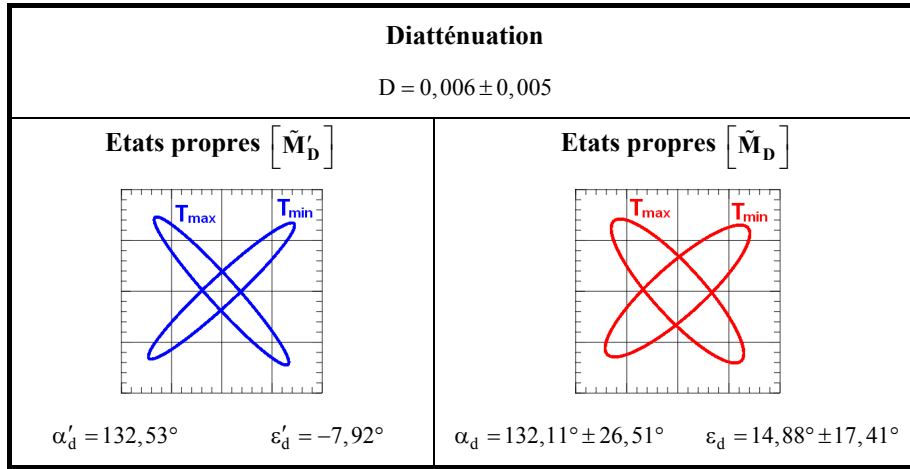


Tableau IV.7 : Propriétés issues de $[\tilde{M}'_D]$ et $[\tilde{M}_D]$.

En effet, la diatténuation D est nulle au bruit près et le couple $(\alpha_d, \varepsilon_d)$ est fortement bruité (Tableau IV.7). C'est pour cette raison que les états propres de $[\tilde{M}_D]$ et $[\tilde{M}'_D]$ sont elliptiques et différents.

V.2.3 Milieu dichroïque : Polariseur Glan-Taylor

Puisque $\|\Delta\tilde{M}_D\|_F < \|S\|_F$ (Tableau IV.3), le polariseur Glan-Taylor (M_2) est un milieu dichroïque non dépolarisant. Sa matrice de Mueller peut être estimée par une matrice de Mueller-Jones.

Afin de complètement caractériser cet élément nous devons remonter à la diatténuation D ainsi qu'aux couples $(\alpha_d, \varepsilon_d)$ et $(\alpha'_d, \varepsilon'_d)$ définissant respectivement les axes de diatténuation de $[\tilde{M}_D]$ et $[\tilde{M}'_D]$.

Pour ce faire, nous appliquons la décomposition polaire à la matrice de Mueller-Jones normalisée suivant les deux ordres possibles $[\tilde{M}_0] = [\tilde{M}_R] [\tilde{M}_D]$ (IV.22) et $[\tilde{M}_0] = [\tilde{M}_D] [\tilde{M}_R]$ (IV.27).

Matrice de Mueller-Jones estimée normalisée $[\tilde{M}_0]$ $\begin{bmatrix} 1 & 0,7767 & -0,6298 & 0,0051 \\ 0,7797 & 0,6075 & -0,4888 & 0,0065 \\ -0,6261 & -0,4840 & 0,3973 & 0,0000 \\ -0,0049 & -0,0064 & -0,0001 & 0,0048 \end{bmatrix}$	Matrice estimée $[\tilde{M}_R]$ $\begin{bmatrix} 1 & -0,0000 & 0,0001 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,9013 & -0,1232 & 0,4153 \\ 0,0000 & -0,1148 & 0,8566 & 0,5031 \\ 0,0000 & -0,4177 & -0,5012 & 0,7579 \end{bmatrix}$
Matrice estimée $[\tilde{M}'_D]$ $\begin{bmatrix} 1 & 0,7797 & -0,6261 & -0,0049 \\ 0,7797 & 0,6104 & -0,4851 & -0,0038 \\ -0,6261 & -0,4851 & 0,3959 & 0,0031 \\ -0,0049 & -0,0038 & 0,0031 & 0,0063 \end{bmatrix}$	Matrice estimée $[\tilde{M}_D]$ $\begin{bmatrix} 1 & 0,7767 & -0,6298 & 0,0051 \\ 0,7767 & 0,6058 & -0,4861 & 0,0039 \\ -0,6298 & -0,4861 & 0,4005 & -0,0032 \\ 0,0051 & 0,0039 & -0,0032 & 0,0063 \end{bmatrix}$

Tableau IV.8 : Matrices de Mueller issues des décompositions $[\tilde{M}_0] = [\tilde{M}'_D] \cdot [\tilde{M}_R]$ et $[\tilde{M}_0] = [\tilde{M}_R] \cdot [\tilde{M}_D]$.

Nous remarquons que les matrices $[\tilde{M}_D]$, $[\tilde{M}_D]$ et $[\tilde{M}_0]$ sont quasiment identiques (Tableau IV.8). C'est pour cette raison que la matrice de Mueller expérimentale du milieu M_2 peut être estimée soit par $[\tilde{M}_D]$ soit par $[\tilde{M}_D]$ qui sont respectivement construites à partir de la première ligne et de la première colonne de $[\tilde{M}_0]$. Nous pouvons alors remonter aux propriétés de ces matrices (Tableau IV.9).

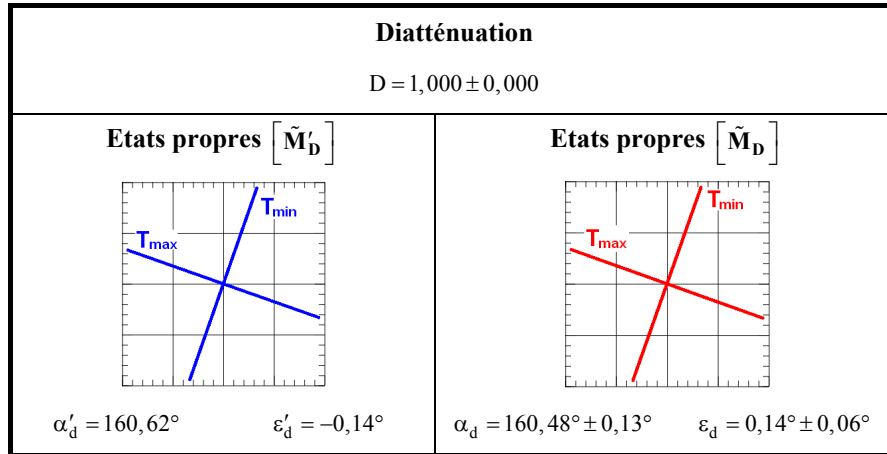


Tableau IV.9 : Propriétés issues de $[\tilde{M}'_D]$ et $[\tilde{M}_D]$.

Nous observons que la diatténuation est égale à 1 (Tableau IV.9). Puisque les couples $(\alpha_d, \varepsilon_d)$ et $(\alpha'_d, \varepsilon'_d)$ sont faiblement bruités et quasiment identiques au bruit près, $[\tilde{M}_D] \approx [\tilde{M}'_D]$.

Le milieu M_2 est donc un polariseur linéaire orienté de $160,5^\circ$ (à $0,1^\circ$ près) par rapport à l'axe horizontal.

Remarque :

Puisque le milieu M_2 est seulement dichroïque, les propriétés issues de $[\tilde{M}_R]$ sont associées à la propagation du bruit expérimental (Tableau IV.10).

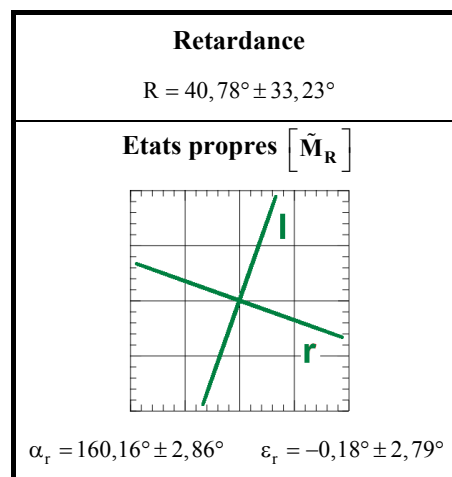


Tableau IV.10 : Propriétés issues de $[\tilde{M}_R]$.

Nous observons (Tableau IV.10) que le bruit de mesure s'est répercuté plus sur R que sur le couple $(\alpha_R, \varepsilon_R)$. Notons que les axes propres du retardateur sont les mêmes au bruit près que ceux des deux diatténuateurs (Tableau IV.9). La valeur de R n'a aucun sens car le milieu M_2 est un polariseur. Ce résultat montre que la matrice $[\tilde{M}_0]$ est singulière et dans ce cas il y a une infinité de solution pour $[\tilde{M}_R]$.

V.2.4 Milieu biréfringent et dichroïque : lame à cristaux liquides

La lame à cristaux liquides nématiques (M_3) est un milieu biréfringent dichroïque non dépolarisant puisque (Tableau IV.3) :

$$\begin{cases} \|\Delta M\|_F < \|S\|_F \\ \|\Delta \tilde{M}_D\|_F > \|S\|_F \\ \|\Delta \tilde{M}_R\|_F > \|S\|_F \end{cases}$$

Sa matrice de Mueller peut être estimée par une matrice de Mueller-Jones.

Afin de complètement caractériser cet élément nous devons remonter, d'une part, à la retardance R ainsi qu'au couple $(\alpha_r, \varepsilon_r)$ définissant l'axe rapide, et, d'autre part, à la diatténuation D ainsi qu'aux couples $(\alpha_d, \varepsilon_d)$ et $(\alpha'_d, \varepsilon'_d)$ définissant respectivement les axes de diatténuation de $[\tilde{M}_D]$ et $[\tilde{M}'_D]$.

Pour ce faire, nous appliquons la décomposition polaire à la matrice de Mueller-Jones normalisée suivant les deux ordres possibles $[\tilde{M}_0] = [\tilde{M}_R] [\tilde{M}_D]$ (IV.22) et $[\tilde{M}_0] = [\tilde{M}_D] [\tilde{M}_R]$ (IV.27).

Matrice de Mueller-Jones estimée normalisée $[\tilde{M}_0]$ $\begin{bmatrix} 1 & 0,0634 & -0,0063 & 0,0012 \\ 0,0636 & 0,9889 & -0,1411 & 0,0475 \\ -0,0031 & -0,1226 & -0,5903 & 0,7953 \\ -0,0011 & -0,0842 & -0,7922 & -0,6010 \end{bmatrix}$	Matrice estimée $[\tilde{M}_R]$ $\begin{bmatrix} 1 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,9888 & -0,1411 & 0,0475 \\ 0,0000 & -0,1227 & -0,5915 & 0,7969 \\ 0,0000 & -0,0844 & -0,7938 & -0,6023 \end{bmatrix}$
Matrice estimée $[\tilde{M}'_D]$ $\begin{bmatrix} 1 & 0,0636 & -0,0031 & -0,0011 \\ 0,0636 & 1,0000 & -0,0001 & -0,0000 \\ -0,0031 & -0,0001 & 0,9980 & 0,0000 \\ -0,0011 & -0,0000 & 0,0000 & 0,9980 \end{bmatrix}$	Matrice estimée $[\tilde{M}_D]$ $\begin{bmatrix} 1 & 0,0634 & -0,0063 & 0,0012 \\ 0,0634 & 1,0000 & -0,0002 & 0,0000 \\ -0,0063 & -0,0002 & 0,9980 & 0,0000 \\ 0,0012 & 0,0000 & 0,0000 & 0,9980 \end{bmatrix}$

Tableau IV.11 : Matrices de Mueller issues des décompositions $[\tilde{M}_0] = [\tilde{M}'_D] \cdot [\tilde{M}_R]$ et $[\tilde{M}_0] = [\tilde{M}_R] \cdot [\tilde{M}_D]$.

Nous remarquons que les matrices $[\tilde{M}_R]$, $[\tilde{M}_D]$ et $[\tilde{M}'_D]$ sont différentes de $[\tilde{M}_0]$ (Tableau IV.11). Nous pouvons alors remonter aux propriétés des matrices élémentaires (Tableau IV.12).

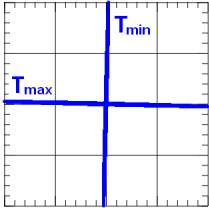
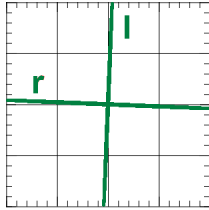
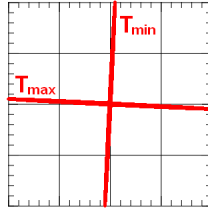
Diatténuation $D = 0,064 \pm 0,002$	Retardance $R = 127,05^\circ \pm 0,16^\circ$	Diatténuation $D = 0,064 \pm 0,002$
Etats propres $[\tilde{M}'_D]$  $\alpha'_d = 178,60^\circ \quad \varepsilon'_d = -0,48^\circ$	Etats propres $[\tilde{M}_R]$  $\alpha_r = 177,63^\circ \pm 0,07^\circ \quad \varepsilon_r = -0,33^\circ \pm 0,05^\circ$	Etats propres $[\tilde{M}_D]$  $\alpha_d = 177,16^\circ \pm 1,12^\circ \quad \varepsilon_d = 0,54^\circ \pm 0,98^\circ$

Tableau IV.12 : Propriétés issues de $[\tilde{M}'_D]$, $[\tilde{M}_R]$ et $[\tilde{M}_D]$.

Nous observons que les couples $(\alpha_d, \varepsilon_d)$, $(\alpha'_d, \varepsilon'_d)$ sont plus bruités que $(\alpha_r, \varepsilon_r)$ (Tableau IV.12). La matrice de Mueller de ce biréfringent dichroïque est homogène puisque l'axe rapide et l'axe de diatténuation (transmittance maximum) sont confondus au bruit résiduel de filtrage près (Tableau IV.12).

Le milieu M_3 , dont les vibrations propres sont orthogonales et linéaires, présente donc de la biréfringence ($R=127^\circ$ à $0,2^\circ$ près) et un faible dichroïsme ($D=0,06$).

V.2.5 Milieu biréfringent et dépolarisant isotrope : Morceau d'adhésif

Puisque $\|\Delta M_{\Delta R}\|_F \leq \|S\|_F$ (Tableau IV.3), le morceau d'adhésif étudié en transmission (M_4) est un milieu biréfringent et faiblement dépolarisant.

La dépolarisation engendrée par la traversée de ce milieu est isotrope (Tableau IV.4) et peut être visualisée à l'aide des représentations graphiques (Tableau IV.13).

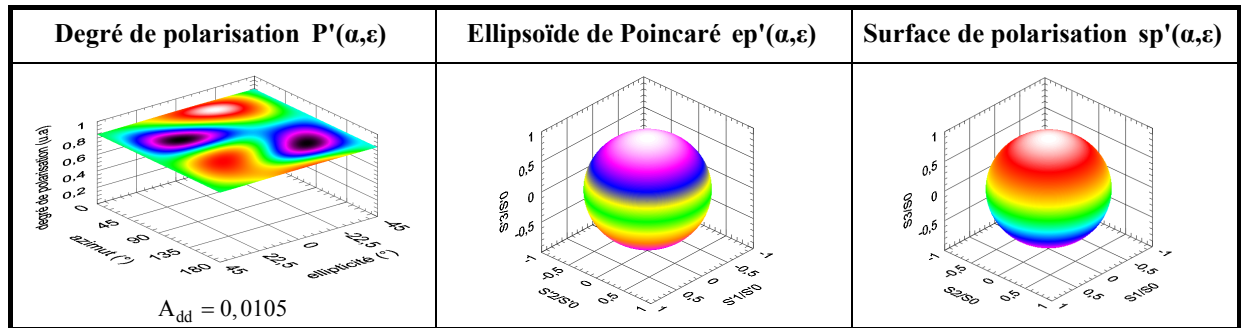


Tableau IV.13 : Nature de la dépolarisation du milieu M_4 : un morceau de scotch.

En effet :

- $A_{dd} \approx 0,01$.
- Le degré de polarisation ne varie quasiment pas suivant l'azimut et l'ellipticité.
- L'ellipsoïde de Poincaré et la surface de polarisation sont toutes les deux des sphères.

Ici, $\|\Delta M'_{RA}\|_F = 0,014$. Or $\|\Delta M_{\Delta R}\|_F < \|\Delta M'_{RA}\|_F$ (Tableau IV.3), nous avons donc choisi d'appliquer la décomposition $[M] = [M_\Delta] [M_R] [M_D]$ (IV.31) et nous constatons alors que (Tableau IV.14) :

- Le degré de polarisation de la matrice de dépolarisation $[M_\Delta]$ et les valeurs de l'indice de dépolarisation P_d et du degré de dépolarisation anisotrope A_{dd} confirment que la dépolarisation est faible et qu'elle présente un caractère isotrope.
- Le retard introduit par la traversée du ruban adhésif est de 24° (à $0,1^\circ$ près). Les états propres du retardateur $[M_R]$ sont linéaires, l'axe rapide se trouvant suivant l'axe horizontal (au bruit près).
- La faible valeur de la diatténuation confirme que ce milieu n'est pas dichroïque. Puisque le couple $(\alpha_d, \varepsilon_d)$ est fortement bruité, les états propres du diatténuateur $[M_D]$ sont elliptiques et caractérisent, eux aussi, l'effet de la propagation du bruit expérimental.

Le milieu M_4 présente donc de la biréfringence linéaire d'axe rapide l'horizontal et de retard $R \approx 24^\circ$, ainsi qu'une faible dépolarisation isotrope ($P_d \approx 0,85$, $A_{dd} \approx 0,01$).

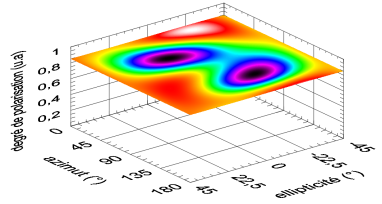
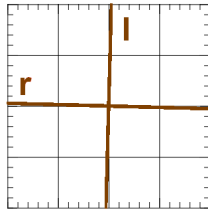
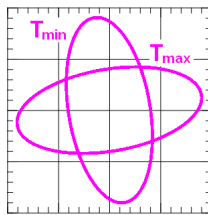
Matrice de dépolarisation $[M_A]$ $\begin{bmatrix} 1 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0033 & 0,8462 & 0,0020 & -0,0025 \\ 0,0001 & 0,0020 & 0,8375 & -0,0047 \\ 0,0006 & -0,0025 & -0,0047 & 0,8481 \end{bmatrix}$	Propriétés de $[M_A]$ $P_d = 0,8440$ $A_{dd} = 0,0105$	Degré de polarisation de $[M_A]$ 
Matrice de retard $[M_R]$ $\begin{bmatrix} 1 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,9997 & -0,0066 & 0,0216 \\ 0,0000 & -0,0027 & 0,9139 & 0,4060 \\ 0,0000 & -0,0225 & -0,4059 & 0,9136 \end{bmatrix}$	Retardance $R = 23,99^\circ \pm 0,13^\circ$	Etats propres de $[M_R]$  $\alpha_r = 178,44^\circ \pm 0,12^\circ$ $\varepsilon_r = -0,14^\circ \pm 0,28^\circ$
Matrice de diatténuation $[M_D]$ $\begin{bmatrix} 1 & 0,0056 & 0,0019 & 0,0064 \\ 0,0056 & 1,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0019 & 0,0000 & 1,0000 & 0,0000 \\ 0,0044 & 0,0000 & 0,0000 & 1,0000 \end{bmatrix}$	Diatténuation $D = 0,009 \pm 0,002$	Etats propres de $[M_D]$  $\alpha_d = 9,40^\circ \pm 15,94^\circ$ $\varepsilon_d = 23,63^\circ \pm 6,04^\circ$

 Tableau IV.14 : Résultat de la décomposition $[M] = [M_A] \cdot [M_R] \cdot [M_D]$.

V.2.6 Milieu dépolarisant isotrope : Cible de nylon

Puisque $\| \Delta M_{\Delta R} \|_F \leq \| S \|_F$ (Tableau IV.3), la cible de nylon étudiée en réflexion (M_5) est un milieu biréfringent et fortement dépolarisant.

La dépolarisation engendrée par la traversée de ce milieu est isotrope (Tableau IV.4) et peut être visualisée à l'aide des représentations graphiques (Tableau IV.15).

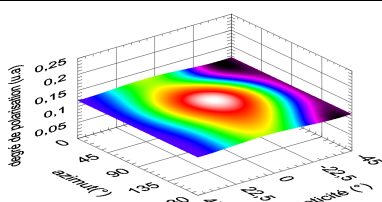
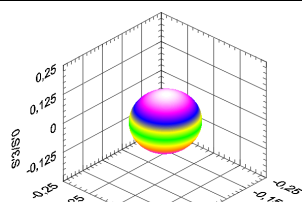
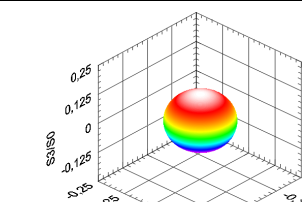
Degré de polarisation $P'(a, \varepsilon)$  $A_{dd} = 0,0753$	Ellipsoïde de Poincaré $ep'(a, \varepsilon)$ 	Surface de polarisation $sp'(a, \varepsilon)$ 
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

 Tableau IV.15 : Caractéristiques polarimétriques du milieu M_5 : Nylon.

Cette forte dépolarisation au caractère isotrope se traduit par :

- $A_{dd} \approx 0$.
- Le degré de polarisation ne varie pas suivant l'azimut et l'ellipticité.
- L'ellipsoïde de Poincaré et la surface de polarisation sont toutes les deux des sphères dont le rayon est bien plus petit que 1.

Puisque ici $\|\Delta M_{R\Delta}\|_F = 0,148$, $\|\Delta M_{R\Delta}\|_F$ est supérieure à $\|S\|_F$. Il n'est donc pas possible d'appliquer la décomposition $[M]=[M'_D][M'_R][M'_\Delta]$ (IV.54). Nous avons donc choisi d'appliquer la décomposition $[M]=[M_\Delta][M_R][M_D]$ (IV.31). Le résultat est présenté dans le **tableau IV.16** et nous constatons que :

- Le degré de polarisation de la matrice de dépolarisation $[M_\Delta]$ et les valeurs de l'indice de dépolarisation P_d et du degré de dépolarisation anisotrope A_{dd} confirment que la dépolarisation est forte et qu'elle présente un caractère isotrope.
- La valeur du retard R , proche de 180° au bruit près, confirme que l'étude polarimétrique est faite en réflexion. Les états propres de ce retardateur étant linéaires, ils montrent que le faisceau optique incident sur la cible subit un simple retournement après réflexion sur l'objet.
- La faible valeur de la diatténuation et le fait que le couple $(\alpha_d, \varepsilon_d)$ soit fortement bruité confirment que ce milieu n'est pas dichroïque.

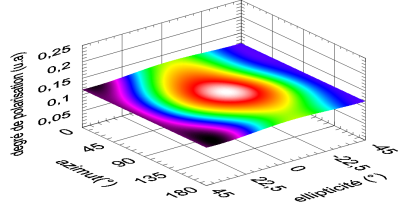
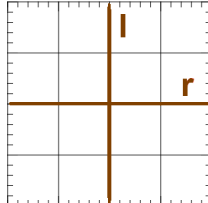
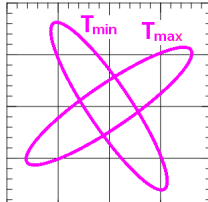
Matrice de dépolarisation $[M_\Delta]$ $\begin{bmatrix} 1 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ -0,0039 & 0,1287 & 0,0007 & -0,0011 \\ 0,0004 & 0,0007 & 0,1282 & 0,0012 \\ -0,0015 & -0,0011 & 0,0012 & 0,1166 \end{bmatrix}$	Propriétés de $[M_\Delta]$ $P_d = 0,1246$ $A_{dd} = 0,0753$	Degré de polarisation de $[M_\Delta]$ 
Matrice de retard $[M_R]$ $\begin{bmatrix} 1 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,9998 & 0,0014 & 0,0184 \\ 0,0000 & 0,0010 & -0,9997 & 0,0239 \\ 0,0000 & 0,0185 & -0,0239 & -0,9995 \end{bmatrix}$	Retardance $R = 178,63^\circ \pm 0,91^\circ$	Etats propres de $[M_R]$  $\alpha_r = 0,02^\circ \pm 0,61^\circ$ $\varepsilon_r = 0,26^\circ \pm 0,31^\circ$
Matrice de diatténuation $[M_D]$ $\begin{bmatrix} 1 & 0,0063 & 0,0157 & 0,0077 \\ 0,0063 & 0,9998 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0157 & 0,0000 & 1,0000 & 0,0001 \\ 0,0077 & 0,0000 & 0,0001 & 0,9999 \end{bmatrix}$	Diatténuation $D = 0,019 \pm 0,004$	Etats propres de $[M_D]$  $\alpha_d = 34,07^\circ \pm 19,02^\circ$ $\varepsilon_d = 12,24^\circ \pm 4,16^\circ$

Tableau IV.16 : Résultat de la décomposition $[M]=[M_\Delta] \cdot [M_R] \cdot [M_D]$.

Le milieu M_5 présente donc une forte dépolarisation isotrope ($P_d \approx 0,125$, $A_{dd} \approx 0,08$). Le retard proche de 180° est dû à la réflexion.

Remarque :

Nous nous intéressons tout de même au résultat (**Tableau IV.17**) de la décomposition $[M]=[M'_D][M'_R][M'_\Delta]$ (IV.54) puisqu'elle donne trois matrices élémentaires où nous observons que le retardateur $[M'_R]$ est identique au bruit près à $[M_R]$ (**Tableau IV.16**). Le diatténuateur $[M'_D]$ présente une diatténuation 10 fois plus importante que $[M_D]$. Le dépolariseur $[M'_\Delta]$ possède

apparemment un comportement anisotrope ($A_{dd} \approx 0,85$) qui est dû aux fortes valeurs des composantes de son vecteur polarisation (M_{10} , M_{20} , M_{30} de $[M'_\Delta]$) (Tableau IV.17). C'est pour cette raison que $\| \Delta M'_{R\Delta} \|_F$ est supérieure à $\| S \|_F$.

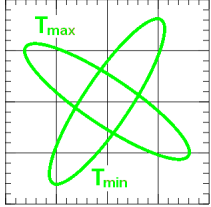
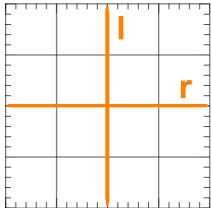
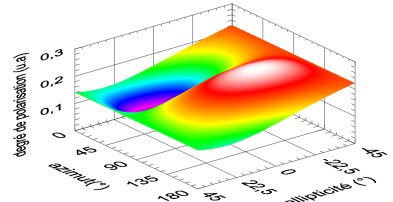
<p>Matrice de diatténuation $[M'_D]$</p> $1,0218 \begin{bmatrix} 1 & 0,0503 & -0,1206 & -0,0666 \\ 0,0503 & 0,9905 & -0,0030 & -0,0017 \\ -0,1206 & -0,0030 & 0,9965 & 0,0040 \\ -0,0666 & -0,0017 & 0,0040 & 0,9914 \end{bmatrix}$	<p>Diatténuation</p> <p>$D' = 0,1466$</p>	<p>Etats propres de $[M'_D]$</p>  <p>$\alpha'_d = 146,31^\circ$ $\varepsilon'_d = -13,50^\circ$</p>
<p>Matrice de retard $[M'_R]$</p> $\begin{bmatrix} 1 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,9998 & 0,0012 & 0,0183 \\ 0,0000 & 0,0008 & -0,9997 & 0,0239 \\ 0,0000 & 0,0184 & -0,0239 & -0,9995 \end{bmatrix}$	<p>Retardance</p> <p>$R' = 178,63^\circ$</p>	<p>Etats propres de $[M'_R]$</p>  <p>$\alpha'_r = 0,01^\circ$ $\varepsilon'_r = 0,26^\circ$</p>
<p>Matrice de dépolarisation $[M'_\Delta]$</p> $\begin{bmatrix} 1 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ -0,0521 & 0,1271 & -0,0010 & 0,0012 \\ -0,1206 & -0,0010 & 0,1259 & 0,0004 \\ -0,0622 & 0,0012 & 0,0004 & 0,1151 \end{bmatrix}$	<p>Propriétés de $[M'_\Delta]$</p> <p>$P_d = 0,1487$ $A_{dd} = 0,8535$</p>	<p>Degré de polarisation de $[M'_\Delta]$</p> 

Tableau IV.17 : Résultat de la décomposition $[M] = [M'_D] \cdot [M'_R] \cdot [M'_\Delta]$.

V.2.7 Milieu dépolarisant anisotrope : Cible diélectrique

Puisque $\| \Delta M_{\Delta R} \|_F \leq \| S \|_F$ (Tableau IV.3), la cible diélectrique étudiée en réflexion (M_6) est un milieu biréfringent et fortement dépolarisant.

La dépolarisation engendrée par la traversée de ce milieu est, cette fois, anisotrope (Tableau IV.4) et peut être visualisée à l'aide des représentations graphiques (Tableau IV.18).

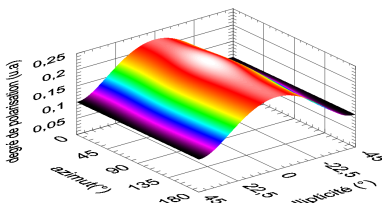
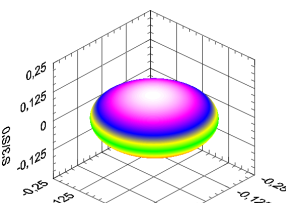
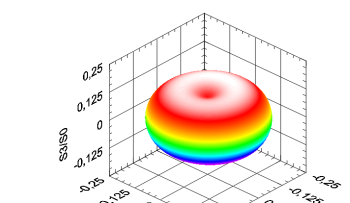
<p>Degré de polarisation $P'(\alpha, \varepsilon)$</p>  <p>$A_{dd} = 0,3995$</p>	<p>Ellipsoïde de Poincaré $ep'(\alpha, \varepsilon)$</p> 	<p>Surface de polarisation $sp'(\alpha, \varepsilon)$</p> 
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Tableau IV.18 : Caractéristiques polarimétriques du milieu M_6 : diélectrique clair.

Cette forte dépolarisation au caractère anisotrope se traduit par :

- $A_{dd} \approx 0,40$.
- Le degré de polarisation présente de fortes variations suivant l'azimut et l'ellipticité. Les états circulaires sont plus dépolarisés que les états linéaires.
- L'ellipsoïde de Poincaré et la surface de polarisation sont différentes. L'aplatissement de la première et la contraction de la seconde suivant l'axe S_3 confirment que nous sommes en présence d'une forte anisotropie de dépolarisation.

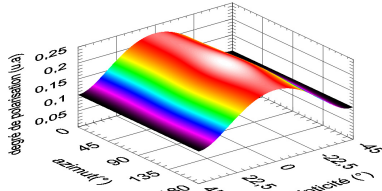
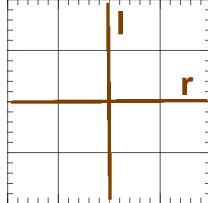
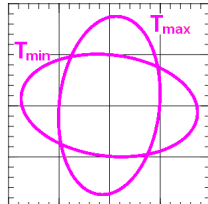
Matrice de dépolarisation $[M_A]$ $\begin{bmatrix} 1 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ -0,0041 & 0,2278 & 0,0010 & 0,0013 \\ -0,0015 & 0,0010 & 0,2271 & -0,0010 \\ 0,0001 & 0,0013 & -0,0010 & 0,1001 \end{bmatrix}$	Propriétés de $[M_A]$ $P_d = 0,1945$ $A_{dd} = 0,3995$	Degré de polarisation de $[M_A]$ 
Matrice de retard $[M_R]$ $\begin{bmatrix} 1 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,9991 & 0,0406 & 0,0126 \\ 0,0000 & 0,0404 & -0,9991 & 0,0152 \\ 0,0000 & 0,0132 & -0,0147 & -0,9998 \end{bmatrix}$	Retardance $R = 179,14^\circ \pm 0,40^\circ$	Etats propres de $[M_R]$  $\alpha_r = 0,58^\circ \pm 0,18^\circ$ $\varepsilon_r = 0,19^\circ \pm 0,16^\circ$
Matrice de diatténuation $[M_D]$ $\begin{bmatrix} 1 & -0,0034 & 0,0008 & -0,0058 \\ -0,0034 & 1,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0008 & 0,0000 & 1,0000 & 0,0000 \\ -0,0058 & 0,0000 & 0,0000 & 1,0000 \end{bmatrix}$	Diatténuation $D = 0,007 \pm 0,001$	Etats propres de $[M_D]$  $\alpha_d = 83,38^\circ \pm 19,26^\circ$ $\varepsilon_d = -29,47^\circ \pm 6,38^\circ$

Tableau IV.19 : Résultat de la décomposition $[M] = [M_A] \cdot [M_R] \cdot [M_D]$.

Comme pour le milieu M_5 , $\|\Delta M'_{RA}\|_F$ est supérieure à $\|S\|_F$ puisque ici $\|\Delta M'_{RA}\|_F = 0,06$. Nous avons donc choisi d'appliquer la décomposition $[M] = [M_A] [M_R] [M_D]$ (IV.31). Le résultat est présenté dans le **tableau IV.19** et nous constatons que :

- Le degré de polarisation de la matrice de dépolarisation $[M_A]$ et les valeurs de l'indice de dépolarisation P_d et le degré de dépolarisation anisotrope A_{dd} confirment que la dépolarisation est forte et qu'elle présente un caractère anisotrope où les états incidents de polarisation linéaire sont moins dépolarisés ($\varepsilon=0^\circ$) que ceux de polarisation circulaire ($\varepsilon=\pm 45^\circ$).
- La valeur du retard R , proche de 180° au bruit près, confirme que l'étude polarimétrique est faite en réflexion. Les états propres de ce retardateur étant linéaires, ils montrent que le faisceau optique incident sur la cible subit un simple retournement après réflexion sur l'objet.
- La faible valeur de la diatténuation confirme que ce milieu n'est pas dichroïque. Les états propres fortement elliptiques et fortement bruités du diatténuateur caractérisent, eux aussi, l'effet de la propagation du bruit expérimental.

Le **tableau IV.20** illustre la décomposition $[M]=[M'_D][M'_R][M'_A]$ (IV.54) et pour les mêmes raisons que le milieu M_5 (Tableau IV.17) nous n'avons pas choisi de l'appliquer dans le cas du milieu M_6 .

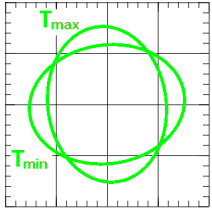
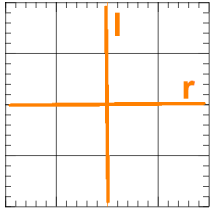
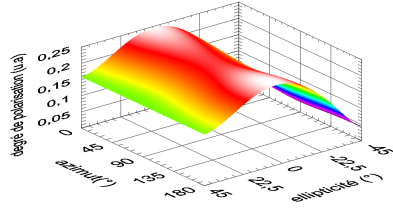
Matrice de diatténuation $[M'_D]$ $1,0035 \begin{bmatrix} 1 & -0,0154 & -0,0042 & 0,0575 \\ -0,0154 & 0,9983 & 0,0000 & -0,0004 \\ -0,0042 & 0,0000 & 0,9982 & -0,0001 \\ 0,0575 & -0,0004 & -0,0001 & 0,9999 \end{bmatrix}$	Diatténuation $D' = 0,0597$	Etats propres de $[M'_D]$  $\alpha'_d = 97,60^\circ$ $\varepsilon'_d = 37,24^\circ$
Matrice de retard $[M'_R]$ $\begin{bmatrix} 1 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,9991 & 0,0406 & 0,0129 \\ 0,0000 & 0,0404 & -0,9991 & 0,0153 \\ 0,0000 & 0,0135 & -0,0148 & -0,9998 \end{bmatrix}$	Retardance $R' = 179,14^\circ$	Etats propres de $[M'_R]$  $\alpha'_r = 0,58^\circ$ $\varepsilon'_r = 0,19^\circ$
Matrice de dépolérisation $[M'_A]$ $\begin{bmatrix} 1 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0098 & 0,2275 & 0,0010 & 0,0004 \\ -0,0012 & 0,0010 & 0,2265 & -0,0029 \\ 0,0570 & 0,0004 & -0,0029 & 0,0998 \end{bmatrix}$	Propriétés de $[M'_A]$ $P_d = 0,1970$ $A_{dd} = 0,7044$	Degré de polarisation de $[M'_A]$ 

Tableau IV.20 : Résultat de la décomposition $[M]=[M'_D] \cdot [M'_R] \cdot [M'_A]$.

Le milieu M_6 présente donc une forte dépolérisation anisotrope ($P_d \approx 0,19$, $A_{dd} \approx 0,40$) où les états de polarisation incidents circulaires sont plus dépolérisés que ceux linéaires. Le retard proche de 180° est dû à la réflexion.

VI Conclusion

Nous venons de présenter, dans ce chapitre, un algorithme de traitement des matrices de Mueller expérimentales qui permet de remonter aux propriétés polarimétriques d'un milieu, qu'il soit dépolérisant ou non. Nous avons illustré cet algorithme sur des cibles aux propriétés différentes. Nous avons montré qu'il est possible de classer les systèmes optiques en fonction de leur nature dépolérisante (faible, forte, isotrope, anisotrope), leur biréfringence et leur dichroïsme.

Si le milieu ne dépolérise pas, nous avons vu qu'il est intéressant de filtrer la matrice de Mueller expérimentale M par sa matrice de Mueller-Jones estimée afin de remonter aux propriétés caractéristiques du milieu. Si la décomposition proposée par LU et CHIPMAN (IV.31) avait été directement appliquée sur la matrice de Mueller expérimentale de milieux non dépolérisants, il aurait été certes possible de remonter aux propriétés éventuelles de biréfringence mais pas à celles de dichroïsme. En effet, si le bruit n'est pas uniformément réparti sur toute la matrice de Mueller expérimentale $[M]$, cette décomposition est moins efficace car elle propage les erreurs

expérimentales sur la matrice de diatténuation, celle-ci étant directement construite à partir de la première ligne de $[M]$.

Si le milieu est dépolarisant et si nous ne connaissons pas, a priori, ses propriétés polarimétriques nous appliquons la décomposition de LU et CHIPMAN appartenant à la famille $F_{\Delta D}$.

Nous avons donc posé les bases théoriques de l'interprétation du comportement de milieux optiques vis-à-vis d'une onde incidente polarisée. Avant d'appliquer concrètement cette méthode, nous présentons, dans le chapitre suivant, le montage expérimental ainsi que le protocole utilisé pour l'étalonner.

Chapitre 5

Principe expérimental et présentation du polarimètre

<u>I</u>	<u>INTRODUCTION</u>	121
<u>II</u>	<u>PROCEDURE D'OBTENTION DES MATRICES DE MUELLER</u>	121
II.1	PRINCIPE EXPERIMENTAL	121
II.2	OBTENTION DE LA MATRICE DE MUELLER DU MILIEU	123
II.3	ESTIMATION DES INCERTITUDES DE MESURE	124
II.3.1	LES ERREURS ALEATOIRES (OU BRUIT DE MESURE)	124
II.3.2	LES ERREURS SYSTEMATIQUES	124
II.3.3	METHODOLOGIE POUR REDUIRE LES ERREURS ALEATOIRES	125
II.3.4	INFLUENCE DES ERREURS SYSTEMATIQUES SUR LA MATRICE DE MUELLER	125
II.4	OBTENTION DES MATRICES D'ECARTS-TYPE ASSOCIEES AU MILIEU	126
II.4.1	MATRICE DES ECARTS-TYPE STATISTIQUES	126
II.4.2	MATRICE DES ECARTS-TYPE TOTAUX	127
<u>III</u>	<u>CONFIGURATION EXPERIMENTALE</u>	128
III.1	LA SOURCE	129
III.2	MISE EN FORME DU FAISCEAU	129
III.3	GENERATION ET ANALYSE DES ETATS DE POLARISATION	130
III.3.1	LAMES QUART D'ONDE ACHROMATIQUES	130
III.3.2	POLARISEURS	131
III.4	DETECTION ET NUMERISATION	132
III.4.1	DETECTION	132
III.4.2	NUMERISATION	132
III.5	CONCLUSION	133
<u>IV</u>	<u>ETALONNAGE A VIDE DU POLARIMETRE</u>	133
IV.1	INTRODUCTION	133
IV.2	PRINCIPE DE L'ETALONNAGE	134
IV.2.1	CROISEMENT DES POLARISEURS	134
IV.2.2	RECHERCHE DES AXES NEUTRES DES LAMES QUART D'ONDE	134
IV.2.3	CORRECTION DES ERREURS SYSTEMATIQUES	135
IV.2.4	CONCLUSION	138
IV.3	PRESENTATION DE L'ETALONNAGE A VIDE POUR UNE LONGUEUR D'ONDE	138
IV.3.1	INTENSITES ET ECARTS-TYPE STATISTIQUES ASSOCIES	138
IV.3.2	MATRICE EXPERIMENTALE A VIDE	139
IV.3.3	MATRICE EXPERIMENTALE APRES CORRECTION DE L'ESTIMATION DES VRAIS RETARDS ET ELLIPTICITES DES LAMES	140
<u>V</u>	<u>CONCLUSION</u>	142

I Introduction

Dans les chapitres précédents nous avons posé les bases théoriques de l'interprétation des matrices de Mueller. Cependant, nous n'avons pas encore présenté la procédure expérimentale qui permet de mesurer la matrice de Mueller d'un milieu. C'est pourquoi, nous nous intéressons à cet aspect dans ce chapitre.

Actuellement, il existe de nombreux dispositifs capables de mesurer, soit partiellement, soit entièrement les éléments de la matrice de Mueller d'un système optique. Ces appareils sont généralement désignés sous le terme "ellipsomètre" car, historiquement, les premiers dispositifs expérimentaux utilisaient uniquement des faisceaux totalement polarisés. La forme du champ électrique a donc naturellement donné son nom à cette technique : l'ellipsométrie [5.1].

Le dispositif expérimental que nous présentons dans ce chapitre est un ellipsomètre de Mueller complet, encore appelé polarimètre (il permet d'appréhender la lumière partiellement polarisée). En effet, comme nous ne connaissons pas au départ les effets de l'irradiation sur la peau, nous devons donc remonter à toutes les propriétés polarimétriques pouvant être engendrées par un milieu (dichroïsme, biréfringence, activité optique, dépolarisation).

La polarimétrie est une technique de caractérisation particulièrement attractive car elle est à la fois non destructive et utilisable pour des mesures in situ.

Dans ce chapitre, nous commencerons par décrire le principe expérimental qui permet d'obtenir la matrice de Mueller d'un milieu ainsi que sa matrice des écarts-type associée, nécessaire à la validité expérimentale. Puisque la précision des mesures est limitée, nous aborderons ensuite la méthodologie qui permet de réduire les erreurs dites aléatoires. Le dispositif expérimental utilisé dans le cadre de l'étude sur la peau pourra alors être présenté. Il s'agit d'un polarimètre de Mueller achromatique à lames tournantes dans le domaine visible (400-700 nm) en régime impulsif qui a été mis au point par B. BOULBRY dans le cadre de sa thèse [5.2]. Finalement, nous insisterons sur l'étalonnage qui permet de réduire les erreurs de mesure dites systématiques puisque cette étape est nécessaire à l'obtention de résultats d'une plus grande précision.

II Procédure d'obtention des matrices de Mueller

Dans ce paragraphe, nous présentons la procédure expérimentale permettant de remonter à la matrice de Mueller expérimentale $[M]$ d'un milieu. Une fois celle-ci obtenue, il est possible d'estimer les incertitudes de mesures en estimant les matrices d'écart-type statistiques $[S_S]$ et totaux $[S_T]$ associées à $[M]$.

II.1 Principe expérimental

Pour remonter aux propriétés polarimétriques d'un milieu, nous utilisons un polarimètre. Il est constitué d'un système de mise en forme polarimétrique et d'un système d'analyse qui permettent d'obtenir la matrice de Mueller du milieu. Le dispositif expérimental peut aussi bien être utilisé en transmission qu'en réflexion suivant le type de cible à étudier. Le système de mise en forme code alors le signal lumineux incident tandis que le système d'analyse en assure le décodage.

[5.1] R. M. A. AZZAM, N. M. BASHARA, "Ellipsometry and Polarized Light", North Holland, Amsterdam (1989).

[5.2] B. BOULBRY, "Mise en place d'un polarimètre de Mueller achromatique dans le domaine du visible en régime laser impulsif", Thèse de Doctorat, Université de Bretagne Occidentale, Brest (2002).

Il existe de nombreuses techniques permettant de générer ou de mesurer des états de polarisation [5.3] (modulateurs photo-élastiques [5.4], électro-optiques ou à effet Pockels [5.5], à cristaux liquides [5.6], [5.7], ...). Mais puisque nous utilisons une source laser impulsionnelle accordable en longueurs d'onde, ces techniques ne conviennent pas. En effet elles peuvent être soit :

- Difficiles à mettre en œuvre.
- Peu stables (en température par exemple [5.8]).
- Incompatibles avec la source utilisée (elles ne supportent pas des flux d'énergie élevés).

Notre choix s'est donc porté sur des lames biréfringentes quart d'onde sur support tournant, associées à des polariseurs (Figure V.1). Les nombreux polarimètres développés au laboratoire reposant sur une telle disposition ont conforté ce choix [5.9], [5.10], [5.11], [5.12]. Ce dispositif, bien que peu rapide, une fois étalonné permet d'avoir une précision inférieure au centième, quelle que soit la longueur d'onde, sur les éléments de la matrice de Mueller étudiée.

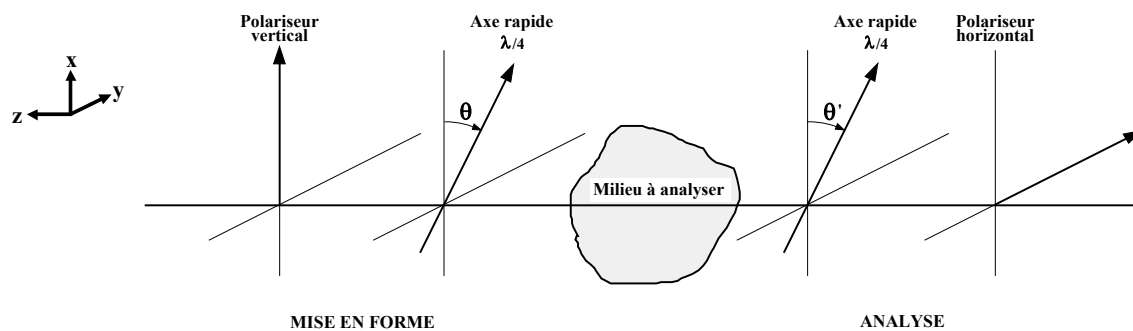


Figure V.1 : Principe de la mesure du polarimètre.

Les systèmes de mise en forme (codage) et d'analyse (décodage) sont constitués tous les deux d'un polariseur linéaire et d'une lame quart d'onde. Le polariseur d'entrée est orienté verticalement alors que celui de sortie l'est horizontalement. Les orientations des lames quart d'onde d'entrée et de sortie sont repérées respectivement par les angles θ et θ' que font les axes rapides par rapport à l'axe vertical (défini suivant x).

[5.3] B. LAUDE-BOULESTEIX, "Développements instrumentaux en imagerie tomographique et polarimétrique", Thèse de Doctorat, Ecole Polytechnique, Paris (2004).

[5.4] E. COMPAIN, B. DREVILLON, "High-frequency modulation of the four states of polarization of light with a single phase modulator", Rev. Sci. Instrum., vol. **69**, 1574-1580 (1998).

[5.5] F. DELPLANCKE, "Automated high-speed Mueller matrix scatterometer", Applied Optics, vol. **36**, 5388-5395 (1997).

[5.6] J. M. BUENO, "Polarimetry using liquid-crystal variable retarders : theory and calibration", J. Opt. A : Pure Appl. Opt., vol. **2**, 216-222 (2000).

[5.7] A. DE. MARTINO, Y. KIM, E. GARCIA CAUREL, B. LAUDE, B. DREVILLON, "Optimized Mueller polarimeter with liquid crystals", Optics Letters., vol. **28**, 616-618 (2003).

[5.8] P.-Y. GERLIGAND, B. LE JEUNE, J. CARIOU, J. LOTRIAN, "Polarimetric characterization of thin plates of ferrofluids : Application to active imagery", J. of Magn. And Magn. Mater., vol. **122**, 406-410 (1993).

[5.9] B. LE JEUNE, J. CARIOU, J. LOTRIAN, "Imagerie sous-marine par laser : contraste polarimétrique", J. Optics (Paris), vol. **21**, 133-140 (1990).

[5.10] G. LE BRUN, B. LE JEUNE, J. CARIOU, J. LOTRIAN, "Laser imaging procedure for evaluating the polarization signature of immersed targets", Pure Appl. Opt., vol. **2**, 445-470 (1993).

[5.11] P. ELIES, B. LE JEUNE, F. LE ROY-BREHONNET, J. CARIOU, J. LOTRIAN, "Experimental investigation of the speckle polarization for a polished aluminium sample", J. Phys. D : Applied Phys., vol. **30**, 29-39 (1997).

[5.12] P. OLIVARD, P Y GERLIGAND, B. LE JEUNE, J. CARIOU, J. LOTRIAN, "Measurement of optical fibre parameters using an optical polarimeter and Stokes-Mueller formalism", J. Phys. D : Appl. Phys., vol. **32**, 1618-1625 (1999).

II.2 Obtention de la matrice de Mueller du milieu

Nous obtenons à la sortie du polarimètre le vecteur de Stokes \vec{S}' . Ce dernier est lié au vecteur d'entrée \vec{S} par la relation matricielle suivante :

$$\vec{S}' = [P_2] \cdot [L_2(\theta')] \cdot [M] \cdot [L_1(\theta)] \cdot [P_1] \cdot \vec{S} \quad (\text{V.1})$$

où $[M]$ est la matrice de Mueller du milieu étudié tel que :

$$[M] = \begin{bmatrix} M_{00} & M_{01} & M_{02} & M_{03} \\ M_{10} & M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{20} & M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{30} & M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{V.2})$$

Et $[P_1]$, $[P_2]$, $[L_1]$, $[L_2]$, sont les matrices de Mueller respectives des polariseurs et lame quart d'onde d'entrée et de sortie dans le cas où tous ces éléments seraient parfaits telles que :

$$[P_1] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{V.3})$$

$$[P_2] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{V.4})$$

$$[L(\theta)] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{2\theta}^2 & C_{2\theta}S_{2\theta} & -S_{2\theta}^2 \\ 0 & C_{2\theta}S_{2\theta} & S_{2\theta}^2 & C_{2\theta}^2 \\ 0 & S_{2\theta} & -C_{2\theta} & 0 \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} C_{2\theta} = \cos(2\theta) \\ S_{2\theta} = \sin(2\theta) \end{cases} \quad (\text{V.5})$$

Expérimentalement, nous ne pouvons mesurer que des quantités à dimension énergétique. En positionnant en sortie du montage un photodétecteur (photodiode, caméra par exemple), nous mesurons le premier élément du vecteur de Stokes de sortie, c'est à dire S'_0 . Celui-ci est homogène à l'intensité lumineuse de l'onde arrivant sur ce détecteur. Et donc, en développant l'expression de l'intensité détectée (V.1), nous obtenons :

$$S'_0(\theta, \theta') = I(\theta, \theta') = M_{00} + M_{01}C_{2\theta}^2 + M_{02}C_{2\theta}S_{2\theta} + M_{03}S_{2\theta}^2 + (M_{10} + M_{11}C_{2\theta}^2 + M_{12}C_{2\theta}S_{2\theta} + M_{13}S_{2\theta}^2)(-C_{2\theta}') + (M_{20} + M_{21}C_{2\theta}^2 + M_{22}C_{2\theta}S_{2\theta} + M_{23}S_{2\theta}^2)(-C_{2\theta}'S_{2\theta}') + (M_{30} + M_{31}C_{2\theta}^2 + M_{32}C_{2\theta}S_{2\theta} + M_{33}S_{2\theta}^2)(S_{2\theta}') \quad \text{avec} \quad \begin{cases} C_{2\theta} = \cos(2\theta) \\ S_{2\theta} = \sin(2\theta) \\ C_{2\theta}' = \cos(2\theta') \\ S_{2\theta}' = \sin(2\theta') \end{cases} \quad (\text{V.6})$$

Où tous les éléments de la matrice de Mueller du milieu apparaissent.

Ainsi, avec seize combinaisons angulaires (θ, θ') , nous pouvons remonter à tous les coefficients M_{ij} de $[M]$ à l'aide du système matriciel suivant :

$$[I_p] = [A_{pk}] \cdot [M_k] \quad \text{avec} \quad \begin{cases} i, j = [0..3] \\ k = [4i + j] \\ p = [0..15] \end{cases} \quad (\text{V.7})$$

Où les éléments de la matrice de calcul 16×16 $[A_{pk}]$ dépendent uniquement des angles de rotation θ et θ' des lames quart d'onde d'entrée et de sortie. Dans ce cas, la matrice $[M]$ est alors écrite sous forme de vecteur.

Nous pouvons alors remonter aux éléments M_{ij} à l'aide de la relation suivante :

$$[M_k] = [A_{pk}]^{-1} [I_p] \quad (V.8)$$

II.3 Estimation des incertitudes de mesure

La précision d'un tel polarimètre peut être estimée en utilisant le dispositif expérimental sans échantillon, c'est-à-dire en mesurant la matrice de Mueller du vide. Celle-ci n'est autre que la matrice identité 4x4. Or, il a été constaté que ce test (à vide) conduit à l'obtention d'une matrice autre que cette dernière.

La précision des mesures est donc grandement limitée par l'existence de perturbations qui constituent le bruit expérimental en interférant avec le signal étudié. Ce type d'erreurs justifie l'importance d'étalonner le dispositif expérimental.

Il existe deux sources distinctes d'incertitudes expérimentales :

- Les erreurs aléatoires.
- Les erreurs systématiques.

II.3.1 Les erreurs aléatoires (ou bruit de mesure)

Elles proviennent essentiellement des fluctuations d'intensité de la source (laser) et de la stabilité du détecteur (photodiode, photomultiplicateur, caméra). Dans ce dernier cas, nous pouvons rencontrer trois types de bruit :

- Le bruit de grenaille (shot noise en anglais). Il traduit la granularité de la lumière, d'où son autre nom : bruit de photons. Il peut avoir deux origines : une origine optique et une origine électrique associée à la détection et à la numérisation. Il est inévitable et impose la limite de sensibilité de tous les systèmes de détection.
- Le bruit thermique (Johnson noise en anglais). Il fait partie intégrante du détecteur et peut être provoqué par l'échauffement des composants électroniques, mais également par la variation de la température ambiante.
- Le bruit de quantification. Il apparaît lors de la numérisation d'un signal, la quantification étant la conversion du signal analogique d'entrée.

Ces erreurs ne peuvent pas être complètement corrigées car inhérentes à l'expérience. Il faut donc chercher à les minimiser.

II.3.2 Les erreurs systématiques

Elles sont liées à la qualité intrinsèque des éléments optiques du dispositif expérimental (polariseurs, lames de retard) et aux défauts de positionnement (alignement) de ces éléments.

Prenons l'exemple de la lame quart d'onde. Celle-ci n'est jamais parfaite, elle peut présenter :

- Des défauts d'épaisseur conduisant à des déphasages autres que 90° .
- De l'activité optique si elle est réalisée dans du quartz.
- Un défaut d'alignement interne si celle-ci est une lame ordre 0 compensée.

Ces erreurs, dites systématiques, font que l'équation (V.6) est bien plus complexe. En effet, cette dernière est obtenue suivant l'hypothèse que les composants optiques passifs utilisés sur le dispositif expérimental sont parfaits. Or ce n'est jamais le cas (contraintes de fabrication).

Nous sommes donc obligés de réaliser un étalonnage complet des éléments optiques du montage. Si cette étape n'est pas réalisée, la matrice de Mueller du milieu ainsi étudié peut être fortement erronée.

II.3.3 Méthodologie pour réduire les erreurs aléatoires

Si les erreurs systématiques peuvent être corrigées, il n'en est pas de même pour les erreurs aléatoires. Il faut donc en réduire les effets néfastes et pouvoir les estimer en surdéterminant le système **[5.13]** (le nombre d'équations doit être supérieur au nombre d'inconnues). Nous mesurons donc soixante-quatre intensités (V.9) en réalisant soixante-quatre combinaisons angulaires (θ , θ') judicieusement choisies (positions tests, états de polarisation assez bien répartis sur la sphère de Poincaré de manière à balayer tous les états de polarisation).

Notons toutefois que dans ce cas, la matrice n'est plus carrée, et donc l'inversion de ce système n'est plus immédiate. Elle est alors obtenue par :

$$[I_p] = [B_{pk}] [M_k] \text{ avec } \begin{cases} i, j = [0..3] \\ k = [4i + j] \\ p = [0..63] \end{cases} \quad (\text{V.9})$$

Où les éléments de la matrice de calcul 64x16 $[B_{pk}]$ dépendent uniquement des angles de rotation θ et θ' des lames quart d'onde d'entrée et de sortie et des propriétés polarimétriques.

Nous pouvons alors remonter aux éléments M_{ij} à l'aide de la relation suivante :

$$[M_k] = [D_{kp}] [I_p] \quad (\text{V.10})$$

Sachant que (théorème de la projection : minimisation au sens des moindres carrés) :

$$[D_{kp}] = ([B_{pk}]^T [B_{pk}])^{-1} [B_{pk}]^T \quad (\text{V.11})$$

II.3.4 Influence des erreurs systématiques sur la matrice de Mueller

Au fil des années, le LSOL a acquis un savoir-faire dans l'estimation et la minimisation des erreurs systématiques. En effet, nous pouvons identifier la provenance de ces erreurs de mesure sur la matrice de Mueller du vide (**Figure V.2**) qui est théoriquement égale à la matrice identité.

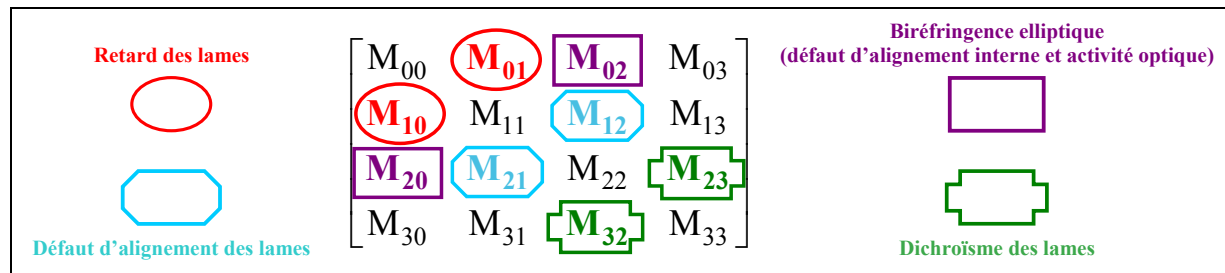


Figure V.2 : Identification des éléments de la matrice affectés par les erreurs de mesure [5.14].

De faibles imperfections sur les lames et des alignements imparfaits provoquent des erreurs de mesure non négligeables sur les éléments de la matrice. Par l'observation de ceux-ci, nous pouvons identifier la provenance des erreurs de mesure :

- Les défauts de retard des lames de sortie et d'entrée sont respectivement localisés sur M_{01} et M_{10} . Les variations de ces éléments ne sont donc pas corrélées.

[5.13] J. P. NOUGIER, "Méthode de calcul numérique", Edition Masson, 41-44 (1981).

[5.14] F. BOULVERT, "Caractérisation des effets de polarisation dans les guides d'ondes rubans à base de polymères", Rapport de stage de DEA, Université de Bretagne Occidentale, Brest (2002).

- Nous pouvons aussi avoir une erreur d'alignement mécanique entre les lames et les polariseurs **[5.15]**. Elle intervient sur les termes M_{12} et M_{21} et peuvent également être corrigées. Ce problème, dû à une mauvaise précision mécanique dans le repérage des axes "neutres" des lames, implique le repérage de ces derniers indépendamment l'une de l'autre en recherchant le minimum entre polariseurs croisés. La précision obtenue est inférieure au centième de degré.

- De plus, il faut tenir compte de la biréfringence elliptique du fait que chaque lame est composée de deux lames croisées avec un défaut d'alignement interne faisant en sorte que celle-ci ne se comporte pas comme un biréfringent linéaire mais elliptique **[5.16]**. Elle joue un rôle sur les éléments M_{02} et M_{20} .

- Nous pouvons aussi tenir compte du dichroïsme des lames. Cette erreur intervient de façon non corrélée entre les deux lames sur les éléments M_{32} et M_{23} .

II.4 Obtention des matrices d'écarts-type associées au milieu

Il est important d'estimer les incertitudes de mesure liées à une matrice de Mueller expérimentale $[M]$. Celles-ci peuvent aussi être mises sous la forme d'une matrice 4x4, appelée matrice des écarts-type $[S]$. Afin d'observer l'influence des erreurs aléatoires et systématiques sur les éléments M_{ij} de la matrice de Mueller expérimentale, il est possible d'évaluer :

- La matrice des écarts-type statistique notée $[S_S]$ qui caractérise l'effet des erreurs aléatoires.
- La matrice des écarts-type totaux notée $[S_T]$ qui caractérise les effets des erreurs aléatoires et systématiques.

II.4.1 Matrice des écarts-type statistiques

Il est possible d'exprimer la variance sur les coefficients M_{ij} (notés sous la forme M_k) à partir de la variance sur les intensités en utilisant la relation suivante :

$$\sigma_S^2(M_k) = \sum_{p=0}^{63} \sigma_p^2 \left(\frac{\partial M_k}{\partial I_p} \right)^2 \quad (\text{V.12})$$

Où σ_p est l'écart-type associé à chacune des 64 intensités obtenue à partir d'une population de N acquisitions. Il est possible de définir une matrice $[C_{kk}]$ à partir de (V.11) telle que :

$$[C_{kk}] = ([B_{pk}^n])^T [B_{pk}^n]^{-1} \quad (\text{V.13})$$

Avec :

$$B_{pk}^n = \frac{B_{pk}}{\sigma_p} \quad (\text{V.14})$$

[5.15] P. OLIVARD, "Application du formalisme de Stokes-Mueller à la caractérisation polarimétrique de fibres optiques soumises à des contraintes uniformes", Thèse de Doctorat, Université de Bretagne Occidentale, Brest (1996).

[5.16] B. BOULBRY, B. BOUSQUET, B. LE JEUNE, Y. GUERN, J. LOTRIAN, "Polarization errors associated with zero-order achromatic quarter-wave plates in the whole visible spectral range", Optics Express, vol. **9**, n° 5, 225-235 (2001).

Puisque les coefficients B_{pk} sont indépendants des intensités mesurées, il est alors possible de montrer que les éléments diagonaux de cette matrice sont les variances des coefficients M_{ij} [5.17]. La matrice $[C_{kk}]$ (V.13) est alors la matrice de covariance des incertitudes sur les termes de $[M]$:

$$\sigma_S^2(M_k) = C_{kk} \quad (\text{V.15})$$

La matrice des écarts-type $[S_S]$ associées à $[M]$ peut alors s'écrire telle que :

$$[S_S] = [\sigma_S(M_{ij})] = \begin{bmatrix} \sqrt{C_{0,0}} & \sqrt{C_{1,1}} & \sqrt{C_{2,2}} & \sqrt{C_{3,3}} \\ \sqrt{C_{4,4}} & \sqrt{C_{5,5}} & \sqrt{C_{6,6}} & \sqrt{C_{7,7}} \\ \sqrt{C_{8,8}} & \sqrt{C_{9,9}} & \sqrt{C_{10,10}} & \sqrt{C_{11,11}} \\ \sqrt{C_{12,12}} & \sqrt{C_{13,13}} & \sqrt{C_{14,14}} & \sqrt{C_{15,15}} \end{bmatrix} \quad (\text{V.16})$$

II.4.2 Matrice des écarts-type totaux

Nous avons vu précédemment qu'il est possible de remonter à la matrice de Mueller d'un milieu à partir d'un fichier de 64 intensités expérimentales à l'aide de la relation (V.10). Dans ce cas, nous rappelons que nous utilisons un système surdéterminé afin de minimiser les incertitudes de mesure, le nombre d'équations étant supérieur au nombre d'inconnues.

Nous choisissons alors de noter $[I_p]_{\text{mes}}$ le vecteur correspondant aux 64 intensités mesurées. Il est possible de remonter directement, à partir de la matrice de calcul $[B_{pk}]$, à un vecteur intensité calculé noté $[I_p]_{\text{calc}}$:

$$[I_p]_{\text{calc}} = [B_{pk}][M_k] \quad (\text{V.17})$$

Puisque la matrice de Mueller expérimentale est bruitée :

$$[I_p]_{\text{calc}} \neq [I_p]_{\text{mes}} \quad (\text{V.18})$$

En posant $[\Delta I_p]$ la différence entre $[I_p]_{\text{mes}}$ et $[I_p]_{\text{calc}}$, nous faisons une estimation grossière de l'écart-type sur chacune des 64 intensités :

$$[\Delta I_p] = [I_p]_{\text{calc}} - [I_p]_{\text{mes}} \quad (\text{V.19})$$

Il est possible d'écrire $[I_p]_{\text{calc}}$ en fonction de $[I_p]_{\text{mes}}$ en réécrivant (V.17) à partir de (V.10) :

$$[I_p]_{\text{calc}} = [B_{pk}][D_{kp}][I_p]_{\text{mes}} \quad (\text{V.20})$$

Nous évaluons alors la variance (dite totale) sur les coefficients M_{ij} (notés sous la forme M_k) en utilisant la relation suivante, équivalente à la relation (V.12) :

$$\sigma_T^2(M_k) = \sum_{p=0}^{63} (\Delta I_p)^2 \left(\frac{\partial M_k}{\partial I_p} \right)^2 \quad (\text{V.21})$$

La relation (V.21) se simplifie en utilisant la relation (V.10) de telle sorte que :

$$\sigma_T^2(M_k) = \sum_{p=0}^{63} (\Delta I_p)^2 (D_{kp})^2 \quad (\text{V.22})$$

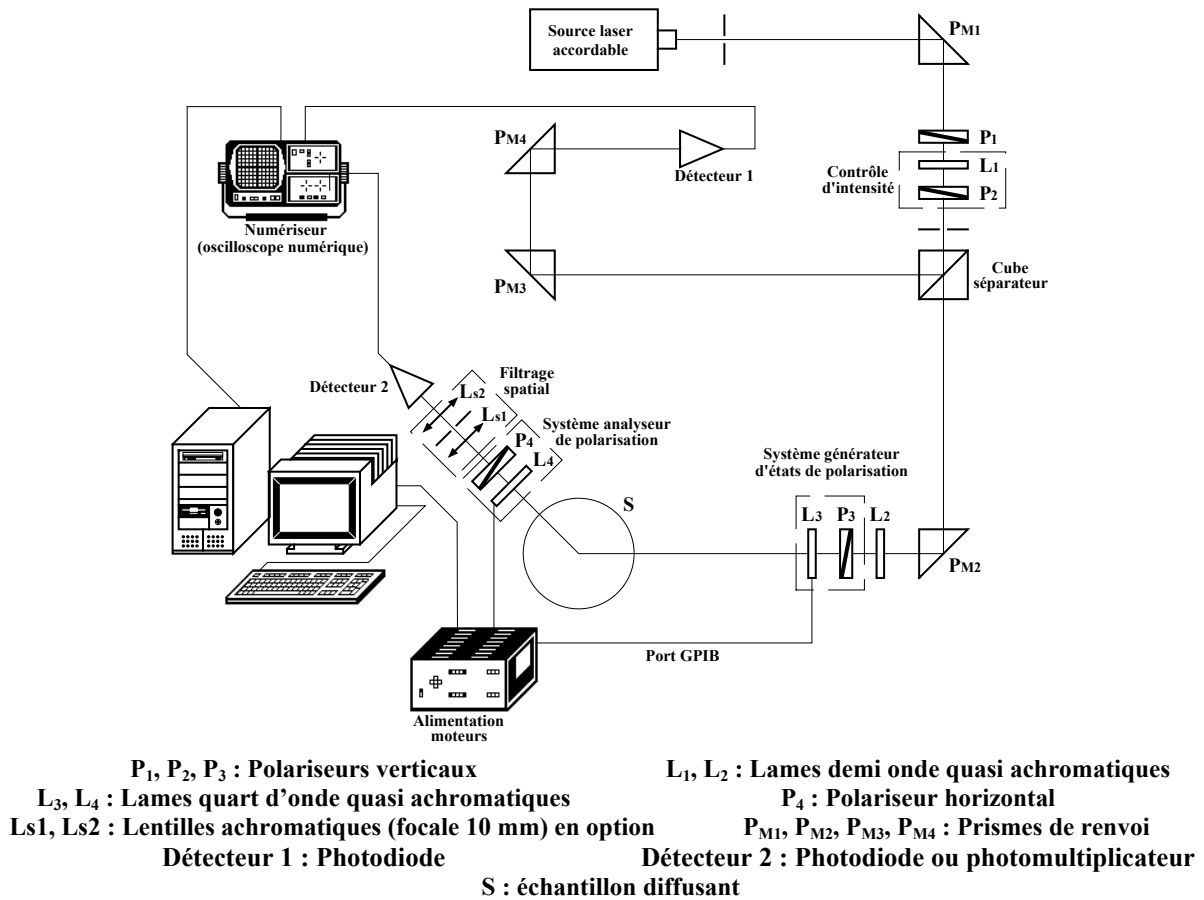
La matrice des écarts-type totaux $[S_T]$ résultante est alors :

$$[S_T] = [\sigma_T(M_{ij})] \quad (\text{V.23})$$

Nous présenterons l'intérêt de ces deux matrices caractéristiques des incertitudes de mesure au cours de l'étape d'étalonnage. Dans l'hypothèse d'une matrice de Mueller où toutes les erreurs systématiques ont été corrigées, la matrice $[S_T]$ est alors identique à $[S_S]$ au biais près.

III Configuration expérimentale

Le dispositif expérimental (**Figure V.3**), dont nous nous sommes servis pour les études polarimétriques sur la peau, a été mis au point par B. BOULBRY, au LSOL, lors de sa thèse [5.2]. Il est constitué d'une source laser couplée à un système de mise en forme du faisceau, d'un bras fixe avant l'échantillon qui représente le système de codage en polarisation et d'un bras, mobile autour du porte-échantillon, comprenant le système d'analyse en polarisation.



Les intérêts de ce polarimètre de Mueller à lames tournantes sont les suivants :

- Il est monté sur un goniomètre afin de pouvoir aussi bien travailler en transmission qu'en rétrodiffusion. Cette dernière configuration est particulièrement intéressante lors d'étude sur des milieux fortement diffusants comme les tissus biologiques.

- La source laser est une source impulsionnelle accordable en longueur d'onde de l'UV (222,5 nm) à l'infra-rouge (1750 nm). Nous pouvons ajuster la longueur d'onde du faisceau optique incident à l'échantillon suivant tout le spectre du visible (400-700 nm) puisque les lames quart d'onde utilisées sont achromatiques sur cette gamme spectrale.

Remarquons qu'il serait possible d'utiliser ce spectro-polarimètre entre 700 nm et 1300 nm, mais dans ce cas, il faudrait changer les composants optiques, ces derniers étant sensibles à la longueur d'onde.

Nous détaillons maintenant les divers étages du dispositif expérimental.

III.1 La source

Il s'agit d'une source laser accordable en longueur d'onde (**Figure V.4**). Elle est constituée de deux étages : un laser Nd :YAG triplé (faisceau "pompe") (Powerlite 9001 de la société Continuum) et un étage OPO (Oscillateur Paramétrique Optique) (Sunlite EX OPO Continuum).

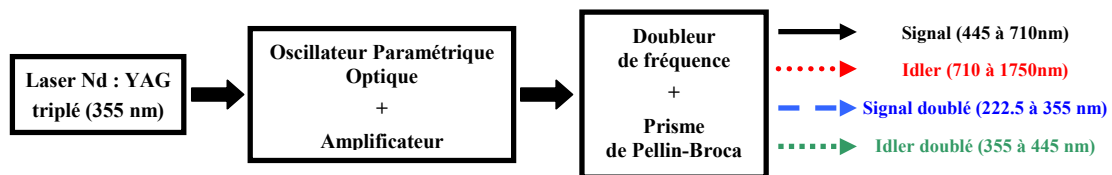


Figure V.4 : Architecture de la source laser.

A la sortie du premier étage, le faisceau impulsionnel ($\lambda=335$ nm) de largeur d'impulsion 5 ns est émis à une fréquence de 10 Hz, avec une énergie de 350 mJ. Son profil spatial est quasi gaussien entre 6 et 8 mm. Ces impulsions servent à pomper un Oscillateur Paramétrique Optique grâce auquel nous disposons d'une grande gamme de longueurs d'onde.

Celui-ci génère alors des radiations allant du visible au proche infrarouge (445 nm à 1750 nm). Un étage doubleur en fin d'OPO, permet d'étendre le domaine spectral jusqu'à 222,5 nm dans l'UV. A la sortie de cet étage, il y a donc quatre faisceaux colinéaires : le signal, l'idler, le signal doublé et l'idler doublé. Un prisme de Pellin-Broca est utilisé afin de les séparer et de n'en sélectionner qu'un.

Nous disposons donc d'une source achromatique accordable en longueurs d'onde dont les principales caractéristiques sont résumées ci-dessous :

Domaine spectral	Précision sur λ	Energie E	Divergence	Largeur d'impulsion	Largeur de raies	Taux de répétition
222,5 nm 1750 nm	5 pm	1 mJ < E < quelques mJ suivant λ	$\leq 1,5^\circ \text{mrad}$	≈ 5 ns	$\leq 0,08^\circ \text{cm}^{-1}$	10 Hz

Tableau V.1 : Caractéristiques du faisceau laser en sortie de source.

III.2 Mise en forme du faisceau

Lors de l'utilisation d'une telle source nous rencontrons deux soucis majeurs :

- Les impulsions générées par le laser sont instables temporellement mais également spatialement. Afin de corriger les fluctuations temporelles d'intensité nous utilisons une voie de référence (grâce à un cube séparateur qui divise le faisceau en deux) (**Figure V.3**). Par contre il est

plus difficile de s'affranchir des instabilités spatiales (résultats des modes parasites générées dans l'OPO). Seule la présence d'un filtre spatial sur le bras de sortie permettrait de réduire ces instabilités.

- L'intensité du faisceau, ainsi que le pouvoir réfléchissant du cube séparateur varient d'une longueur d'onde à l'autre. Afin ni de saturer ni d'être dans le régime non-linéaire de l'un des détecteurs, il est donc indispensable de régler l'intensité du faisceau en sortie du laser. Pour ce faire, nous faisons tourner une lame demi-onde L_1 devant un polariseur P_2 .

De plus, la polarisation du faisceau laser, en sortie d'OPO, n'étant pas forcément parfaitement rectiligne, l'introduction de cette lame demi-onde peut induire des bruits supplémentaires sur les intensités **[5.18]** lorsque la puissance est réduite. Dans le but d'éliminer ce type de bruit et d'augmenter la dynamique d'intensité, nous plaçons un polariseur additionnel P_1 (orienté verticalement) à la sortie de la source.

III.3 Génération et analyse des états de polarisation

La lame demi-onde L_2 permet, grâce au polariseur P_3 du polarimètre, de procéder au réglage de l'intensité incidente sur la voie signal au niveau des détecteurs.

Comme nous l'avons vu précédemment, le polarimètre est constitué d'un système de mise en forme polarimétrique sur le bras fixe et d'un système d'analyse sur le bras mobile du goniomètre. La génération (l'analyse) des états de polarisation se fait en associant un polariseur fixe P_3 (P_4) à une lame quart d'onde tournante L_3 (L_4). Ces lames (tout comme L_1 et L_2) doivent à la fois être achromatiques et supporter des flux intenses.

III.3.1 Lames quart d'onde achromatiques

Il n'existe pas de lames dont les propriétés optiques (retard, orientation et ellipticité des lignes neutres) sont les mêmes quelle que soit la longueur d'onde. Toutefois, il est possible d'obtenir des lames quart d'onde quasi-achromatiques (Fichou) sur la plage du visible (400–700 nm) en utilisant des lames en quartz- MgF_2 d'ordre zéro. Celles-ci sont obtenues en associant une lame de quartz avec une lame de MgF_2 , par contact optique et en croisant leurs axes optiques **[5.19]**. Cependant B. BOULBRY a montré que ces lames quart d'onde ne sont pas parfaites, c'est-à-dire que le retard n'est pas égal à 90° et que les états propres ne sont pas linéaires.

En effet :

- Pour une lame quart d'onde de ce type, le déphasage est de 90° pour deux longueurs d'onde de la gamme spectrale et s'écarte de cette valeur pour les autres longueurs d'onde.

- Les lames utilisées dans notre polarimètre présentent principalement un défaut d'alignement interne des cristaux **[5.20]**, **[5.21]** les constituant (**Figure V.5**). Elles ne se comportent plus en biréfringent linéaire mais en biréfringent elliptique, les modes de vibrations propres devenant elliptiques. Lorsque ce désalignement est négligeable, les conséquences d'un tel défaut sur le déphasage sont eux aussi négligeables **[5.22]**.

[5.18] B. H. KOLNER, "Intensity noise enhancement in the half wave/polarizer attenuator", Optics Letters, vol. **16**, 784-786 (1991).

[5.19] J. M. BENNET, "Handbook of optics", Edition Mc Graw-Hill, New York (1995).

[5.20] B. BOULBRY, B. LE JEUNE, B. BOUSQUET, F. PELLE, J. CARIOU, J. LOTRIAN, "Error analysis and calibration of a spectroscopic Mueller matrix polarimeter using a short-pulse laser source", Meas. Sci. Technol., vol. **13**, 1563-1573 (2002).

[5.21] B. BOULBRY, B. LE JEUNE, F. PELLE, J. CARIOU, J. LOTRIAN, "Identification of error parameters and calibration of a double-crystal birefringent waveplate with a broadband spectral light source", J. Phys. D : Applied Phys, vol. **35**, 2508-2515 (2002).

[5.22] D. B. CHENAULT, R. A. CHIPMAN, "Measurements of linear diattenuation and linear retardance spectra with a rotating sample spectropolarimeter", Applied Optics, vol. **32**, 3513-3519 (1993).

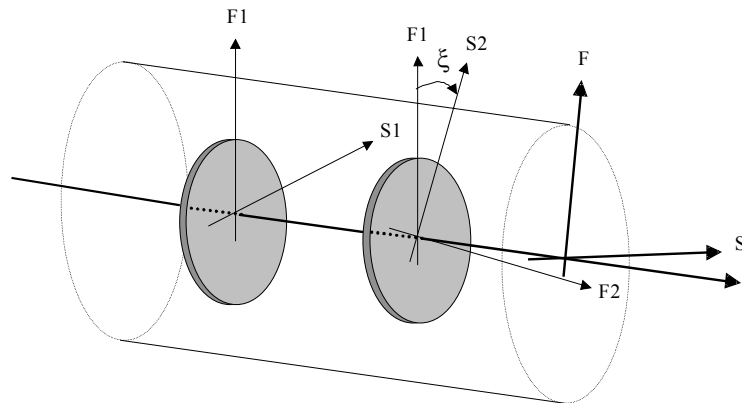


Figure V.5 : Défaut d'alignement interne ξ d'une lame achromatique.
(F1, S1) et (F2, S2) désignent les axes rapides et lents des lames de quartz et de MgF₂.
(F, S) désigne les axes neutres de la lame ordre-zéro compensée [5.2].

De plus leur comportement polarimétrique est différent suivant la longueur d'onde. Les états propres de polarisation d'une telle lame présentent des oscillations suivant leur azimuth et leur ellipticité en fonction de la longueur d'onde. Nous illustrons ce phénomène en représentant dans le tableau ci-dessous les états propres de polarisation pour un défaut d'alignement interne ξ de 5°.

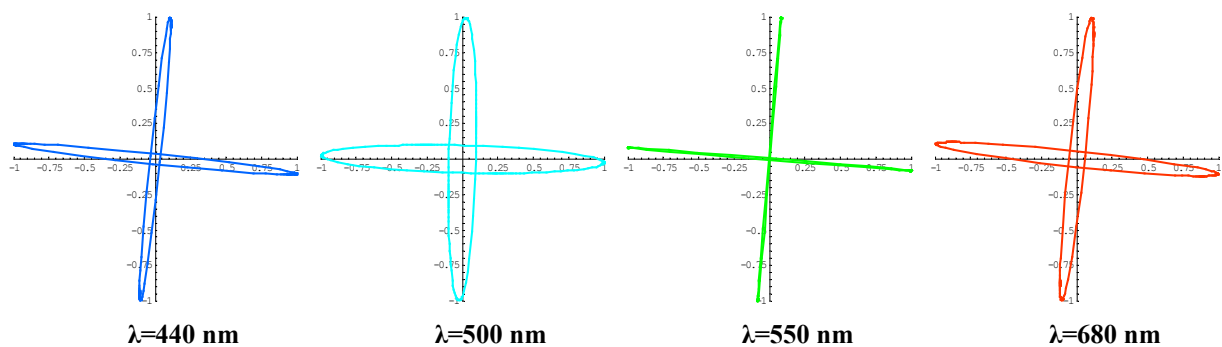


Tableau V.2 : Représentation des modes de vibration propre
d'une lame quasi achromatique en quartz-MgF₂, présentant un défaut d'alignement interne de 5°,
pour quatre longueurs d'onde de la plage 400-700 nm [5.2].

Il est possible de compenser les défauts intrinsèques inhérents aux lames dont nous disposons, et ceci quelle que soit la longueur d'onde, en réalisant un étalonnage complet des lames en quartz-MgF₂ d'ordre zéro quasi achromatiques. C'est ce que nous verrons par la suite.

Les deux lames quart d'onde L_3 et L_4 sont entraînées en rotation par des moteurs pas à pas, précis au centième de degré, et commandés par un contrôleur programmable relié à un micro-ordinateur via une interface GPIB. La configuration polariseurs croisés nous permet de repérer les axes neutres de ces lames.

III.3.2 Polariseurs

Les polariseurs associés aux lames quart d'onde sont des polariseurs de Glan-Foucault. Ce sont des prismes à séparation d'air qui peuvent être utilisés avec de fortes puissances. L'état de polarisation réfléchi est absorbé par un revêtement adéquat. Les polariseurs sont eux aussi entraînés en rotation par le contrôleur programmable de manière à croiser avec précision les polariseurs d'entrée et de sortie. Mais lors des mesures, ils sont fixes de manière à éviter tout "dépointage" du faisceau par rotation.

Les axes des différents éléments optiques (lames quart d'onde, polariseurs) sont alignés en utilisant une méthode d'approximation polynomiale d'ordre deux autour du minimum d'intensité. La commande des moteurs pas à pas est effectuée à l'aide d'un programme réalisé sous Labview™.

III.4 Détection et numérisation

III.4.1 Détection

La détection sur la voie signal peut être soit assurée par une photodiode (Hamamatsu S5973-01) de fréquence de coupure 1,5 GHz dont la réponse spectrale se situe entre 320 et 1000 nm (pic de sensibilité à 760 nm), soit par un photomultiplicateur (Hamamatsu 1P28) lorsque le signal est trop faible (dynamique et sensibilité). Le choix du détecteur se fait donc en fonction de la configuration expérimentale et de la diffusion du milieu. C'est pourquoi, pour la peau, nous utiliserons le photomultiplicateur. Mais dans tous les cas, la détection sur la voie référence se fait à l'aide de la même photodiode que celle précédemment citée.

Il est très important d'étalonner les détecteurs afin de connaître leurs plages d'utilisation (linéarité et saturation) et de ne pas les saturer lors des études expérimentales car une saturation du détecteur induit de la dépolarisation au niveau de la matrice de Mueller expérimentale du milieu étudié et peut donc être très préjudiciable sur des études de milieux dépolarisants. C'est pourquoi, il est important de ne pas dépasser 700 mV pour la photodiode et 200 mV pour le photomultiplicateur (si le détecteur est branché à un appareil d'impédance interne de 50 Ω) lorsque ce dernier est alimenté sous une tension égale à 800V [5.23].

III.4.2 Numérisation

La numérisation est assurée par un oscilloscope à phosphore numérique (TEKTRONIX série TDS 3052) de fréquence d'échantillonnage maximum de 5 Géch./s et de bande passante 500 MHz.

Il permet de réaliser et de visualiser les mesures directement sur l'écran. Le numériseur possédant deux voies, il est donc possible de récupérer numériquement la forme du faisceau correspondant au signal et celui correspondant à la voie référence.

La voie référence est pourvue d'une ligne à retard afin que les signaux de cette voie et de la voie signal arrivent en même temps sur l'oscilloscope. Il reste cependant très difficile d'obtenir exactement le même chemin optique (longueur des câbles de liaison détecteur-oscilloscope étant difficilement ajustable étant donnée la durée d'une impulsion, à savoir de l'ordre de la dizaine de nanoseconde). En raison de ce biais, et compte tenu en plus du peu de points de numérisation offerts, les deux signaux ne sont pas numérisés identiquement et la correction des fluctuations de la source par la référence est, de ce fait, insuffisante. Cependant en ajustant le signal à la taille de l'écran et en utilisant l'option de moyenne glissante de l'oscilloscope numérique, il est possible réduire le bruit aléatoire de mesure. De plus, la réduction de la bande passante de l'oscilloscope de 500 à 150 MHz permet, en outre, de réduire l'influence des fluctuations temporelles du signal et donc d'obtenir deux signaux (référence et signal) quasi identiques [5.2].

Plus la moyenne est réalisée sur un grand nombre de tirs, meilleure est la correction. La moyenne glissante ne se faisant pas instantanément, il nous faut introduire une temporisation. Le tableau ci-dessous donne la durée de cette temporisation en fonction du nombre de tirs.

Nombre de tirs	4	8	16	32	64
Durée temporisation (s)	3	5	8	13	21

Tableau V.3 : Durée de temporisation nécessaire en fonction du nombre de tirs pour moyenner le signal.

[5.23] R. LE BORGNE, "Analyse de la peau par exploration polarimétrique", Rapport de stage de Licence Professionnelle, IUT Lannion (2003).

Il faut donc trouver un compromis afin de ne pas trop ralentir la mesure des 64 intensités nécessaires à l'obtention de la matrice de Mueller du milieu ainsi étudié.

III.5 Conclusion

Nous avons présenté le dispositif expérimental mis au point par B. BOULBRY [5.2]. L'automatisation de la procédure expérimentale pour mesurer les 64 intensités est réalisée à l'aide d'un programme sous Labview™. Le choix des angles de rotation des lames quart d'onde permet de mesurer l'intensité lumineuse pour des états particuliers de polarisation d'entrée et de sortie. Nous en déduisons la matrice de Mueller du milieu ainsi étudié. Cependant, les éléments optiques de ce montage n'étant pas parfaits, il est nécessaire d'étalonner le dispositif expérimental.

IV Etalonnage à vide du polarimètre

Nous présentons ci-dessous la méthode d'étalonnage à vide du polarimètre. Nous commençons par minimiser les erreurs aléatoires en surdéterminant le système et en utilisant une voie référence puis nous corrigeons les erreurs systématiques en tenant compte des caractéristiques réelles des composants optiques. Il est bien entendu que le plus grand soin doit être apporté lors de l'étape de l'étalonnage (notamment lors de l'alignement des éléments optiques) car elle détermine la validité des résultats expérimentaux.



Figure V.6 : Procédures d'étalonnage.

IV.1 Introduction

Afin d'étalonner le montage polarimétrique, nous réalisons une manipulation à vide. Le milieu ainsi étudié, l'air, a la particularité d'avoir pour matrice de Mueller, la matrice identité 4x4 (V.24).

$$[M_{\text{vide}}] = [I_4] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{V.24})$$

Les positions angulaires des lames quart d'onde d'entrée et de sortie sont choisies multiples de 22,5° dans le but d'avoir des positions tests assez bien réparties sur la sphère de Poincaré.

Position de la lame d'entrée θ	État de polarisation d'entrée
0°	rectiligne vertical
22,5°	elliptique gauche
45°	circulaire gauche
67,5°	elliptique gauche
90°	rectiligne vertical
112,5°	elliptique droite
135°	circulaire droite
157,5°	elliptique droite

Tableau V.4 : États de polarisation d'entrée en fonction de θ .

Nous avons vu précédemment que 64 intensités doivent être mesurées de façon à minimiser les erreurs aléatoires. 64 combinaisons angulaires (θ , θ') sont alors réalisées. A partir de l'équation (V.6) et sachant que la matrice de Mueller est la matrice identité 4x4, nous pouvons remonter à la courbes des intensités à vide (**Figure V.7**).

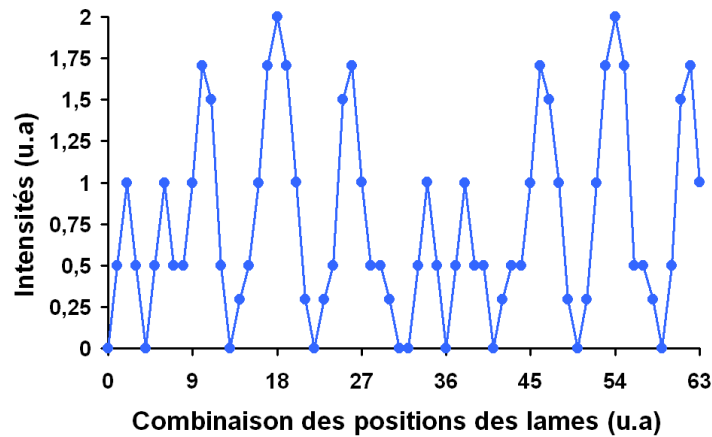


Figure V.7 : Courbe des intensités à vide pour les 64 combinaisons de θ et θ' .

IV.2 Principe de l'étalonnage

Les fluctuations de la source laser étant plus ou moins importantes selon la longueur d'onde, il est nécessaire d'utiliser un bras de référence (**Figure V.3**). Nous présentons ci-dessous la procédure d'étalonnage du polarimètre dans l'ordre chronologique des étapes successives, sachant que le milieu étudié est l'air.

IV.2.1 Croisement des polariseurs

La première étape de l'étalonnage consiste à croiser les polariseurs (sans les lames quart d'onde) en recherchant le minimum d'intensité (méthode d'approximation polynomiale). Quelle que soit la longueur d'onde du laser, cette position est toujours la même.

IV.2.2 Recherche des axes neutres des lames quart d'onde

Ensuite, nous recherchons les axes neutres des lames quart d'onde d'entrée et de sortie dans la configuration polariseurs croisés. En effet, en faisant tourner une lame de phase entre deux polariseurs croisés, le minimum d'intensité est obtenu lorsque l'un des axes neutres de la lame est aligné avec le polariseur d'entrée, qui nous sert de référence. La première lame étant ainsi alignée avec la référence, il ne reste plus qu'à répéter l'opération avec la deuxième lame.

Cette étape doit être réalisée pour chaque longueur d'onde du visible puisque la position des lignes neutres des lames quart d'onde varie en fonction de celle-ci (défaut d'alignement interne [5.16]).

Pour les lames de phase d'entrée et de sortie, nous observons que l'orientation des axes neutres oscille en fonction de la longueur d'onde (**Figure V.8**).

Suivant la longueur d'onde du laser utilisée, les axes neutres des deux lames sont alors alignées avec le polariseur d'entrée avec les valeurs indiquées sur la **figure V.8**.

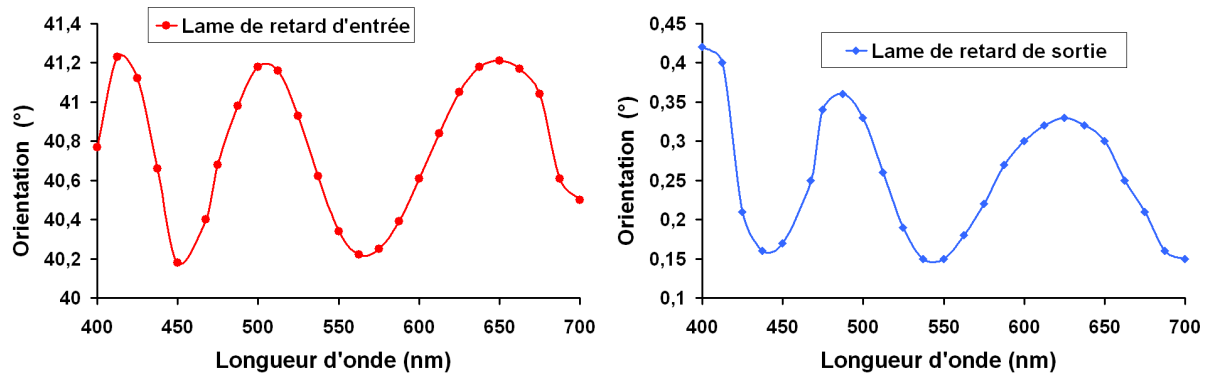


Figure V.8 : Position des axes neutres (obtenue expérimentalement en fonction de λ)
a : pour la lame d'entrée, b : pour la lame de sortie.

IV.2.3 Correction des erreurs systématiques

Nous pouvons ensuite mesurer les 64 intensités correspondant aux 64 combinaisons angulaires sachant que la voie référence permet, elle aussi, de minimiser les erreurs aléatoires. Nous obtenons donc la matrice de Mueller expérimentale du vide. Celle-ci est différente de la matrice unité 4x4 car nous avons supposé que les lames quart d'onde étaient de simples biréfringents linéaires de retard égal à 90° dans le calcul (V.6). Or nous avons vu précédemment que les lames quart d'onde sont des biréfringents elliptiques dont le retard et les vibrations propres dépendent quelque peu de la longueur d'onde.

Il convient donc de modéliser autrement la lame quart d'onde puisque sa matrice de Mueller n'est plus celle de l'équation (V.5). A priori, nous ne connaissons rien des propriétés de celle-ci. C'est pourquoi nous choisissons de modéliser la lame quart d'onde par un biréfringent elliptique dichroïque homogène. En effet, ce modèle présente l'avantage de prendre en compte tous les phénomènes physiques pouvant intervenir au niveau de ces lames et en particulier les multiples réflexions à l'intérieur de ces dernières qui ont pour conséquence d'accroître l'ellipticité des modes de vibration propre [5.24], [5. 25].

Nous pouvons remonter à la matrice de Jones d'un tel élément, pour une longueur d'onde donnée, à partir de ses valeurs et vecteurs propres. Ces derniers, orthogonaux, sont représentés ci-dessous :

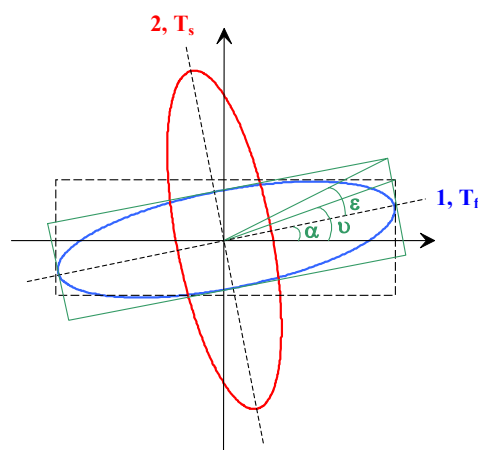


Figure V.10 : États propres d'un biréfringent elliptique dichroïque homogène.

[5.24] K. PIETRASZKIEWICZ, W. A. WOZNIAK, P. KURZYNOWSKI, "Effect of multiple reflections in retardances plates with elliptical birefringence", J. O. S. A. A, vol. 12, 420-424 (1995).

[5.25] J. POIRSON, T. LANTERNIER, J. C. COTTEVERTE, A. LE FLOCH, F. BRETENAKER, "Jones matrix of a quarter-wave plate for Gaussian beams", Applied Optics, vol. 34, 6806-6818 (1995).

Or nous avons vu au chapitre 2 qu'il était possible de décrire un état de polarisation elliptique en connaissant son azimut α et son ellipticité ε . Mais pour simplifier le calcul de la matrice de Jones d'un tel élément, nous utilisons l'angle diagonal ν et la différence de phase φ définie entre les composantes orthogonales de cet état de polarisation.

Nous obtenons alors la matrice de Jones $[J_{bed}]$ d'un biréfringent elliptique dichroïque homogène **[5.26]**, à partir de **(II.16)** telle que :

$$[J_{bed}] = \begin{bmatrix} \cos(\nu) & -\sin(\nu)e^{-i\varphi} \\ \sin(\nu)e^{i\varphi} & \cos(\nu) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_f e^{i\frac{\delta}{2}} & 0 \\ 0 & T_s e^{-i\frac{\delta}{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\nu) & \sin(\nu)e^{-i\varphi} \\ -\sin(\nu)e^{i\varphi} & \cos(\nu) \end{bmatrix} \quad (V.25)$$

$$= \begin{bmatrix} T_f \cos^2(\nu)e^{i\frac{\delta}{2}} + T_s \sin^2(\nu)e^{-i\frac{\delta}{2}} & (T_f e^{i\frac{\delta}{2}} - T_s e^{-i\frac{\delta}{2}})\cos(\nu)\sin(\nu)e^{-i\varphi} \\ (T_f e^{i\frac{\delta}{2}} - T_s e^{-i\frac{\delta}{2}})\cos(\nu)\sin(\nu)e^{i\varphi} & T_f \sin^2(\nu)e^{i\frac{\delta}{2}} + T_s \cos^2(\nu)e^{-i\frac{\delta}{2}} \end{bmatrix}$$

Où T_f et T_s sont les coefficients d'amplitude de transmission (rapide et lent) et δ la différence de phase entre les états propres des lames introduite par la lame de phase compensée.

Sa matrice de Mueller M_{bed} est alors obtenue à partir de la relation **(II.36)** telle que :

$$[M_{bed}] = \frac{1}{q_1} \begin{bmatrix} q_1 & q_2 C_{2\nu} & q_2 S_{2\nu} C_\varphi & q_2 S_{2\nu} S_\varphi \\ q_2 C_{2\nu} & q_1 C_{2\nu}^2 + q_3 S_{2\nu}^2 C_\delta & S_{2\nu} (C_{2\nu} C_\varphi (q_1 - q_3 C_\delta) + q_3 S_\delta S_\varphi) & S_{2\nu} (C_{2\nu} S_\varphi (q_1 - q_3 C_\delta) - q_3 S_\delta C_\varphi) \\ q_2 S_{2\nu} C_\varphi & S_{2\nu} (C_{2\nu} C_\varphi (q_1 - q_3 C_\delta) - q_3 S_\delta S_\varphi) & C_\varphi^2 (q_1 S_{2\nu}^2 + q_3 C_\delta^2 C_{2\nu}^2) + q_3 C_\delta S_\varphi^2 & C_\varphi S_\varphi S_{2\nu}^2 (q_1 - q_3 C_\delta) + q_3 C_{2\nu} S_\delta \\ q_2 S_{2\nu} S_\varphi & S_{2\nu} (C_{2\nu} S_\varphi (q_1 - q_3 C_\delta) + q_3 S_\delta C_\varphi) & C_\varphi S_\varphi S_{2\nu}^2 (q_1 - q_3 C_\delta) - q_3 C_{2\nu} S_\delta & S_\varphi^2 (q_1 S_{2\nu}^2 + q_3 C_\delta^2 C_{2\nu}^2) + q_3 C_\delta C_\varphi^2 \end{bmatrix} \quad (V.26)$$

avec $\begin{cases} C_{2\nu} = \cos(2\nu) = \cos(2\varepsilon)\cos(2\alpha) \\ S_{2\nu} C_\varphi = \sin(2\nu)\cos(\varphi) = \cos(2\varepsilon)\sin(2\alpha) \\ S_{2\nu} S_\varphi = \sin(2\nu)\sin(\varphi) = \sin(2\varepsilon) \end{cases}$ et $\begin{cases} q_1 = \frac{1}{2}(T_f^2 + T_s^2) \\ q_2 = \frac{1}{2}(T_f^2 - T_s^2) \\ q_3 = T_f T_s \end{cases}$

Cette matrice est beaucoup plus complexe que celle d'un biréfringent dont les vibrations propres sont linéaires **(V.5)**. Il suffit de connaître les paramètres suivants pour caractériser complètement notre lame :

- Le retard (ou déphasage) défini entre les états propres de la lame de phase noté δ .
- Le taux d'extinction $\tau = T_f/T_s$.
- L'ellipticité et l'azimut de l'état propre principal (rapide).

Cependant, il est possible de simplifier ce modèle car B. BOULBRY a démontré que les lames de phase utilisées sur le spectro-polarimètre présentent un dichroïsme quasiment inexistant. Il est donc trop faible pour que sa prise en compte apporte vraiment un intérêt dans la correction des erreurs systématiques **[5.2]**. C'est pourquoi, pour les deux lames, nous considérons que $T_f = T_s$. Dans ce cas, le modèle présenté ci-dessus se simplifie en un biréfringent elliptique homogène **(III.26)**.

De plus, nous connaissons l'azimut qui caractérise les états propres de cet élément, et ceci quelle que soit la longueur d'onde du spectre du visible, puisque les axes neutres des lames ont été au préalable alignés avec le polariseur d'entrée.

Pour ces deux raisons, nous pouvons réécrire la matrice de Mueller $L(\theta)$ du biréfringent elliptique qui caractérise la lame de phase d'entrée (et donc celle de sortie) telle que :

$$L(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d^2 - e^2 - f^2 + g^2 & 2(de + fg) & 2(df - eg) \\ 0 & 2(de - fg) & -d^2 + e^2 - f^2 + g^2 & 2(e f + dg) \\ 0 & 2(df + eg) & 2(e f - dg) & -d^2 - e^2 + f^2 + g^2 \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} d = \cos(2\varepsilon_e) \cos(2\theta) \sin(\frac{\delta_e}{2}) \\ e = \cos(2\varepsilon_e) \sin(2\theta) \sin(\frac{\delta_e}{2}) \\ f = \sin(2\varepsilon_e) \sin(\frac{\delta_e}{2}) \\ g = \cos(\frac{\delta_e}{2}) \end{cases} \quad (\text{V.27})$$

Où δ_e et ε_e représentent respectivement le retard et l'ellipticité de la lame d'entrée.

La matrice de Mueller de la lame de sortie $L(\theta')$ s'obtient à partir de (V.27) en remplaçant respectivement θ , δ_e et ε_e par θ' , δ_s et ε_s sachant que ces deux derniers paramètres représentent respectivement le retard et l'ellipticité de la lame de sortie.

Il nous faudra alors déterminer les paramètres des lames de façon à finaliser l'étalonnage de notre polarimètre et ainsi s'approcher expérimentalement de la matrice du vide théorique.

B. BOULBRY a ainsi déterminé expérimentalement [5.2] le déphasage réel entre les vibrations propres induit par les lames quart d'onde d'entrée (δ_e) et de sortie (δ_s) sur la gamme spectrale 400-700 nm (Figure V.11).

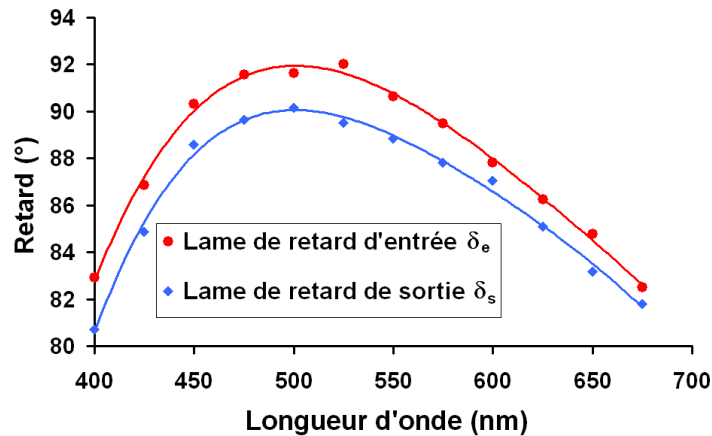


Figure V.11 : Retard des lames quart d'onde en fonction de la longueur d'onde.

Par un ajustement polynomial, il est possible de remonter au retard des deux lames pour toutes les longueurs d'onde de la plage spectrale qui nous intéresse. Pour une lame quart d'onde de ce type, le déphasage est bien de 90° pour seulement deux longueurs d'onde de cette plage et s'écarte de cette valeur pour les autres longueurs d'onde.

B. BOULBRY a montré qu'il est possible de remonter à l'ellipticité des états propres (Figure V.12) en connaissant les épaisseurs des cristaux et le défaut d'alignement entre eux [5.2] (Annexe 5.A). Pour les deux lames quart d'onde, nous observons l'oscillation de l'ellipticité en fonction de la longueur d'onde (Figure V.12) puisque les biréfringences des deux cristaux constituant les lames de phase varient elles aussi en fonction de celle-ci.

Il suffit alors d'incorporer dans l'équation (V.27) les ellipticités et les retards présentées sur les figures V.11 et V.12. De là, nous recalculons la matrice de Mueller à partir de l'équation (V.10) puisque la matrice de calcul $[B_{pk}]$ tient compte désormais des vrais valeurs du retard et de l'ellipticité des deux lames.

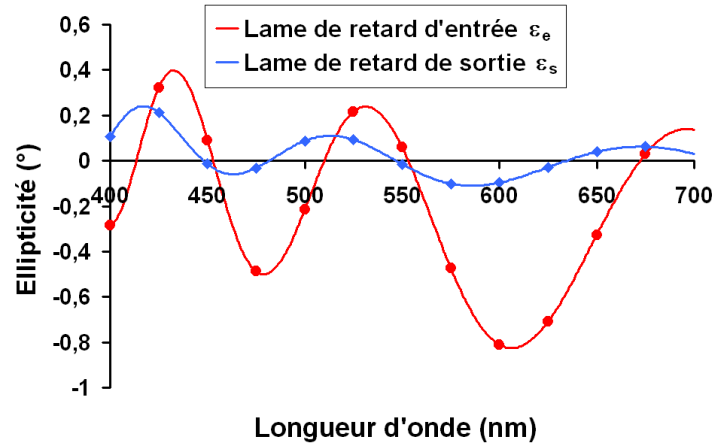


Figure V.12 : Ellipticité des modes de vibration propre des lames calculée en réalisant un ajustement sur la position des axes neutres en fonction de la longueur d'onde.

IV.2.4 Conclusion

Une fois que ces étapes sont réalisées pour chaque longueur d'onde, le spectro-polarimètre est étalonné et peut être utilisé dans le cadre de notre étude sur le comportement polarimétrique de la peau en rétrodiffusion. Mais auparavant nous illustrons l'étalonnage à vide à une longueur d'onde afin de montrer l'intérêt de la correction des erreurs systématiques.

IV.3 Présentation de l'étalonnage à vide pour une longueur d'onde

Nous présentons ici les résultats de l'étalonnage à vide pour une longueur d'onde du spectre du visible, à savoir 500 nm. Initialement, nous supposons que :

- Les éléments optiques sont minutieusement alignés.
- Les polariseurs sont croisés.
- Les axes neutres des lames de phase compensées sont alignés avec le polariseur d'entrée.
- Les intensités de la voie signal sont corrigées par une voie référence.

IV.3.1 Intensités et écarts-type statistiques associés

Nous pouvons donc mesurer les 64 intensités correspondant aux 64 combinaisons angulaires précédemment introduites à l'aide d'un programme réalisé sous Labview™. Nous les représentons, non normalisées par rapport à M_{00} , sur la figure V.13.a.

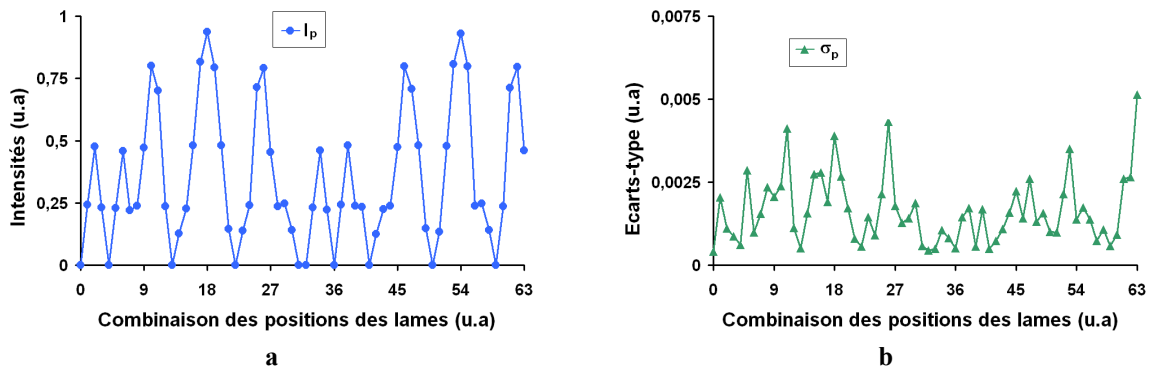


Figure V.13 : Courbe à vide pour les 64 combinaisons de θ et θ'
a : des intensités (I_p) non normalisées, b : des écarts-type statistiques (σ_p) non normalisés.

Puisque chaque intensité I_p est calculée sur une population de 30 acquisitions (1 acquisition étant réalisée tous les dixièmes de seconde pendant 3 secondes (le tir du laser est cadencé à 10 Hz), il est également possible de déterminer l'écart-type statistique σ_p associé à chacune des 64 intensités (**Figure V.13.b**).

Ensuite, un programme de traitement, lui aussi réalisée sous Labview™, permet de calculer la matrice de Mueller $[M]$ (V.10) du milieu étudié ainsi que les matrices d'écart-type statistiques $[S_S]$ (V.16) et totaux $[S_T]$ (V.23). Ce programme permet aussi de corriger les erreurs systématiques du dispositif expérimental en tenant compte des vrais retard et ellipticité des lames d'entrée et de sortie pour chacune des longueurs d'onde du visible.

Nous pouvons juger de la qualité de l'étalonnage du dispositif expérimental, à une longueur d'onde donnée, en déterminant les normes de Frobenius $\|S_S\|_F$, $\|S_T\|_F$ et $\|\Delta M\|_F$ (IV.5) :

- Si $\|\Delta M\|_F \leq \|S_T\|_F$ et $\|S_T\|_F \approx \|S_S\|_F$, le dispositif expérimental est étalonné, les erreurs systématiques ont été correctement prises en compte.
- Si $\|\Delta M\|_F \leq \|S_T\|_F$ et $\|S_T\|_F > \|S_S\|_F$, le dispositif expérimental peut être considéré comme étalonné mais il reste encore des erreurs systématiques à corriger.
- Si $\|\Delta M\|_F > \|S_T\|_F$ et $\|S_T\|_F \gg \|S_S\|_F$, le dispositif expérimental n'est pas bien étalonné.

IV.3.2 Matrice expérimentale à vide

En normalisant la courbe des intensités de la **figure V.13.a**, en utilisant l'équation (V.10) et en supposant que les lames quart d'ondes sont parfaites (V.5), nous pouvons remonter aux matrices expérimentales $[M]$, $[S_S]$, $[S_T]$ (**Tableau V.5**). Il est alors possible de déterminer l'indice de dépolarisation P_d et de juger de la qualité de l'étalonnage en comparant les normes de Frobenius $\|S_S\|_F$, $\|S_T\|_F$ et $\|\Delta M\|_F$ (**Tableau V.5**).

Puisque $\|\Delta M\|_F > \|S_T\|_F > \|S_S\|_F$, le système n'est pas correctement étalonné, il faut donc tenir compte des vrais paramètres des lames quart d'onde d'entrée et de sortie.

Matrice des écarts-type statistiques $[S_S]$	Matrice des écarts-type totaux $[S_T]$	
$\begin{bmatrix} 0,0012 & 0,0015 & 0,0018 & 0,0010 \\ 0,0018 & 0,0022 & 0,0029 & 0,0015 \\ 0,0017 & 0,0024 & 0,0022 & 0,0013 \\ 0,0011 & 0,0014 & 0,0013 & 0,0009 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,0032 & 0,0085 & 0,0068 & 0,0027 \\ 0,0042 & 0,0110 & 0,0090 & 0,0036 \\ 0,0048 & 0,0113 & 0,0097 & 0,0040 \\ 0,0026 & 0,0067 & 0,0054 & 0,0022 \end{bmatrix}$	
Matrice de Mueller expérimentale $[M]$	Indice de dépolarisation	Normes de Frobenius
$\begin{bmatrix} 1 & 0,0025 & 0,0099 & 0,0003 \\ -0,0284 & 1,0357 & -0,0077 & -0,0007 \\ -0,0169 & 0,0092 & 1,0327 & -0,0050 \\ 0,0015 & -0,0038 & -0,0005 & 1,0054 \end{bmatrix}$	$P_d = 1,025 \pm 0,006$	$\ S_S\ _F = 0,007$ $\ S_T\ _F = 0,027$ $\ \Delta M\ _F = 0,043$

Tableau V.5 : Résultats à vide en supposant que les lames quart d'onde sont parfaites.

En effet, nous observons que l'indice de dépolarisation et les éléments diagonaux de la matrice de Mueller expérimentale sont bien supérieurs à un. La matrice de Mueller n'est pas physique puisque les incertitudes systématiques ne sont pas corrigées.

Il est également possible de comparer, pour chacune des 64 intensités, les courbes non normalisées des 64 écarts-type statistiques σ_p et des 64 ΔI dont les valeurs absolues seront ici assimilées aux écarts-type totaux (Figure V.14). Puisque les $|\Delta I_p|$, dans ce cas, sont globalement 4 fois supérieurs aux σ_p , cela confirme que des erreurs systématiques sont non corrigées.

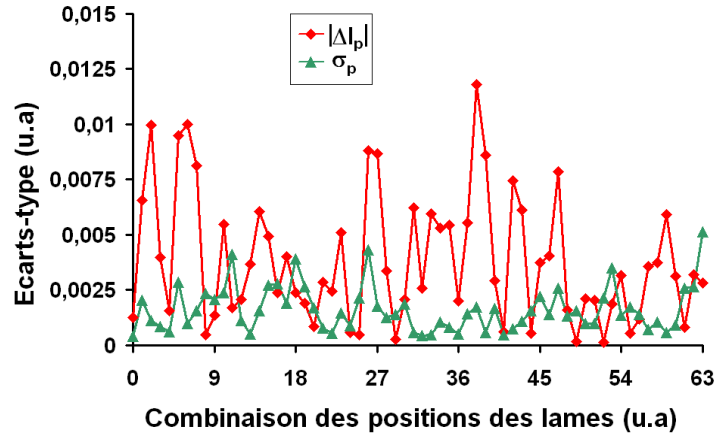


Figure V.14 : Courbes à vide pour les 64 combinaisons de θ et θ' , des écarts-type non normalisés
a : statistiques (σ_p), b : totaux ($|\Delta I_p|$).

Dans le cas des milieux fortement diffusant comme la peau, la prise en compte des vrais paramètres de lame est nécessaire si nous voulons faire des études quantitatives sur la dépolarisation engendrée par un tel milieu.

IV.3.3 Matrice expérimentale après correction de l'estimation des vrais retards et ellipticités des lames

Pour réaliser le meilleur étalonnage possible, l'idéal serait d'utiliser le test du "khi-deux". Ce terme désigne une fonction de mérite connue [5.27], qui, dans le cadre de notre étude pourra se mettre sous la forme suivante :

$$\chi^2 = \sum_{p=0}^{63} \left[\frac{I_p^{\text{mes}} - \sum_{k=0}^{15} B_{pk} M_k}{\sigma_p} \right]^2 = \sum_{p=0}^{63} \left[\frac{I_p^{\text{mes}} - I_p^{\text{calc}}}{\sigma_p} \right]^2 = \sum_{p=0}^{63} \left[\frac{\Delta I_p}{\sigma_p} \right]^2 \quad (\text{V.28})$$

Le test du "khi-deux" consiste donc à minimiser la fonction χ^2 (V.28) par rapport à la matrice de calcul $[B_{pk}]$ en recherchant les paramètres des lames quart d'onde d'entrée et de sortie (δ_e , ε_e , δ_s et ε_s) avec un poids statistique $1/\sigma_p$ attribué à chaque intensité.

Mais cette méthode n'étant pas facile à réaliser sous Labview™ nous avons choisi d'utiliser les estimations du retard et de l'ellipticité des deux lames données par les figures V.11 et V.12 dont les valeurs sont présentées dans le tableau ci-dessous :

	δ_e	δ_s	ε_e	ε_s
Cas idéal	90°	90°	0°	0°
Cas réel	92,017°	90,169°	-0,216°	0,087°

Tableau V.6 : Caractéristiques des lames quart d’onde d’entrée et de sortie à 500 nm suivant le cas idéal et le cas réel.

Nous verrons que cette procédure est suffisante dans le cadre de notre étude. A cette longueur d’onde, le retard de la lame d’entrée est loin d’être négligeable (92°) tandis que les ellipticités sont très faibles. Nous verrons cependant qu’il est nécessaire de tenir compte des vraies valeurs de ces dernières puisqu’elles influent sur la matrice des écarts-type totaux.

En normalisant la courbe des intensités de la **figure V.13.a**, et en utilisant l’équation (V.10), nous pouvons remonter aux matrices expérimentales $[M]$, $[S_S]$, $[S_T]$ après correction des vrais paramètres des lames (**Tableau V.6**) où nous observons que $[S_S]$ est quasiment identique à celle obtenue avant étalonnage. La matrice de calcul $[B_{pk}]$ est légèrement différente de celle où les lames sont supposées parfaites puisque les matrices de Mueller des lames quart d’onde d’entrée et de sortie sont alors décrites par (V.26) et tiennent compte de l’estimation des vraies valeurs de retard et d’ellipticité.

Matrice des écarts-type statistiques $[S_S]$	Matrice des écarts-type totaux $[S_T]$	
$\begin{bmatrix} 0,0011 & 0,0015 & 0,0017 & 0,0010 \\ 0,0017 & 0,0021 & 0,0028 & 0,0015 \\ 0,0016 & 0,0023 & 0,0021 & 0,0013 \\ 0,0010 & 0,0013 & 0,0013 & 0,0009 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,0023 & 0,0055 & 0,0040 & 0,0019 \\ 0,0033 & 0,0075 & 0,0056 & 0,0027 \\ 0,0036 & 0,0075 & 0,0067 & 0,0031 \\ 0,0019 & 0,0044 & 0,0034 & 0,0016 \end{bmatrix}$	
Matrice de Mueller expérimentale $[M]$	Indice de dépolarisation	Normes de Frobenius
$\begin{bmatrix} 1 & -0,0006 & 0,0072 & 0,0003 \\ 0,0068 & 0,9975 & -0,0074 & -0,0007 \\ -0,0091 & 0,0088 & 0,9946 & -0,0050 \\ 0,0014 & -0,0037 & -0,0005 & 1,0061 \end{bmatrix}$	$P_d = 0,999 \pm 0,004$	$\ S_S\ _F = 0,007$ $\ S_T\ _F = 0,018$ $\ \Delta M\ _F = 0,016$

Tableau V.7 : Résultats à vide en tenant compte des vrais paramètres des lames.

La correction des retards de lame affecte principalement les éléments diagonaux ainsi que M_{01} et M_{10} de la matrice $[M]$ expérimentale tandis que celle des ellipticités associées aux lames d’entrée et de sortie se répercute sur les éléments M_{02} et M_{20} . C’est pourquoi, la prise en compte des retards influe sur l’indice de dépolarisation et celle des ellipticités diminue la matrice des écarts-type $[S_T]$ (**Tableau V.6**, **Tableau V.7**). Les éléments M_{01} , M_{10} , M_{02} et M_{20} ne sont pas nuls car il ne faut surtout pas oublier que les intensités expérimentales sont bruitées. C’est aussi pour cette raison que M_{33} est supérieure à 1.

Comme $\|\Delta M\|_F < \|S_T\|_F$, nous considérons que le dispositif expérimental est correctement étalonné. Cependant, il reste des erreurs systématiques à corriger puisque $\|\Delta M\|_F > \|S_S\|_F$.

En effet, en comparant les 64 $|\Delta I_p|$ avant et après correction avec les σ_p , nous observons que les écarts-type totaux après correction se sont rapprochés des écarts-type statistiques mais ils leur restent globalement supérieur (**Figure V.15**). Notre étalonnage n’est pas optimal puisque nous

étalonnons les matrices avec les ellipticités calculées et non expérimentales. Seul le test du "khi-deux" (V.28) permettrait d'avoir $\|S_T\|_F \approx \|S_S\|_F$.

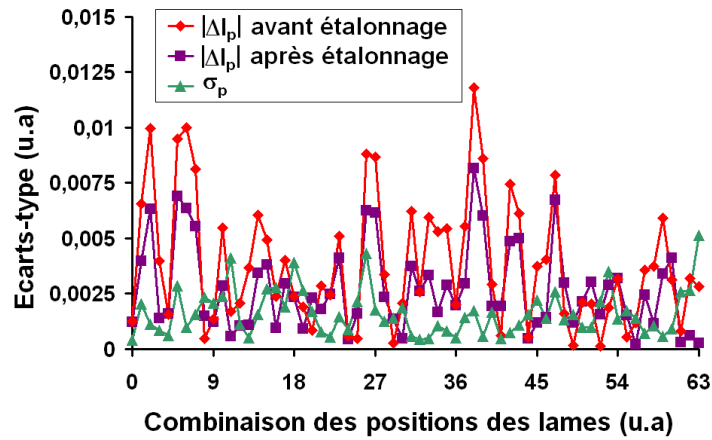


Figure V.15 : Courbes à vide pour les 64 combinaisons de θ et θ' avant et après correction des paramètres des lames de phase.

La matrice du vide expérimentale ainsi obtenue à 500 nm est satisfaisante puisque nous retrouvons la matrice identité à 10^{-1} près (Tableau V.7). De plus, son indice de dépolarisation est égal à 1 au bruit de mesure près. Nous décidons alors d'arrêter notre étalonnage. Nous ne corrigeons pas le dichroïsme de ces lames car ceux-ci sont trop faibles et il ne serait pas possible de minimiser la matrice d'écarts-typiques totaux de cette manière.

Il faut toutefois préciser que les quatre éléments centraux de la matrice de Mueller [M] (M_{11} , M_{12} , M_{21} et M_{22}) sont les plus bruités puisqu'il s'agit des éléments les moins surdéterminés par la méthodologie (V.11). Ceci aura pour conséquence d'introduire un retard sur le milieu que nous étudions. A 500 nm, nous pouvons retrouver le déphasage introduit par un milieu avec une précision de $0,5^\circ$ puisqu'à cette longueur d'onde la décomposition de LU et CHIPMAN (IV.31) directement appliquée à la matrice de Mueller étalonnée du vide donne un retard $R=0,49^\circ$ (III.29).

Puisque le polarimètre est désormais étalonné, il est possible de mener des études quantitatives en dépolarisation sur la peau.

V Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre le dispositif expérimental que nous utiliserons pour les études polarimétriques de la peau. Il s'agit d'un spectro-polarimètre achromatique dans le visible capable aussi bien de travailler en transmission qu'en réflexion.

Dans le but de tester la précision de notre montage expérimental, le système a été aligné et étalonné à plusieurs longueurs d'ondes (Tableau V.8). Le choix de ces dernières (450, 550 et 675 nm) n'est pas anodin puisqu'il nous permet de balayer tout le spectre du visible.

A chaque matrice de Mueller [M] est associée la matrice des écarts-typiques totaux [S_T] qui prend en compte toutes les erreurs systématiques et aléatoires rencontrées durant la mesure. Notre dispositif est étalonné avec une précision inférieure au centième sur tous les éléments M_{ij} pour la matrice de Mueller normalisée (Tableau V.8).

Le dispositif expérimental ayant été étalonné et adapté à l'étude d'échantillons de peau, nous présentons les résultats expérimentaux dans le chapitre suivant.

$\lambda=450 \text{ nm}$							
Matrice de Mueller				Matrice des écarts-type totaux			
$\begin{bmatrix} 1 & 0,0035 & -0,0039 & 0,0034 \\ -0,0087 & 1,0166 & 0,0099 & 0,0022 \\ -0,0075 & -0,0112 & 1,0151 & 0,0011 \\ 0,0041 & -0,0068 & 0,0033 & 1,0029 \end{bmatrix}$				$\begin{bmatrix} 0,0025 & 0,0046 & 0,0047 & 0,0021 \\ 0,0036 & 0,0064 & 0,0065 & 0,0030 \\ 0,0045 & 0,0072 & 0,0073 & 0,0037 \\ 0,0021 & 0,0036 & 0,0037 & 0,0017 \end{bmatrix}$			
$P_d = 1,012 \pm 0,004$							
$\lambda=550 \text{ nm}$							
Matrice de Mueller				Matrice des écarts-type totaux			
$\begin{bmatrix} 1 & -0,0070 & -0,0093 & -0,0010 \\ 0,0044 & 0,9917 & 0,0079 & 0,0012 \\ -0,0004 & -0,0027 & 0,9913 & 0,0069 \\ 0,0009 & -0,0013 & -0,0040 & 1,0023 \end{bmatrix}$				$\begin{bmatrix} 0,0034 & 0,0059 & 0,0047 & 0,0027 \\ 0,0053 & 0,0086 & 0,0068 & 0,0041 \\ 0,0060 & 0,0095 & 0,0077 & 0,0047 \\ 0,0028 & 0,0048 & 0,0038 & 0,0022 \end{bmatrix}$			
$P_d = 0,995 \pm 0,005$							
$\lambda=675 \text{ nm}$							
Matrice de Mueller				Matrice des écarts-type totaux			
$\begin{bmatrix} 1 & -0,0110 & 0,0011 & 0,0211 \\ 0,0019 & 0,9903 & 0,0008 & 0,0046 \\ -0,0029 & 0,0128 & 1,0025 & -0,0059 \\ 0,0220 & -0,0175 & -0,0077 & 0,9973 \end{bmatrix}$				$\begin{bmatrix} 0,0058 & 0,0083 & 0,0093 & 0,0041 \\ 0,0088 & 0,0122 & 0,0129 & 0,0061 \\ 0,0091 & 0,0118 & 0,0145 & 0,0065 \\ 0,0040 & 0,0054 & 0,0065 & 0,0028 \end{bmatrix}$			
$P_d = 0,997 \pm 0,009$							

Tableau V.8 : Matrices de Mueller et matrices des écarts-type associées étalonnées à vide à différentes longueurs d'onde.

Chapitre 6

Application de la polarimétrie au diagnostic du syndrome cutané d'irradiation aiguë

I	INTRODUCTION	147
II	MISE EN EVIDENCE DES AGENTS DE CONTRASTE	147
II.1	MATRICES DE MUELLER DE LA PEAU (IRRADIEE OU NON)	148
II.2	CLASSIFICATION	149
II.3	INTERPRETATION	150
II.3.1	UN PREMIER AGENT DE CONTRASTE : L'INDICE DE DEPOLARISATION	151
II.3.2	RETARDANCE ET DIATTENUATION	151
II.3.3	LA PEAU : MILIEU DEPOLARISANT FAIBLEMENT ANISOTROPE	155
II.3.3.1	Visualisation de l'anisotropie de dépolarisation	155
II.3.3.2	Quantification de l'anisotropie : Degré de dépolarisation anisotrope	156
II.3.4	CONCLUSION	157
II.4	CLASSIFICATION ET INTERPRETATION DES MILIEUX DEPOLARISANTS FAIBLEMENT ANISOTROPES	157
II.4.1	ENTROPIE	158
II.4.1.1	Principe	158
II.4.1.2	Application à des échantillons de peau de cochon irradiée	159
II.4.1.3	Conclusion	160
II.4.2	TAUX DE MEMOIRE DE POLARISATION	161
II.4.2.1	Degrés de polarisation moyens linéaire et circulaire	161
II.4.2.2	Application à la peau : définition du taux de mémoire	162
II.4.2.3	Choix du taux de mémoire comme deuxième agent de contraste	163
II.5	CONCLUSION	164
III	ETUDES ANGULAIRES ET SPECTRALES	165
III.1	PREMIERE ETUDE : SPECTRALE	165
III.1.1	INDICE DE DEPOLARISATION	165
III.1.2	TAUX DE MEMOIRE	166
III.2	ETUDE ANGULAIRE	167
III.2.1	DEUXIEME ETUDE : 90 JOURS APRES IRRADIATION	168
III.2.1.1	Taux de mémoire en fonction de l'indice de dépolarisation	168
III.2.2	TROISIEME ETUDE : 30 JOURS APRES IRRADIATION	168
III.2.2.1	Indice de dépolarisation en fonction du taux d'irradiation	169
III.2.2.2	Taux de mémoire en fonction de l'indice de dépolarisation	169
IV	CONCLUSION	170

I Introduction

Ce chapitre présente les résultats expérimentaux obtenus dans le cadre de l'étude de faisabilité sur l'utilisation de la polarimétrie comme agent de contraste du syndrome cutané d'irradiation aiguë. Le dispositif expérimental choisi est celui présenté au chapitre précédent car il permet de réaliser des études spectrales et angulaires dans le domaine du visible. Il est placé en configuration de réflexion puisque la peau est un tissu fortement diffusant.

Les études ont été menées sur des échantillons *ex vivo* prélevés sur des zones de peau irradiées et saines (modèle utilisé : le porc dont les caractéristiques cutanées sont les plus proches de celles de l'homme). Les expositions radiologiques des porcs et les biopsies ont été réalisées au Centre de Recherches du Service de Santé des Armées (CRSSA, Grenoble) par les vétérinaires Diane Agay et Yves Chancerelle. Il faut noter que les doses d'irradiation sont relativement faibles pour des expositions localisées puisque l'objectif est de détecter le plus précocement possible un effet éventuel dû à une exposition radiologique. En effet, la plus forte dose, pour nos études, est de 20 Gy et à l'œil il n'est pas possible de voir l'effet d'une telle irradiation, seule une dépilation apparaît.

Les différents porcs utilisés au cours des études (**Tableau VI.1**) ont été soumis aux radiations du cobalt (rayonnements γ) et les biopsies ainsi réalisées font 8 mm de diamètre (cette petite taille devant permettre de faire moins souffrir l'individu irradié) et sont conservées au maximum durant 4 jours dans un milieu antibiotique (PBS) avant étude polarimétrique.

	Race	Nombre de porcs	Doses d'irradiation (Gy)	Délai après exposition
Première étude	Charcutier	1	0, 10, 15, 20	69 jours
Deuxième étude	Pitmann Moore	1	0, 10, 15	90 jours
Troisième étude	Göttingen	2	0, 20 pour l'un 10, 15 pour l'autre	30 jours

Tableau VI.1 : Caractéristiques des études polarimétriques sur les différents porcs utilisés.

Afin de faire apparaître d'éventuelles modifications cutanées et sous-cutanées, et donc invisibles à l'œil, dues à l'irradiation, nous commencerons par mettre en évidence les différents agents de contraste utilisés à l'aide de l'algorithme présenté au chapitre 4. Nous verrons qu'il est nécessaire de définir un nouveau paramètre sensible à la nature de la dépolarisation. Une fois tous les paramètres polarimétriques choisis, nous étudierons leurs variations en fonction de la longueur d'onde d'exploration et de l'angle du bras de sortie du polarimètre.

II Mise en évidence des agents de contraste

Afin de donner la possibilité aux médecins de discriminer une zone de peau saine d'une zone de peau irradiée, nous devons trouver le maximum d'agents de contraste polarimétrique qui apportent des informations sur les transformations engendrées par l'irradiation.

Nous présentons donc dans ce paragraphe la démarche qui nous a permis notamment de choisir l'indice de dépolarisation P_d comme premier paramètre discriminant entre zones de peau irradiées et saines [6.1].

II.1 Matrices de Mueller de la peau (irradiée ou non)

Afin de mettre en évidence ces différents agents de contraste, nous choisissons de placer notre dispositif expérimental (Figure VI.1), présenté au chapitre 5 (Figure V.3), en configuration de réflexion. En effet, puisque la peau est un milieu fortement diffusant (et donc dépolarisant) et ceci quelle que soit la longueur d'onde de la source laser, il nous est impossible d'utiliser le montage en transmission. Dans cette configuration, la dépolarisation engendrée par la peau peut être aussi bien surfacique que volumique.

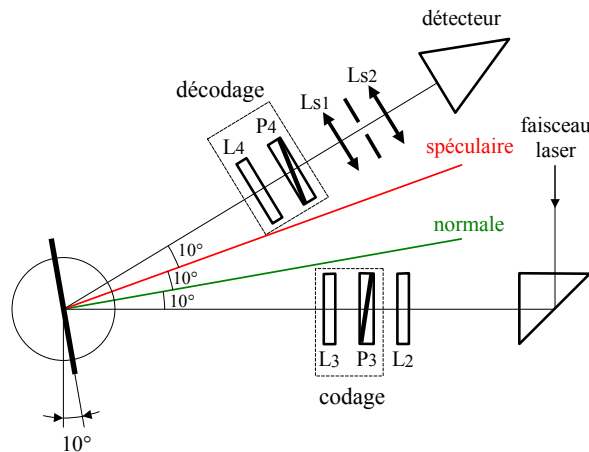


Figure VI.1 : Montage en configuration expérimentale.

Puisque l'objectif est de détecter les altérations cutanées et sous-cutanées dues à une irradiation, il faut placer notre dispositif expérimental hors réflexion spéculaire afin de récupérer sur le détecteur le maximum de photons qui se sont propagés en profondeur dans la peau. Nous choisissons un angle de détection décalé de dix degrés par rapport à la réflexion spéculaire puisque le cône de rétro réflexion de la peau est d'environ dix degrés [6.2].

De plus, la longueur d'onde de la source laser est ajustée de manière à se trouver dans la fenêtre thérapeutique (500 – 1300 nm) où il y a le maximum de photons rétrodiffusés. Dans un premier temps, nous avons choisi une longueur d'onde à 550 nm car celle-ci offre également une meilleure stabilité de la source.

La première étude, *ex vivo*, a concerné les échantillons de peau d'un porc charcutier 69 jours après irradiation à 10, 15, et 20 Gy ainsi qu'une zone témoin non irradiée (Tableau VI.1). Nous rappelons qu'il n'y a aucun signe clinique qui permet de les distinguer les uns des autres. Pour chacun d'entre eux, plusieurs matrices de Mueller ont été mesurées.

Le tableau VI.2 présente les matrices de Mueller expérimentales $[M]$ associées à chaque milieu. M_0 , M_{10} , M_{15} et M_{20} sont respectivement les échantillons sains, irradiés à 10, 15 et 20 Gy. Les matrices des écarts-type totaux sont également évaluées pour chaque échantillon et nous remarquons que leurs valeurs sont plus élevées que celles obtenues lors de l'étalonnage à vide à cette longueur d'onde (Tableau V.8). En effet, il ne faut pas oublier que nous travaillons sur des milieux biologiques et donc évolutifs (mouvement de l'eau dans la peau, ...).

[6.1] F. BOULVERT, B. BOULBRY, G. LE BRUN, B. LE JEUNE, S. RIVET, J. CARIOU, "Analysis of the depolarizing properties of irradiated skin", J. Opt. A : Pure Appl. Opt, vol. 7, n° 1, 21-27 (2005).

[6.2] M. ASSOUL, M. ZAHIDI, P. CORCUFF, J. MIGNOT, "Three-dimensional measurements of skin surface topography by triangulation with a new profilometer", J. Med. Eng. Technol., vol. 18, 11-21 (1994).

Milieu	Nature de l'échantillon	Matrice de Mueller [M]	Matrice des écarts-type [S]
M_0	Peau saine	$\begin{bmatrix} 1 & 0,0447 & -0,0365 & -0,0039 \\ 0,0446 & 0,2682 & -0,0328 & 0,0081 \\ -0,0206 & 0,0337 & -0,2891 & 0,0047 \\ 0,0068 & -0,0062 & -0,0256 & -0,2055 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,0057 & 0,0101 & 0,0120 & 0,0052 \\ 0,0090 & 0,0172 & 0,0183 & 0,0081 \\ 0,0123 & 0,0270 & 0,0122 & 0,0084 \\ 0,0052 & 0,0103 & 0,0086 & 0,0042 \end{bmatrix}$
M_{10}	Peau irradiée à 10 Gy	$\begin{bmatrix} 1 & 0,0607 & -0,0060 & 0,0005 \\ 0,0418 & 0,2775 & -0,0230 & 0,0000 \\ -0,0015 & 0,0039 & -0,2756 & 0,0329 \\ -0,0017 & -0,0120 & -0,0199 & -0,2013 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,0061 & 0,0151 & 0,0138 & 0,0056 \\ 0,0099 & 0,0202 & 0,0245 & 0,0098 \\ 0,0082 & 0,0191 & 0,0175 & 0,0073 \\ 0,0046 & 0,0114 & 0,0101 & 0,0041 \end{bmatrix}$
M_{15}	Peau irradiée à 15 Gy	$\begin{bmatrix} 1 & 0,0701 & -0,0167 & -0,0140 \\ 0,0528 & 0,4005 & 0,0071 & -0,0132 \\ -0,0014 & 0,0004 & -0,4026 & -0,0014 \\ -0,0033 & -0,0120 & -0,0184 & -0,3208 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,0050 & 0,0084 & 0,0137 & 0,0054 \\ 0,0106 & 0,0167 & 0,0198 & 0,0094 \\ 0,0101 & 0,0170 & 0,0225 & 0,0096 \\ 0,0042 & 0,0072 & 0,0111 & 0,0044 \end{bmatrix}$
M_{20}	Peau irradiée à 20 Gy	$\begin{bmatrix} 1 & 0,0799 & -0,0185 & -0,0015 \\ 0,0762 & 0,4829 & -0,0267 & -0,0190 \\ 0,0114 & -0,0271 & -0,4469 & 0,0245 \\ -0,0103 & 0,0119 & -0,0276 & -0,4038 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,0050 & 0,0117 & 0,0077 & 0,0039 \\ 0,0081 & 0,0162 & 0,0119 & 0,0063 \\ 0,0116 & 0,0215 & 0,0184 & 0,0094 \\ 0,0047 & 0,0100 & 0,0075 & 0,0037 \end{bmatrix}$

Tableau VI.2 : Matrices de Mueller des quatres échantillons.

II.2 Classification

Nous appliquons maintenant l'algorithme de décomposition présenté au chapitre 4 sur chacune des matrices de Mueller expérimentales. Dans un premier temps nous évaluons (Tableau VI.3) :

- Le spectre des valeurs propres ($\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$) de la matrice [N] (IV.1).
- Les normes de Frobenius $\|S\|_F$ et $\|\Delta M\|_F$ (IV.8).
- L'indice de dépolarisation P_d (II.35).

	P_d	λ_0	λ_1	λ_2	λ_3	$\ \Delta M\ _F$	$\ S\ _F$
M_0	0,262	0,886	0,433	0,373	0,308	0,649	0,049
M_{10}	0,259	0,884	0,410	0,384	0,322	0,647	0,053
M_{15}	0,380	1,068	0,348	0,329	0,255	0,543	0,049
M_{20}	0,452	1,176	0,313	0,279	0,232	0,479	0,044

Tableau VI.3 : Caractéristiques polarimétriques des quatre Matrices de Mueller.

A la lecture de ces différents paramètres, nous obtenons, pour les quatre échantillons :

- $\|\Delta M\|_F \gg \|S\|_F$.
- $\lambda_0 \ll 2 M_{00}$.
- $\lambda_i \neq 0$ pour $i=1,2,3$.
- $P_d \ll 1$.

Quel que soit l'échantillon, celui-ci est donc dépolarisant, sa matrice de Mueller expérimentale ne peut pas être estimée par une matrice de Mueller-Jones. Tous les échantillons présentent une forte dépolarisation (P_d bien inférieur à 1). Ce résultat est tout à fait attendu étant donné que la peau est un milieu fortement diffusant. De plus, les trois valeurs propres λ_i pour $i=1,2,3$ et les éléments diagonaux M_{11} , M_{22} et M_{33} de chaque matrice de Mueller expérimentale sont légèrement différents. C'est pourquoi cette dépolarisation présente un caractère faiblement anisotrope.

Nous choisissons d'appliquer la décomposition proposée par Lu et Chipman selon les deux ordres présentés dans le chapitre 4 - $[M]=[M_\Delta][M_R][M_D]$ (IV.31) et $[M]=[M'_D][M'_R][M'_\Delta]$ (IV.54) - dont le résultat permet de définir les critères de discrimination présentés ci-dessous (Tableau VI.4).

	$\ \Delta M_{\Delta R}\ _F$	$\ \Delta M_{\Delta D}\ _F$	$\ \Delta M_{\Delta}\ _F$	$\ \Delta M'_{\Delta}\ _F$	$\ \Delta M'_{D\Delta}\ _F$	$\ \Delta M'_{R\Delta}\ _F$
M_0	0,061	0,716	0,718	0,742	0,763	0,199
M_{10}	0,063	0,687	0,690	0,719	0,687	0,229
M_{15}	0,079	1,031	1,035	1,045	1,039	0,200
M_{20}	0,091	1,208	1,213	1,221	1,209	0,190

Tableau VI.4 : Propriétés des quatre Matrices de Mueller.

Nous en déduisons que les échantillons de peau M_0 , M_{10} , M_{15} , M_{20} présentent également de la biréfringence et du dichroïsme. En effet, quel que soit le milieu :

- $\|\Delta M_{\Delta R}\|_F > \|S\|_F$.
- $\|\Delta M_{\Delta}\|_F > \|S\|_F$.
- $\|\Delta M_{\Delta D}\|_F > \|S\|_F$.

De plus, nous observons que :

- $\|\Delta M'_{R\Delta}\|_F > \|\Delta M_{\Delta R}\|_F$.
- $\|\Delta M'_{\Delta}\|_F > \|\Delta M_{\Delta}\|_F$.
- $\|\Delta M'_{D\Delta}\|_F \geq \|\Delta M_{\Delta D}\|_F$.

Puisque les normes issues de la décomposition (IV.54) sont supérieures à celles de (IV.31), nous choisissons d'appliquer la décomposition $[M]=[M_\Delta][M_R][M_D]$ (IV.31) afin de remonter aux propriétés de biréfringence et de dichroïsme de chaque échantillon.

II.3 Interprétation

Tous les échantillons de peau (irradiés ou non) présentent le même comportement qualitatif polarimétrique (forte dépolarisation au caractère faiblement anisotrope, biréfringence, dichroïsme). Cependant, celui-ci est différent d'un point de vue quantitatif. C'est pourquoi, afin de discriminer les échantillons irradiés, nous choisissons d'utiliser, l'indice de dépolarisation comme premier agent de contraste.

II.3.1 Un premier agent de contraste : l'indice de dépolarisation

La figure VI.2 décrit l'évolution expérimentale de l'indice de dépolarisation P_d en fonction du taux d'irradiation. Cette courbe montre qu'il n'y a pas de différence notable entre l'échantillon sain et celui irradié à 10 Gy. Par contre, nous sommes capables de les distinguer des échantillons irradiés à 15 et 20 Gy. En effet, à partir de 10 Gy, plus la dose est forte, moins la peau dépolarise la lumière qui lui est incidente. Nous en déduisons donc que 69 jours après irradiation, l'indice de dépolarisation permet de différencier un échantillon de peau saine d'un échantillon irradié au cobalt et ceci à partir d'un certain seuil (ici 10 Gy). Cette évolution de la dépolarisation indiquerait une modification structurale de la peau pour une dose supérieure à 10 Gy.

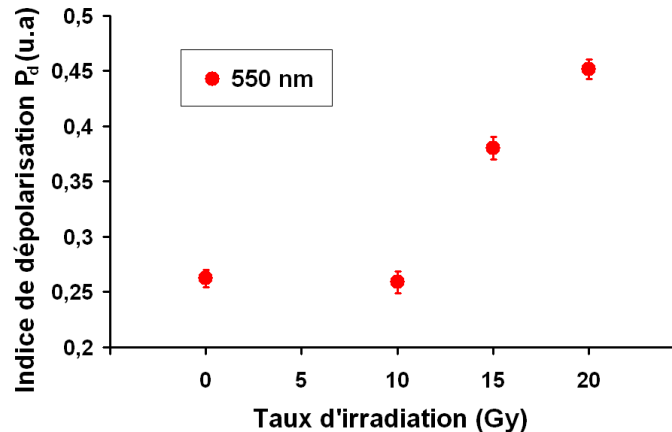


Figure VI.2 : Indice de dépolarisation en fonction du taux d'irradiation (en Gy), les barres d'erreurs correspondant à $\pm \sigma_{P_d}$.

Récemment, une étude anatomo-pathologique, menée par l'IRSN (Institut de Radioprotection et de Sûreté Nucléaire) sur des biopsies de zones de peau irradiées (jusqu'à 20 Gy), a montré une évolution de la structure histologique des zones irradiées dès 1 mois après irradiation [6.3]. Ces premiers résultats ont montré :

- Un épaissement de l'épiderme (+42% 1 mois après irradiation à 20 Gy).
- Une diminution de l'épaisseur du derme (-38% 1 mois après irradiation à 20 Gy).
- La présence de dépôt de collagène dans les tissus irradiés caractérisant un remodelage de la matrice extracellulaire. Cette augmentation de collagène (+91% 1 mois après irradiation à 15 Gy) persiste 3 mois après irradiation (+33%).

L'utilisation de l'indice de dépolarisation comme agent de contraste semble donc particulièrement intéressante pour de faibles doses d'irradiation puisque, comme nous l'avons souligné au chapitre 1 (Figure I.2), il n'y a pas de changements cutanés observables après une exposition aiguë et localisée pour une dose inférieure à 32 Gy.

II.3.2 Retardance et diatténuation

Selon les critères de classification présentés dans l'algorithme du chapitre 4, la peau (irradiée ou non) est un milieu qui présente, en plus d'une forte dépolarisation, du dichroïsme et de la biréfringence. C'est pourquoi, il peut être intéressant de voir si la diatténuation et la retardance peuvent être, eux aussi, des paramètres discriminants dans le cadre de notre étude.

[6.3] IRSN, "Rapport annuel d'avancement n° 1. Etude phénoménologique comparative de la brûlure thermique et du syndrome cutané d'irradiation aiguë", Contrat de recherche DGA n° 03 34050, (2006).

Pour chaque échantillon, les effets de dichroïsme et de biréfringence peuvent être directement observés sur les éléments de la matrice de Mueller expérimentale (**Tableau VI.2**) obtenue en configuration de réflexion et hors spéculaire.

Quel que soit l'échantillon (**Tableau VI.2**), les éléments M_{01} et M_{10} indiquent la présence de diatténuation linéaire qui, selon toute vraisemblance, résulte de la réflexion de surface de la peau. A chaque réflexion, la polarisation du photon est modifiée en fonction de l'angle d'incidence et de l'indice de réfraction de la surface de la peau (relations de Fresnel). C'est pourquoi, les valeurs de M_{01} et M_{10} seraient théoriquement nulles si le détecteur du bras de sortie avait été placé suivant la position spéculaire.

Quel que soit l'échantillon (**Tableau VI.2**), M_{00} et M_{11} sont toujours positifs et M_{22} et M_{33} sont toujours négatifs. Ce qui est attendu étant donné que le montage est placé en configuration de réflexion. Ce retournement peut être dû conjointement à la réflexion de surface et à la rétrodiffusion et doit théoriquement se traduire par un retard de 180° si le milieu ne présente pas intrinsèquement de biréfringence.

Puisque le derme de la peau est constitué de réseaux de fibres de collagènes dont la structure et l'agencement dans l'espace induisent de la biréfringence linéaire **[6.4]**, nous pourrions nous attendre à ce que la peau présente de la biréfringence. De plus celle-ci devrait évoluer avec la dose d'irradiation car un dépôt de collagène est observé dans les tissus irradiés **[6.3]**. La biréfringence peut se voir en observant les éléments M_{23} et M_{32} (**Tableau VI.2**). Or leurs valeurs sont très faibles. Soit les photons qui reviennent sur le détecteur ne se sont pas propagés jusqu'au derme, soit la dépolarisation masque ce phénomène de biréfringence. En effet, la dépolarisation, si elle est importante peut ne pas agir comme un phénomène linéaire. Des travaux **[4.15]** ont été entrepris au LSOL dans le but de vérifier cette hypothèse.

	Matrice de dépolarisation [M_A]	Matrice de retard [M_R]	Matrice de diatténuation [M_D]
M_0	$\begin{bmatrix} 1 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0315 & 0,2668 & 0,0334 & -0,0065 \\ -0,0328 & 0,0334 & 0,2905 & 0,0129 \\ 0,0054 & -0,0065 & 0,0129 & 0,2070 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 1,0000 & 0,0054 & -0,0008 \\ 0,0000 & 0,0054 & -0,9982 & 0,0602 \\ 0,0000 & -0,0005 & -0,0602 & -0,9982 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0,0447 & -0,0365 & -0,0039 \\ 0,0447 & 0,9993 & -0,0008 & -0,0001 \\ -0,0365 & -0,0008 & 0,9990 & 0,0001 \\ -0,0039 & -0,0001 & 0,0001 & 0,9983 \end{bmatrix}$
M_{10}	$\begin{bmatrix} 1 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0249 & 0,2766 & 0,0134 & -0,0059 \\ -0,0034 & 0,0134 & 0,2778 & -0,0023 \\ -0,0010 & -0,0059 & -0,0023 & 0,2029 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,9990 & -0,0369 & -0,0265 \\ 0,0000 & -0,0337 & -0,9932 & 0,1117 \\ 0,0000 & -0,0304 & -0,1107 & -0,9934 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0,0607 & -0,0060 & 0,0005 \\ 0,0607 & 1 & -0,0002 & 0,0000 \\ -0,0060 & -0,0002 & 0,9982 & 0,0000 \\ 0,0005 & 0,0000 & 0,0000 & 0,9981 \end{bmatrix}$
M_{15}	$\begin{bmatrix} 1 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0248 & 0,3991 & -0,0035 & -0,0009 \\ -0,0082 & -0,0035 & 0,4036 & 0,0109 \\ -0,0073 & -0,0009 & 0,0109 & 0,3223 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,9994 & 0,0106 & -0,0339 \\ 0,0000 & 0,0114 & -0,9997 & 0,0231 \\ 0,0000 & -0,0336 & -0,0235 & -0,9992 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0,0701 & -0,0167 & -0,0140 \\ 0,0701 & 0,9998 & -0,0006 & -0,0005 \\ -0,0167 & -0,0006 & 0,9974 & 0,0001 \\ -0,0140 & -0,0005 & 0,0001 & 0,9974 \end{bmatrix}$
M_{20}	$\begin{bmatrix} 1 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0373 & 0,4808 & -0,0025 & 0,0164 \\ 0,0053 & -0,0025 & 0,4498 & 0,0026 \\ -0,0124 & 0,0164 & 0,0026 & 0,4060 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,9984 & -0,0568 & -0,0050 \\ 0,0000 & -0,0564 & -0,9966 & 0,0604 \\ 0,0000 & -0,0084 & -0,0600 & -0,9992 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0,0799 & -0,0185 & -0,0015 \\ 0,0799 & 0,9998 & -0,0007 & -0,0001 \\ -0,0185 & -0,0007 & 0,9968 & 0,0000 \\ -0,0015 & -0,0001 & 0,0000 & 0,9966 \end{bmatrix}$

Tableau VI.5 : Matrices de Mueller suivant la décomposition $[M]=[M_A] \cdot [M_R] \cdot [M_D]$.

[6.4] D. J. MAITLAND, J. T. WALSH Jr, "Quantitatively measurements of linear birefringence during heating of native collagen", Lasers in Surg. & Méd., vol. 20, 310-318 (1997).

Il est possible de quantifier, pour chaque échantillon, la biréfringence et le dichroïsme en appliquant la décomposition $[M]=[M_A][M_R][M_D]$ (IV.31) à chaque matrice de Mueller puisque la peau est un milieu fortement dépolarisant. Nous présentons dans le **tableau VI.5** les matrices élémentaires (dépolariseur $[M_A]$, retardateur $[M_R]$ et diatténuateur $[M_D]$) résultantes de cette décomposition. Nous rappelons que nous faisons l'hypothèse que ce tissu biologique est un milieu linéaire.

Nous pouvons déterminer la diatténuation D à partir de la matrice de diatténuation $[M_D]$ en utilisant la relation (III.12). La **figure VI.3** décrit l'évolution expérimentale de ce paramètre en fonction du taux d'irradiation.

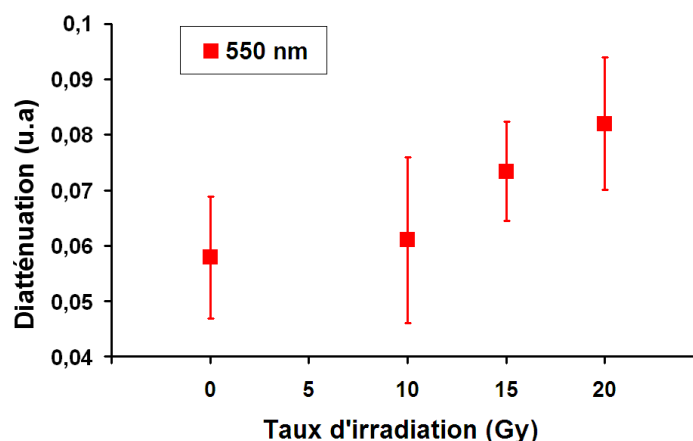


Figure VI.3 : Diatténuation en fonction du taux d'irradiation (en Gy), les barres d'erreurs correspondant à $\pm \sigma_D$.

Nous observons que la diatténuation est très faible ($D < 0,1$) et que son évolution (qualitative) en fonction de la dose d'irradiation est identique à celle de l'indice de dépolarisation (**Figure VI.2**).

Cependant, l'extraction de ce paramètre est fortement bruitée puisqu'il est calculé à partir de la première ligne de la matrice de Mueller $[M]$ expérimentale. Il est donc difficile de dire s'il y a réellement une modification de surface engendrée par l'irradiation surtout qu'il n'y a pas de signe clinique allant dans ce sens. La diatténuation D ne peut donc pas être utilisée pour discriminer les zones de peau irradiées et saines.

De plus, si nous traçons les états propres du diatténuateur $[M_D]$ obtenus à partir de D , nous observons qu'ils sont plus ou moins elliptiques selon l'échantillon (**Figure VI.4**). Or cette ellipticité est due au bruit expérimental puisque ε_d est fortement bruité ($\pm 2^\circ$ environ selon l'échantillon).

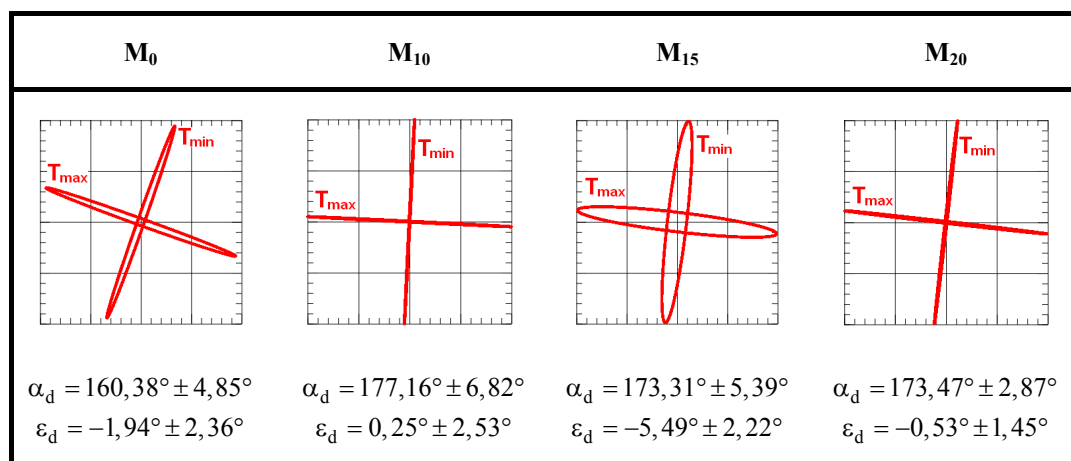


Figure VI.4 : Etats propres des Matrices de diatténuation pour les quatre échantillons de peau.

L'orientation de l'axe de diatténuation (T_{\max}) varie suivant l'échantillon et elle est également liée au bruit expérimental (de 3° à 7° environ selon l'échantillon).

Nous pouvons déterminer le retard R à partir de la matrice de Mueller du retardateur $[M_R]$ (Tableau VI.4) en utilisant la relation (III.29). La figure VI.5 décrit l'évolution aléatoire de ce paramètre en fonction du taux d'irradiation.

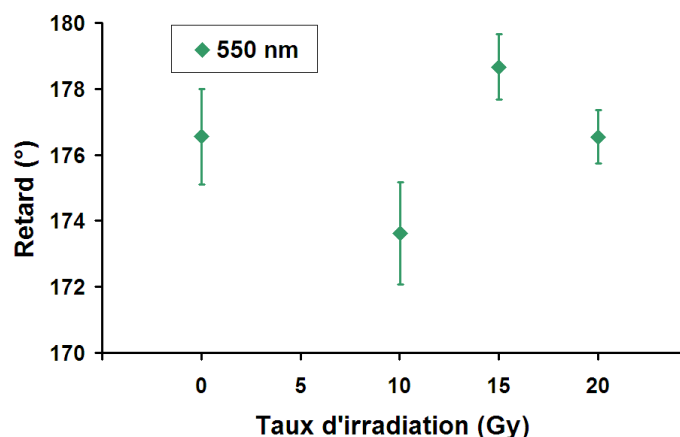


Figure VI.5 : Retard en fonction du taux d'irradiation (en Gy), les barres d'erreurs correspondant à $\pm \sigma_R$.

Nous pouvons également représenter les axes rapides et lents de $[M_R]$ (Figure VI.6).

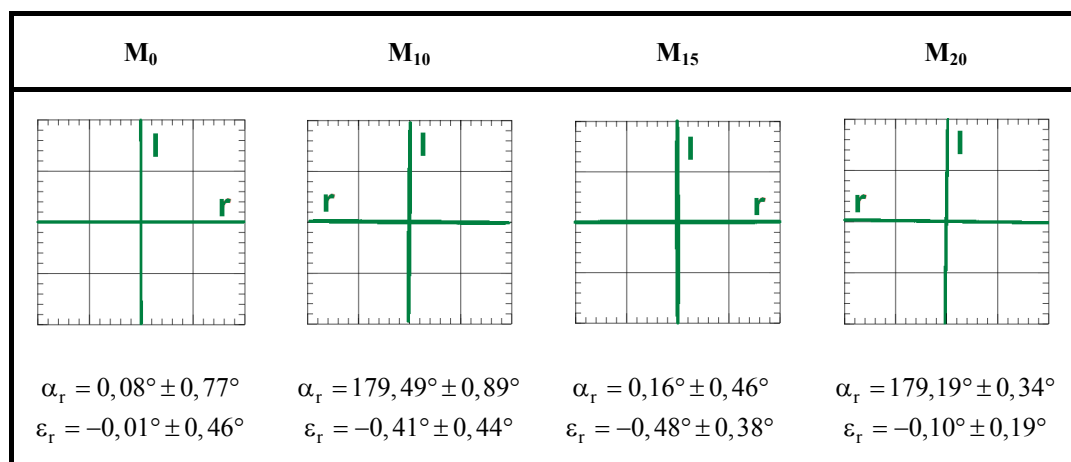


Figure VI.6 : Etats propres des Matrices de retard pour les quatre échantillons de peau.

Quel que soit l'échantillon (Figure VI.6), les états propres du retardateur sont linéaires au bruit près (Figure VI.6), l'axe rapide se trouvant suivant l'axe horizontal. On pourrait donc assimiler la rétrodiffusion par la peau à un effet miroir, mais alors, R devrait être égal à 180° au bruit près. Or tel n'est pas le cas ici et cette différence peut être due :

- A la propagation du bruit expérimental.
- Au mouvement de l'eau dans la peau. Ce déplacement pourrait éventuellement créer un déphasage étant donné la durée de mesure.

Puisque l'évolution du retard R n'est pas corrélée à la dose d'irradiation et qu'elle ne permet pas de renseigner sur le dépôt de collagène dans les tissus irradiés [6.3], ce paramètre ne peut pas être utilisé comme agent de contraste.

Si maintenant nous calculons l'indice de dépolarisation P_d de la matrice $[M_\Delta]$ pour chaque échantillon, nous obtenons, au bruit près, les mêmes valeurs que pour la matrice $[M]$. Mais à cause de la propagation des erreurs dans la décomposition $[M]=[M_\Delta][M_R][M_D]$ (IV.31), il est préférable de déterminer la dépolarisation sur la matrice de Mueller expérimentale (Figure VI.2). De plus, l'utilisation du degré moyen de polarisation P'_{moy} n'est pas plus intéressante que P_d puisque la diatténuation associée aux matrices de Mueller de la peau est très faible [4.12].

II.3.3 La peau : milieu dépolarisant faiblement anisotrope

La peau, quelle que soit la dose d'irradiation reçue, présente une forte dépolarisation au caractère faiblement anisotrope (Tableau VI.3). Il pourrait être intéressant d'exploiter cette anisotropie de dépolarisation pour comprendre l'évolution des propriétés optiques de la peau suite à une exposition radiologique.

II.3.3.1 Visualisation de l'anisotropie de dépolarisation

Nous avons montré, au chapitre 3, que la dépolarisation (isotrope ou anisotrope) induite par un milieu peut être visualisée en utilisant les représentations graphiques suivantes :

- Le degré de polarisation $P'(\alpha, \varepsilon)$ décrit par la relation (III.52).
- La surface de polarisation $sp'(\alpha, \varepsilon)$ décrite par la relation (III.53).
- L'ellipsoïde de Poincaré $ep'(\alpha, \varepsilon)$ décrite par la relation (III.54).

Celles-ci sont obtenues à partir de la matrice de Mueller d'un milieu pour l'ensemble des états purs de polarisation incidents (lumière naturelle) entièrement décrits sur la sphère de Poincaré de rayon unité.

Nous rappelons que nous parlons de dépolarisation anisotrope lorsque le degré de polarisation $P'(\alpha, \varepsilon)$ de l'onde diffusée par le système optique n'est pas constant quel que soit l'état de polarisation pur incident (Chapitre 3). Cette anisotropie est également observable si l'ellipsoïde de Poincaré $ep'(\alpha, \varepsilon)$ et la surface de polarisation $sp'(\alpha, \varepsilon)$ d'un même milieu ne sont pas des sphères.

Ces trois représentations graphiques sont utilisées sur les matrices de Mueller des milieux M_0 , M_{15} et M_{20} (Figure VI.7).

Pour les quatre échantillons, le degré de polarisation est :

- Maximum pour $\varepsilon=0^\circ$, ce qui correspond aux états de polarisation linéaires (et à l'équateur de la sphère de Poincaré décrivant l'ensemble des états purs incidents).
- Minimum pour $\varepsilon=\pm 45^\circ$, ce qui correspond aux états de polarisation circulaires (et aux pôles de la sphère de Poincaré décrivant l'ensemble des états purs incidents).

Ceci veut tout simplement dire que, quel que soit l'échantillon de peau, les états de polarisation circulaires sont plus dépolarisés que les linéaires.

Dans le cas de la peau, milieu dépolarisant au caractère faiblement anisotrope, l'ellipsoïde de Poincaré et la surface de polarisation ne sont pas aisément interprétables. En effet, de légères différences apparaissent entre ces deux représentations pour les quatre échantillons (Figure VI.7). Nous avons juste l'impression que l'anisotropie diminue avec le taux d'irradiation puisque à 15 et 20 Gy, $ep'(\alpha, \varepsilon)$ et $sp'(\alpha, \varepsilon)$ ressemblent plus à des sphères.

Lorsque le milieu étudié présente une dépolarisation faiblement anisotrope, l'ellipsoïde de Poincaré et la surface de polarisation ne sont donc pas des représentations intéressantes.

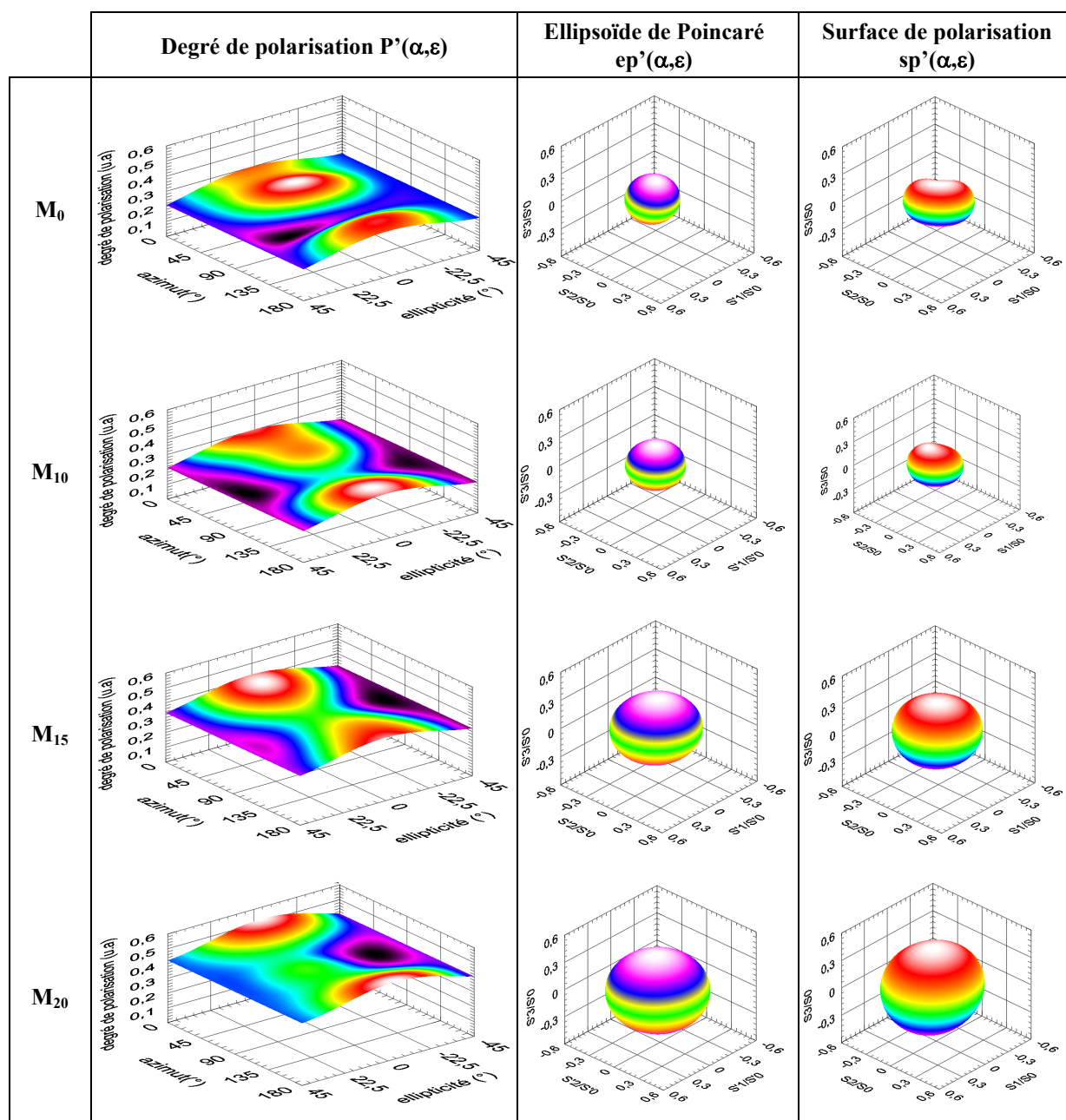


Figure VI.7 : Degré de polarisation, ellipsoïde de Poincaré, surface de polarisation du vecteur de Stokes de sortie pour un vecteur de Stokes d'entrée décrivant l'ensemble des états purs associés aux quatre matrices de Mueller de la peau.

II.3.3.2 Quantification de l'anisotropie : Degré de dépolarisation anisotrope

Il est intéressant de remarquer, par le biais du paramètre A_{dd} (IV.48), que plus la dose d'irradiation est importante, moins la peau présente une dépolarisation anisotrope (Figure VI.8). Bien que ce paramètre soit intéressant lors de la classification de milieux polarimétriques (chapitre 4) [4.13], son utilisation comme agent de contraste pose un certain problème puisqu'il est difficile d'associer une justification biologique aux variations de A_{dd} . En effet, ce dernier est calculé à partir des degrés de polarisation maximum P'_{\max} et minimum P'_{\min} du degré de polarisation $P'(\alpha, \epsilon)$. Or, d'un milieu à l'autre, ceux-ci ne définissent pas forcément les mêmes états de polarisation et il devient difficile de comparer les échantillons en utilisant le paramètre A_{dd} .

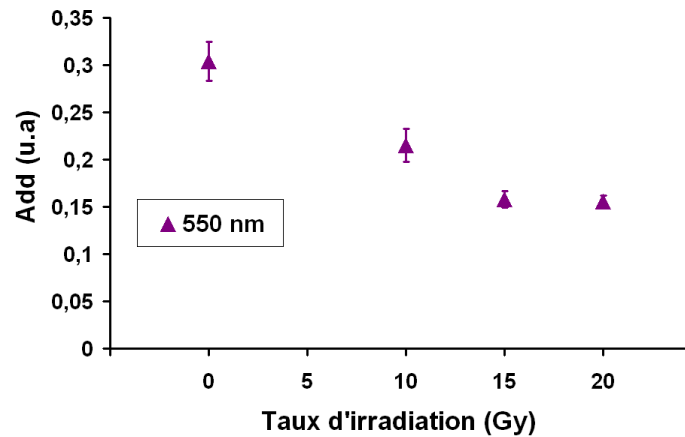


Figure VI.8 : A_{dd} en fonction du taux d'irradiation (en Gy), les barres d'erreurs correspondant à $\pm \sigma_{A_{dd}}$.

II.3.4 Conclusion

La peau, milieu fortement diffusant, présente une dépolarisation importante au caractère légèrement anisotrope. Afin de discriminer les zones de peau irradiée et saine, l'indice de dépolarisation peut être utilisé comme agent de contraste puisqu'il est possible de corréler les variations de ce paramètre avec le comportement biologique [6.3] (modification des propriétés optiques). Cependant, il n'informe pas sur la nature exacte des modifications structurales des tissus qui composent la peau à la suite d'une exposition radiologique. En effet, nous mesurons la dépolarisation moyenne engendrée par tout le milieu étudié. Il n'est donc pas évident de savoir si cette dépolarisation est due seulement à la modification des épaisseurs du derme et de l'épiderme ou au remodelage de la matrice extracellulaire.

Le caractère faiblement anisotrope de cette dépolarisation pourrait nous renseigner sur la nature des modifications structurales des tissus suite à une exposition radiologique. Bien que le degré de dépolarisation anisotrope A_{dd} quantifie cet effet, il n'est pas possible d'y associer une justification biologique. Nous devons donc définir d'autres paramètres sensibles à la faible anisotropie de dépolarisation engendrée par la peau.

A noter que le retard R et la diatténuation D ne sont pas des paramètres intéressants ici. En effet, le retard proche de 180° résulte de la configuration du dispositif expérimental tandis que la diatténuation D est trop faible et trop sensible au bruit pour être discriminante. De plus, cette dernière varie avec l'angle de rétrodiffusion.

II.4 Classification et interprétation des milieux dépolarisants faiblement anisotropes

Bien que les représentations graphiques (degré de polarisation, ellipsoïde de Poincaré et surface de polarisation) soient très utiles pour comprendre et classer des matrices de Mueller dépolarisantes, nous venons de constater que ceci n'est applicable que dans le cas d'un milieu dépolarisant fortement anisotrope (Figure VI.7). Or la peau est un milieu fortement dépolarisant qui présente une légère anisotropie de dépolarisation. Nous devons donc développer de nouveaux outils de caractérisation susceptible de décrire de tels milieux. C'est pourquoi, nous allons discuter de l'utilisation de l'entropie puis du taux de mémoire de polarisation comme paramètres discriminants.

II.4.1 Entropie

Dans un premier temps, nous avons décidé d'utiliser l'entropie comme paramètre caractéristique d'un milieu dépolarisant faiblement anisotrope.

II.4.1.1 Principe

O'Neill introduisit en 1963 la notion d'entropie en optique statistique **[6.5]** afin d'étudier la polarisation partielle d'une onde lumineuse. Il est possible d'élargir cette notion à la caractérisation de la matrice de Mueller $[M]$ d'un milieu. Dans ce cas, l'entropie décrit le degré de "désordre" du système, c'est-à-dire qu'elle quantifie le caractère aléatoire du phénomène de diffusion. La décomposition spectrale de la matrice de passage hermitienne $[N]$ associée à $[M]$ permet d'évaluer un paramètre appelé entropie et noté E **[6.6]** :

$$E = - \sum_{i=0}^3 p_i \log_4(p_i) \quad \text{avec} \quad p_i = \frac{\lambda_i}{\sum_{j=0}^3 \lambda_j} \quad (\text{VI.1})$$

Où λ_i sont les valeurs propres de $[N]$ et $0 < E < 1$. Les systèmes optiques complètement polarisants où une seule des quatre valeurs propres est non nulle possèdent une entropie E nulle. Par contre, cette dernière est égale à 1 lorsque les quatre valeurs propres sont égales, c'est-à-dire lorsque le milieu étudié est totalement dépolarisant.

Il est possible d'exprimer l'indice de dépolarisation P_d en fonction des paramètres de l'entropie **[4.3]** :

$$P_d = \sqrt{\frac{1}{3} \left(4 \sum_{i=0}^3 p_i^2 - 1 \right)} \quad (\text{VI.2})$$

Nous pouvons alors considérer deux cas :

- Le milieu dépolarisant est isotrope.

E , alors notée E_{iso} , peut alors s'écrire en fonction de P_d telle que :

$$E_{iso} = - \frac{3P_d + 1}{4} \log_4 \left(\frac{3P_d + 1}{4} \right) - 3 \frac{1 - P_d}{4} \log_4 \left(\frac{1 - P_d}{4} \right) \quad (\text{VI.3})$$

- Le milieu dépolarisant est anisotrope (cas qui nous intéresse ici).

Nous notons alors l'entropie d'un milieu anisotrope E_{aniso} :

$$E_{aniso} = E_{iso} - \Delta E \quad (\text{VI.4})$$

où ΔE est fonction du degré d'anisotropie du milieu étudié :

$$\Delta E = \frac{1}{2M_{00}} \sum_{i=1}^3 \lambda_i \log_4 \left(\frac{2\lambda_i}{M_{00}(1 - P_d)} \right) \quad (\text{VI.5})$$

A partir des valeurs de l'indice de dépolarisation et de l'entropie, nous pouvons construire un diagramme tel que celui présenté sur la **figure VI.9**.

[6.5] E. L. O'NEILL, "Introduction to Statistical Optics", Reading, Massachussets, Addison-Wesley (1963).

[6.6] S. R. CLOUDE, E. POTTIER, "Concept of polarization entropy in optical scattering", Optical Engineering, vol. **34**, n° 6, 1599-1610 (1995).

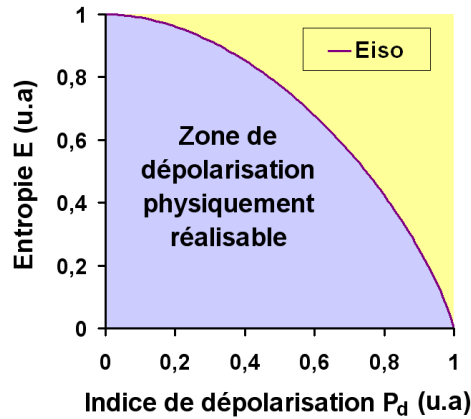


Figure VI.9 : Entropie en fonction du degré de dépolarisation.

La courbe E_{iso} représente l'entropie obtenue pour l'ensemble des milieux isotropes. Au-dessus de cette courbe les phénomènes décrits ne sont pas physiquement réalisables. En effet, une matrice de Mueller est physiquement réalisable si son indice de dépolarisation est inférieur à 1. Si le milieu étudié présente une dépolarisation anisotrope, alors son couple (E_{aniso}, P_d) se trouve en dessous de cette courbe.

Remarque :

Dans le cas de milieux fortement dépolarisants, les valeurs propres de la matrice $[N]$ sont toujours positives. Lorsque la matrice de Mueller d'un système optique peut être estimée par une matrice de Mueller-Jones (faible entropie), alors le bruit, même faible, suffit à donner des valeurs propres négatives (chapitre 4). L'existence de ces valeurs propres négatives pose alors un problème de calcul pour l'entropie compte tenu de la relation (VI.1). S.R. Cloude [6.7] suggère alors d'évaluer l'entropie E en prenant la valeur absolue des valeurs propres, soit :

$$E = - \sum_{i=0}^3 p_i \log_4(p_i) \quad \text{avec} \quad p_i = \frac{|\lambda_i|}{\sum_{j=0}^3 |\lambda_j|} \quad (\text{VI.6})$$

II.4.1.2 Application à des échantillons de peau de cochon irradiée

Dans un premier temps nous traçons l'entropie (anisotrope) en fonction du taux d'irradiation pour nos quatre échantillons (Figure VI.10).

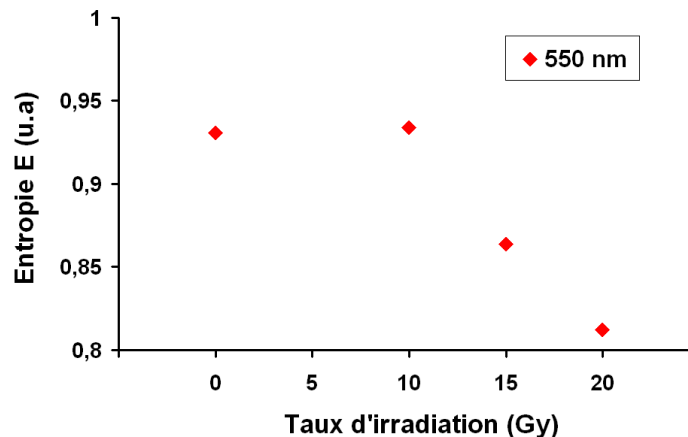


Figure VI.10 : Entropie en fonction du taux d'irradiation (en Gy).

L'évolution de l'entropie en fonction du taux d'irradiation est l'inverse de celle observée pour l'indice de dépolarisation. En effet les valeurs de l'entropie pour les échantillons sain et irradié à 10 Gy sont les mêmes et à partir de 15 Gy, l'augmentation du taux d'irradiation diminue la valeur de l'entropie. Par conséquent, plus l'irradiation est importante, plus le "désordre" diminue.

En représentant l'entropie en fonction de l'indice de dépolarisation (**Figure VI.11**), nous observons que les points représentatifs de chaque échantillon ne se déplacent que très légèrement vers l'intérieur de la courbe de l'entropie isotrope E_{iso} .

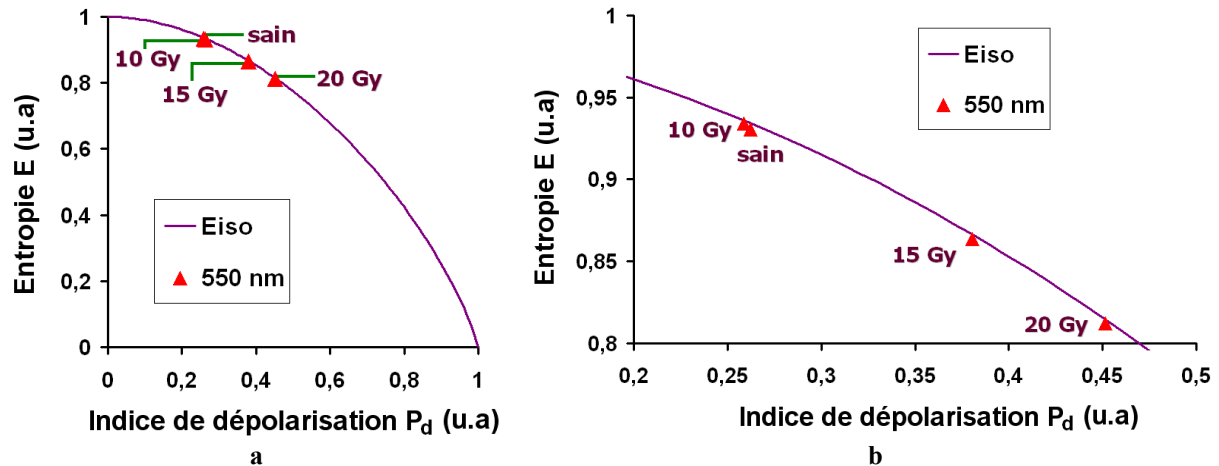


Figure VI.11 : Entropie en fonction de l'indice de dépolarisation, a : échelle entière, b : zoom.

Nous en déduisons donc que l'entropie n'est pas l'outil adéquat pour traiter le cas des milieux faiblement anisotropes. Dans ce cas, nous observons que l'entropie est juste un changement d'échelle par rapport à l'indice de dépolarisation. De plus, la **figure VI.11** montre que, si un milieu est fortement dépolarisant, il est plus intéressant d'utiliser l'indice de dépolarisation que l'entropie. En effet il offre une meilleure sensibilité que cette dernière. Cette remarque a été récemment confirmée par PEREDA [6.7] qui est arrivé à la conclusion suivante :

- Si E est compris entre 0 et 0,25, une des quatre valeurs propres λ_i de $[N]$ est beaucoup plus grande que les autres. Le milieu n'est pas dépolarisant et peut être représenté par une matrice de Mueller-Jones.
- Si E est compris entre 0,25 et 0,80, il n'y a pas de valeurs propres λ_i dominantes. Le milieu présente de la dépolarisation et ne peut donc plus être représenté par une Mueller-Jones. L'utilisation de l'indice de dépolarisation ou de l'entropie est la même en terme de contraste.
- Si E est supérieur à 0,80, le milieu présente une forte dépolarisation. Dans ce cas il est plus intéressant d'utiliser l'indice de dépolarisation pour le classer.

II.4.1.3 Conclusion

L'entropie ne permet pas de classer les milieux dont la dépolarisation a un caractère faiblement anisotrope. De plus, dans le cadre de l'étude du syndrome cutané d'irradiation aiguë, l'entropie est supérieure à 0,80 quel que soit l'échantillon puisque celui-ci est fortement dépolarisant. C'est pourquoi, en terme de contraste, il est préférable d'utiliser l'indice de dépolarisation plutôt que l'entropie. Il nous faut donc considérer d'autres agents de contraste si nous voulons classer les milieux selon leur faible anisotropie et ainsi comprendre l'effet de la dépolarisation dans le volume.

[6.7] D. PEREDA CUBIAN, J. L. ARCE DIEGO, R. RENTMEESTERS, "Characterization of depolarizing optical media by means of the entropy factor : application to biological tissues", Applied Optics, vol. **44**, n° 3, 358-365 (2005).

II.4.2 Taux de mémoire de polarisation

Nous avons vu précédemment que le degré de polarisation $P'(\alpha, \varepsilon)$ dépend de l'état de polarisation incident et plus particulièrement des états de polarisation linéaires et circulaires (Figure VI.7).

En 1989 MACKINTOSH [6.8] a montré que tout système optique présentant de la diffusion multiple ne dépolarise pas de la même manière, en rétrodiffusion, les états purs de polarisation incidents linéaires et circulaires. En effet, suivant le milieu étudié, ces deux types d'état de polarisation ne parcourent pas le même chemin optique avant que l'état de polarisation incident ne devienne complètement aléatoire.

En comparant la dépolarisation des états linéaires et circulaires le régime de diffusion du milieu peut être connu et il est ainsi possible de remonter aux caractéristiques des diffuseurs (taille, forme). En effet, nous avons rappelé au chapitre 1 qu'il existe deux principaux régimes de diffusion [1.15] :

- La diffusion de Rayleigh.
- La diffusion de Mie.

Ceux-ci dépendent de la taille des particules par rapport à la longueur d'onde utilisée, et de leur indice par rapport au milieu.

Lors de notre étude, nous avons remarqué que, quel que soit l'échantillon de peau, les états de polarisation circulaires sont plus dépolarisés que les linéaires (Figure VI.7). Nous décidons donc d'exploiter cette caractéristique afin de classer les milieux dépolarisants faiblement anisotropes et de remonter aux caractéristiques des diffuseurs de la peau suivant que celle-ci est irradiée ou non. Pour ce faire, nous introduisons de nouveaux paramètres, à savoir les degrés de polarisation moyens linéaire et circulaire.

II.4.2.1 Degrés de polarisation moyens linéaire et circulaire

Nous rappelons que dans le cas de la lumière naturelle où l'ensemble des états purs de polarisation décrit la sphère de Poincaré de rayon unité (Figure II.7), l'ensemble des états linéaires est défini sur l'équateur de cette sphère ($\varepsilon=0$), tandis que les états circulaires en sont les pôles ($\varepsilon=45^\circ$ et $\varepsilon=-45^\circ$).

Le degré de polarisation $P'(\alpha, \varepsilon)$ (chapitre 3) associé à la matrice de Mueller d'un milieu dépolarisant dépend souvent de l'état de polarisation incident et en particulier, des états linéaires et circulaires. Il est donc possible de calculer, sur le même principe que le degré de polarisation moyen P'_{moy} [4.12], les degrés de polarisation linéaire moyen P_L et circulaire moyen P_C .

Le degré de polarisation linéaire moyen P_L peut alors s'écrire de la manière suivante :

$$P_L = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi P'(\alpha, 0) d\alpha \quad \text{avec } 0 \leq P_L \leq 1 \quad (\text{VI.7})$$

P_L décrit la transformation par le milieu des états purs incidents de polarisation linéaire et plus exactement la transformation de l'équateur. Ce paramètre déterminera suivant sa valeur :

- Si $P_L=1$, le milieu ne dépolarise pas les états linéaires.
- Si $P_L=0$, le milieu dépolarise complètement les états linéaires.
- Si $0 < P_L < 1$, le milieu dépolarise partiellement les états linéaires.

[6.8] F. C. MACKINTOSH, J. X. ZHU, D. J. PINE, D. A. WEITZ, "Polarization memory of multiply scattered light", Phys. Rev. B, vol. 40, n° 13, 9342-9345 (1989).

De manière analogue, le degré de polarisation circulaire moyen P_C peut s'écrire :

$$P_C = \frac{P'\left(\alpha, \frac{\pi}{4}\right) + P'\left(\alpha, -\frac{\pi}{4}\right)}{2} \quad \text{avec } 0 \leq P_C \leq 1 \quad (\text{VI.8})$$

P_C décrit la transformation par le milieu des états purs incidents de polarisation circulaire et plus exactement la transformation de la position des pôles de la sphère initiale. Ce paramètre déterminera suivant sa valeur :

- Si $P_C=1$, le milieu ne dépolarise pas les états circulaires.
- Si $P_C=0$, le milieu dépolarise complètement les états circulaires.
- Si $0 < P_C < 1$, le milieu dépolarise partiellement les états circulaires.

Nous parlons alors de perte de "mémoire de polarisation" si les états de polarisation circulaire et linéaire ne parcourent pas le même chemin optique avant que l'état de polarisation incident (linéaire ou circulaire) ne devienne complètement aléatoire.

Par analogie avec les résultats obtenus en transmission [6.9], [6.10] et en rétrodiffusion sous certaines conditions [6.11] sur des milieux diffusants tests (par exemple, à base de billes calibrées dont la taille et l'indice de réfraction sont connus) utilisés pour se rapprocher d'un milieu biologique réel, nous pouvons distinguer, grâce à P_L et P_C , les deux cas suivants :

- Si $P_L < P_C$, le régime de diffusion est celui de Mie.
- Si $P_L > P_C$, le régime de diffusion est celui de Rayleigh.

II.4.2.2 Application à la peau : définition du taux de mémoire

Nous représentons P_L , P_C et P_d sur la même courbe en fonction du taux d'irradiation pour nos quatre échantillons (Figure VI.12). Nous rappelons que l'indice de dépolarisation est équivalent au degré de polarisation moyen puisque la diatténuation est très faible dans le cas des tissus biologiques.

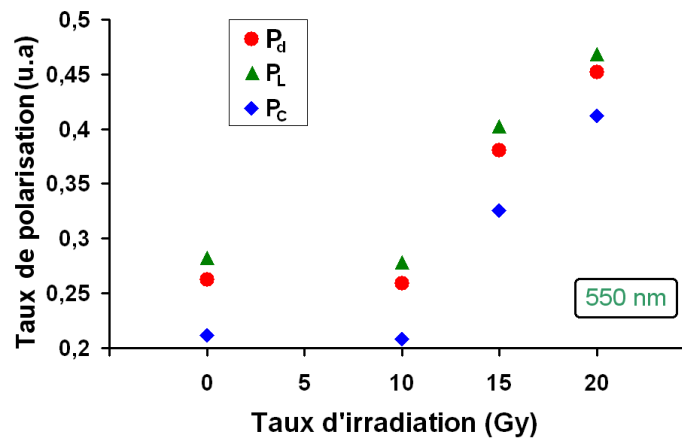


Figure VI.12 : Taux de polarisation (P_d , P_L , P_C) en fonction du taux d'irradiation (en Gy) à 550 nm.

[6.9] J. M. SCHMITT, A. H. GANDBAKHCHE, R. BONNER, "Use of polarized light to discriminate short-path photons in a multiply scattering medium", Applied Optics, vol. 31, n° 30, 6535-6546 (1992).

[6.10] D. BICOUT, C. BROSSEAU, A. S. MARTINEZ, J. M. SCHMITT, "Depolarization of multiply scattered waves by spherical diffusers: Influence of the size parameter", Phys. Rev. E, vol. 49, n° 2, 1767-1770 (1994).

[6.11] S. P. MORGAN, M. E. RIDGWAY, "Polarization properties of light backscattered from a two layer scattering medium", Optics Express, vol. 7, 395-402 (2000).

Cette courbe apporte les informations suivantes :

- P_L et P_C , pris individuellement, varient qualitativement de la même façon que P_d .
- P_d est toujours plus proche de P_L que de P_C .
- P_L est toujours supérieur à P_C .

Nous retrouvons ici l'observation faite à l'aide de la représentation graphique du degré de polarisation (**Figure VI.7**) : la peau, qu'elle soit irradiée ou non, dépolarise plus les états de polarisation circulaires que les linéaires. Ce qui indique un régime de diffusion typique de Rayleigh. Nous nous attendions plutôt à avoir un régime de diffusion de Mie puisque la peau est constituée principalement de cellules et de fibres dont la taille est de l'ordre de la longueur d'onde ($g=0,9$). Nous aurons l'occasion de revenir sur ce point au chapitre 7 en étudiant le comportement polarimétrique de milieux diffusants composés de diffuseurs de différentes tailles (Rayleigh, Mie).

De plus, nous observons (**Figure VI.12**) un rapprochement entre P_C et P_L avec l'augmentation de la dose d'irradiation. Cette évolution de l'anisotropie de dépolarisation peut être quantifiée en introduisant un nouveau paramètre Γ que nous nommons taux de mémoire de polarisation en référence au phénomène observé par MACKINTOSH [6.8]. Il est défini tel que :

$$\Gamma = \frac{P_C}{P_L} \quad (\text{VI.9})$$

Nous pouvons alors distinguer les trois cas suivants :

- Si $\Gamma > 1$, P_C est supérieur à P_L et les états de polarisation circulaires sont moins dépolarisés que les états de polarisation linéaires.
- Si $0 < \Gamma < 1$, P_C est inférieur à P_L et les états de polarisation circulaires sont plus dépolarisés que les états de polarisation linéaires.
- Si $\Gamma = 1$, au bruit de mesure près, P_C est égal à P_L et les états de polarisation circulaires sont dépolarisés comme les états de polarisation linéaires.

II.4.2.3 Choix du taux de mémoire comme deuxième agent de contraste

Nous représentons le taux de mémoire de polarisation en fonction du taux d'irradiation pour nos quatre échantillons (**Figure VI.13**). Cette courbe illustre l'évolution de l'anisotropie de dépolarisation de la peau selon la dose reçue initialement. Elle indique qu'il y a sans doute une modification structurale des diffuseurs biologiques avec l'irradiation.

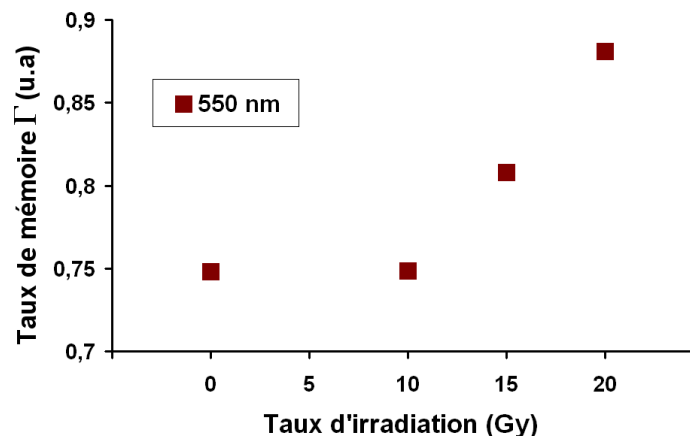


Figure VI.13 : Taux de mémoire de polarisation en fonction du taux d'irradiation (en Gy).

Il apparaît donc intéressant d'utiliser le taux de mémoire de polarisation comme deuxième agent de contraste puisqu'il est capable de discriminer les milieux suivant leur tendance à dépolariiser les états linéaires plutôt que les circulaires. Dans le cadre de notre étude, nous verrons (Chapitre 7) que ce paramètre peut apporter une information supplémentaire sur les caractéristiques (taille, forme, nombre) des diffuseurs de la peau.

II.5 Conclusion

Afin de montrer la faisabilité de la polarimétrie dans le cadre de l'étude sur le syndrome cutané d'irradiation aiguë, nous avons étudié, ex vivo, 69 jours après irradiation, quatre échantillons de peau (sain, 10, 15, 20 Gy). Dans un premier temps, nous avons appliqué l'algorithme de classification présenté au chapitre 4 sur les matrices de Mueller caractéristiques de chacun de ces échantillons. Nous avons ainsi pu démontrer que la peau, qu'elle soit irradiée ou non, en configuration de réflexion et hors spéculaire à 550 nm, est un milieu dépolariisant biréfringent et dichroïque. Le retard, proche de 180° , résulte de la configuration du dispositif expérimental en réflexion, tandis que le dichroïsme serait plutôt un effet de surface. La peau, milieu fortement diffusant, présente une forte dépolariisation au caractère faiblement anisotrope. Cette étude a donc permis de mettre en évidence deux agents de contraste polarimétrique qui permettent de classer les échantillons de peau selon leur irradiation : l'indice de dépolariisation P_d et le taux de mémoire de polarisation Γ . La figure VI.14 illustre l'évolution de Γ fonction de P_d à 550 nm pour les quatre échantillons de peau.

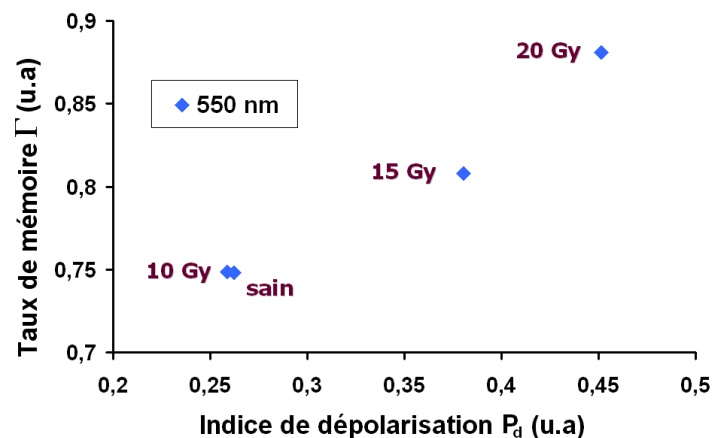


Figure VI.14 : Taux de mémoire de polarisation en fonction de l'indice de dépolariisation pour les quatre échantillons.

Cette courbe montre qu'il n'y a pas de différence notable entre l'échantillon sain et celui irradié à 10 Gy. Par contre, nous sommes capables de les distinguer des échantillons irradiés à 15 et 20 Gy. En effet, à partir de 10 Gy, plus la dose est forte, moins la peau dépolariise la lumière qui lui est incidente et moins cette dépolariisation est anisotrope.

Les résultats polarimétriques ainsi obtenus sont confirmés par l'étude histologique menée par l'IRSN sur des biopsies de zones de peau irradiées [6.3]. En effet, ils ont montré qu'il y a une modification des épaisseurs de l'épiderme et du derme ainsi qu'un remodelage de la matrice extracellulaire à partir de 15 Gy. Toutefois, l'indice de dépolariisation ne permet pas d'identifier la modification structurelle des tissus cutanés responsable de sa variation puisque nous mesurons la dépolariisation moyenne engendrée par tout le milieu étudié. De plus, nous verrons par la suite (Chapitre 7) que l'évolution du taux de mémoire peut être corrélée avec une modification de la taille des diffuseurs dans la peau.

L'utilisation conjointe du taux de mémoire et de l'indice de dépolariisation comme agents de contraste pourrait très bien s'appliquer à d'autres milieux biologiques qu'ils soient étudiés en

transmission ou en réflexion. Prenons l'exemple de deux milieux fortement diffusant M_{ray} et M_{mie} qui diffèrent de par leur régime de diffusion (M_{ray} : Rayleigh, M_{mie} : Mie). A une longueur d'onde donnée, la dépolarisation engendrée par la diffusion multiple peut être anisotrope. S'ils présentent, au bruit de mesure près, les mêmes indice de dépolarisation P_d et degré de dépolarisation anisotrope A_{dd} , seul le taux de mémoire peut les discriminer puisque la seule différence entre ces milieux est la manière dont ils dépolarisent les états linéaires et circulaires. En effet, pour M_{ray} et M_{mie} nous avons respectivement $\Gamma < 1$ et $\Gamma > 1$. A noter que dans ce cas, ils présentent également la même entropie puisqu'elle ne distingue pas les valeurs propres λ_i entre elles (dans le calcul de E , celles-ci ont le même poids).

Nous avons choisi de ne pas utiliser le degré de dépolarisation anisotrope et l'entropie comme agents de contraste. En effet, bien que A_{dd} apporte une bonne dynamique et décrit l'anisotropie d'un milieu, il n'est pas possible de l'interpréter lors d'études biologiques puisqu'il ne renseigne pas sur la structure et la forme des diffuseurs. Quant à l'entropie E , degré de "désordre", elle n'est intéressante que dans le cas des milieux faiblement dépolarisants ($P_d > 0,80$) car dans ce cas elle offre une meilleure dynamique que P_d .

III Etudes angulaires et spectrales

Les agents de contraste polarimétrique (l'indice de dépolarisation P_d et le taux de mémoire de polarisation Γ) utilisés dans le cadre de cette étude étant présentés, il convient maintenant d'étudier les comportements angulaire et spectral de ces deux paramètres. En effet P_d et Γ varient quantitativement en fonction de la longueur d'onde du laser et de la position angulaire du bras de sortie lorsqu'il est plus ou moins proche de la réflexion spéculaire. Pour ce faire, trois campagnes de mesure ont été réalisées (**Tableau VI.1**). Elles se sont déroulées à des instants t , après irradiation, différents (30, 69, 90 jours) et sur des porcs eux aussi différents.

III.1 Première étude : spectrale

Afin d'étudier le comportement polarimétrique spectral des échantillons de peau (irradiée ou non), nous choisissons trois longueurs d'onde d'exploration réparties dans le spectre du visible, à savoir : 450 nm, 550 nm et 675 nm. Nous pourrions ainsi tester la sensibilité spectrale de la polarisation puisque les différents régimes de diffusion sont fonction de la taille des diffuseurs (vis-à-vis de ces longueurs d'onde). Les échantillons de peau utilisés sont ceux irradiés 69 jours après irradiation (**Tableau VI.6**) qui nous ont servi à discriminer les agents de contraste.

	Race	Nombre	Doses d'irradiation (Gy)	Délai après exposition	Longueurs d'onde (nm)
Première étude	Charcutier	1	0, 10, 15, 20	69 jours	450, 550 et 675

Tableau VI.6 : Caractéristiques de l'étude spectrale.

III.1.1 Indice de dépolarisation

La **figure VI.15** décrit l'évolution expérimentale de l'indice de dépolarisation P_d en fonction du taux d'irradiation pour différentes longueurs d'onde d'exploration.

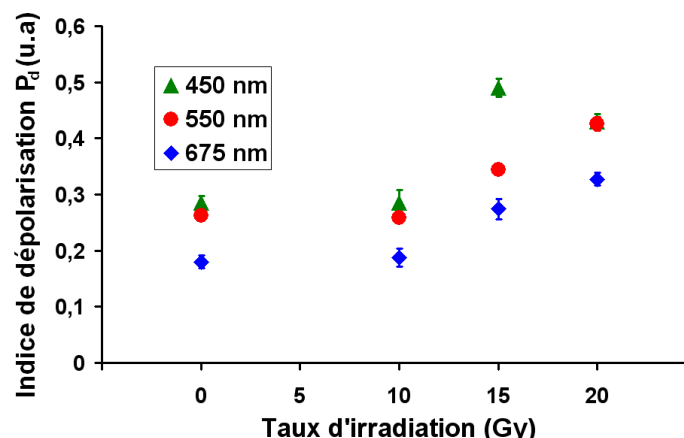


Figure VI.15 : Indice de dépolarisation en fonction du taux d'irradiation (Gy).
L'écart-type σ_{P_d} associé à chaque point est indiqué par les barres d'erreurs.

L'analyse de cette courbe conduit à plusieurs constatations :

- Pour un même échantillon, la dépolarisation augmente (P_d diminue) lorsque la longueur d'onde croît. Cette variation traduit une profondeur de pénétration différente en fonction de la longueur d'onde utilisée. En effet, plus la longueur d'onde est proche de l'infrarouge, plus les photons subissent des interactions en profondeur avec les diffuseurs de la peau et ils sont donc plus dépolarisés (P_d diminue).
- Les mesures effectuées à 450 nm sont assez proches de celles à 550 nm mis à part pour l'échantillon irradié à 15 Gy. Compte tenu de l'instabilité du laser à 450 nm, nous nous intéresserons plutôt à la comparaison entre les mesures effectuées à 550 nm et 675 nm.
- Quelle que soit la longueur d'onde nous retrouvons ce que nous avons dit précédemment, à savoir que nous n'observons pas de différence entre l'échantillon sain et celui irradié à 10 Gy mais que nous pouvons distinguer de ceux irradiés à 15 Gy et 20 Gy (P_d différents).

III.1.2 Taux de mémoire

La figure VI.16 représente l'évolution expérimentale du taux de mémoire de polarisation en fonction de l'indice de dépolarisation à 550 nm et 675 nm.

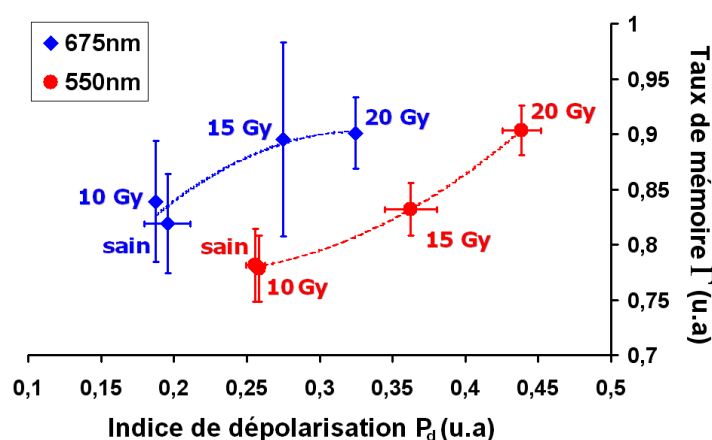


Figure VI.16 : Evolution du taux de mémoire de polarisation en fonction de l'indice de dépolarisation à 550 nm et 675 nm pour les quatre échantillons.
Chaque point est la moyenne de 5 mesures sur le même échantillon.

Quelle que soit la longueur d'onde, la peau dépolarise plus les états de polarisation circulaires que ceux linéaires, mais cette propriété tend à disparaître avec l'augmentation de la dose d'irradiation. Puisque à 675 nm les photons se propagent plus dans le volume qu'à 550 nm, il semble plus difficile de discriminer les échantillons irradiés à 15 et 20 Gy lorsque la longueur d'onde d'exploration augmente.

Notons que les barres d'erreur associées au taux de mémoire sont plus importantes que celles de l'indice de dépolarisation. Γ étant le rapport de P_C sur P_L , il s'ensuit que les incertitudes associées à chacun de ces paramètres s'additionnent tandis que P_d est issu de la moyenne de tous les éléments de la matrice de Mueller.

III.2 Etude angulaire

Afin d'étudier le comportement angulaire des échantillons de peau (irradiée ou non), nous faisons varier l'angle de détection du dispositif expérimental par rapport à la réflexion spéculaire. Plus nous nous en écartons, plus le détecteur récupère des photons multidiffusés et plus l'information de volume prédomine sur celle de surface. Nous nous attendons à observer des variations sur l'indice de dépolarisation [4.13], [6.12] et sur le taux de mémoire de polarisation, mais cette variation est-elle la même suivant que la peau est irradiée ou non ?

Par commodité pour les vétérinaires, les études sont désormais menées sur des cochons nains. Afin d'obtenir un meilleur contraste sur le taux de mémoire de polarisation, la longueur d'onde du laser a été ajustée à 550 nm même si l'exploration en profondeur n'est pas optimum. Deux études angulaires ont été menées à des délais après exposition différents (Tableau VI.7).

	Race	Nombre	Doses d'irradiation (Gy)	Délai après exposition	Position angulaire par rapport au spéculaire (°)
Deuxième étude	Pitmann Moore	1	0, 10, 15	90 jours	0, 10
Troisième étude	Göttingen	2	0, 20 10, 15	30 jours	0, 10, 20, 30

Tableau VI.7 : Caractéristiques des deux études angulaires.

La configuration expérimentale est celle présentée ci-dessous où nous faisons varier l'angle de détection θ .

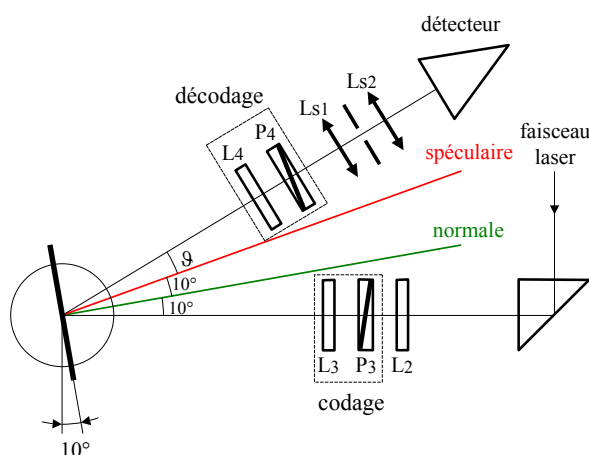


Figure VI.17 : Configuration angulaire pour l'étude expérimentale.

[6.12] B. J. DEBOO, J. M. SASSIAN, R. A. CHIPMAN, "Depolarization of diffusely reflecting man-made objects", Applied Optics, vol. 44, n° 26, 5434-5445 (2005).

III.2.1 Deuxième étude : 90 jours après irradiation

Les expérimentations se sont déroulées 90 jours après irradiation à 550 nm sur des échantillons irradiés à 10 et 15 Gy ainsi qu'une zone saine d'un mini porc Pitmann Moore. Le bras de détection du polarimètre a été positionné successivement en position spéculaire et à 10° hors spéculaire.

III.2.1.1 Taux de mémoire en fonction de l'indice de dépolarisation

La figure VI.18 décrit l'évolution expérimentale du taux de mémoire de polarisation en fonction de l'indice de dépolarisation en spéculaire et hors spéculaire (10°). Cette étude confirme qu'il est important de travailler en position hors spéculaire pour observer les modifications sous-cutanées dues à l'irradiation.

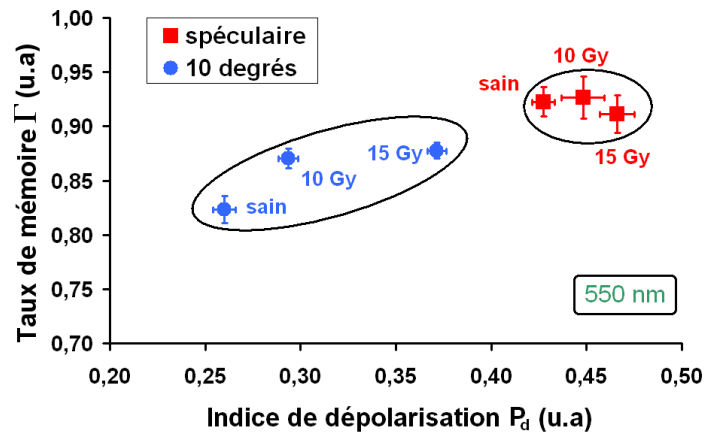


Figure VI.18 : Taux de mémoire en fonction de l'indice de dépolarisation.
Chaque point est la moyenne de 5 mesures sur le même échantillon.

Cette courbe met en évidence, 90 jours après exposition aux radiations du cobalt :

- L'impossibilité de discerner, en position spéculaire, les échantillons sains et irradiés.
- La possibilité de discerner et de classer, hors spéculaire (10°), les échantillons sains et irradiés.

En position spéculaire les trois échantillons de peau présentent les mêmes taux de mémoire et indice de dépolarisation au bruit près. A cette position, la dépolarisation est essentiellement surfacique. Puisque celle-ci est identique pour tous les échantillons, il n'y aurait donc pas de modification de la couche en surface de la peau (stratum corneum) au bout de 90 jours.

Hors spéculaire, les photons issus du volume arrivent sur le détecteur et nous observons que plus l'irradiation est importante, plus l'indice de dépolarisation diminue. Cela confirme qu'il y a une modification sous-cutanée due à l'irradiation.

Contrairement à la première étude (spectrale), il est possible de discerner les échantillons sain et irradié à 10 Gy. Il est toutefois difficile de tirer des conclusions puisque les dates d'étude polarimétrique après exposition et les porcs sont différents. En effet, il se peut qu'un individu ne réagisse pas de la même façon suivant la dose reçue.

III.2.2 Troisième étude : 30 jours après irradiation

Les expérimentations se sont déroulées 30 jours après irradiation à 550 nm sur deux mini porcs Göttingen. L'un a reçu des doses à 10 et 15 Gy tandis que l'autre à 20 Gy. L'échantillon de peau saine a été prélevé sur ce dernier. Le bras de détection du polarimètre varie jusqu'à 30° hors spéculaire.

III.2.2.1 Indice de dépolariation en fonction du taux d'irradiation

La **figure VI.19** décrit l'évolution expérimentale de l'indice de dépolariation en fonction de l'angle d'observation.

L'indice de dépolariation est dépendant de la position du bras de détection du polarimètre. En effet, plus ce dernier est écarté de la position spéculaire, plus les échantillons dépolarisent car plus les photons rétrodiffusés sur le détecteur proviennent du volume. Nous observons (**Figure VI.19**) que tous les échantillons, à l'exception de l'échantillon irradié à 10 Gy, ont un comportement angulaire quasi identique.

De plus, l'analyse de cette courbe conduit aux constatations suivantes :

- En position spéculaire, les zones de peau irradiées possèdent, au bruit près, un même indice de dépolariation et dépolarisent moins la lumière incidente que l'échantillon de peau saine.
- A 10° et 20°, les résultats obtenus montrent que plus l'échantillon est irradié, moins il dépolarise.
- A 30°, les conclusions sont plus délicates puisque la dépolariation est très importante.

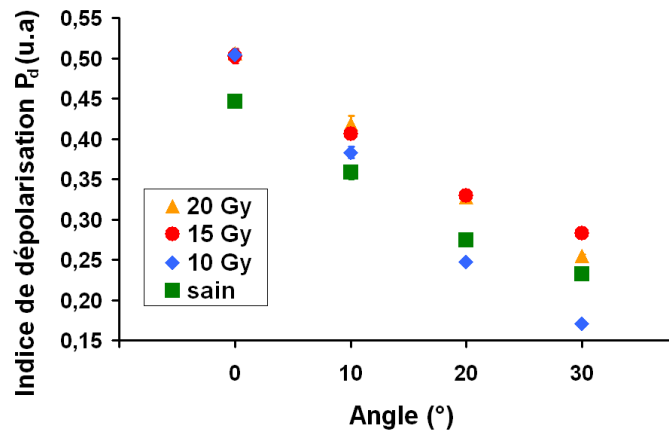


Figure VI.19 : Indice de dépolariation en fonction de l'angle de rétro diffusion.
Chaque point est la moyenne de 5 mesures sur le même échantillon.

Contrairement à la deuxième étude réalisée 90 jours après l'irradiation, il est possible de discerner en position spéculaire les échantillons sains de ceux irradiés. Or la présente étude a été effectuée seulement 30 jours après l'exposition radiologique. Il se pourrait donc que l'irradiation affecte, dans les premières semaines, la surface de la peau sans toutefois pouvoir quantifier la dose du rayonnement ionisant.

Seule une étude *in vivo*, où les mesures seraient hebdomadaires, permettrait d'expliquer les phénomènes observés dans cette troisième étude.

III.2.2.2 Taux de mémoire en fonction de l'indice de dépolariation

Nous rappelons que la présente étude est menée sur deux porcs distincts. Il se peut que ces deux individus ne réagissent pas de la même façon face à une irradiation et que les propriétés optiques de leur tissu cutané soient différentes (épaisseurs de l'épiderme et du derme différentes).

Par conséquent, les résultats obtenus sur les deux porcs sont séparés avec d'un côté les échantillons sain et irradié à 20 Gy et de l'autre ceux irradiés 10 et 15 Gy.

La **figure VI.20** décrit l'évolution expérimentale du taux de mémoire de polarisation en fonction de l'indice de dépolarisation à 550 nm pour différentes positions angulaires du détecteur.

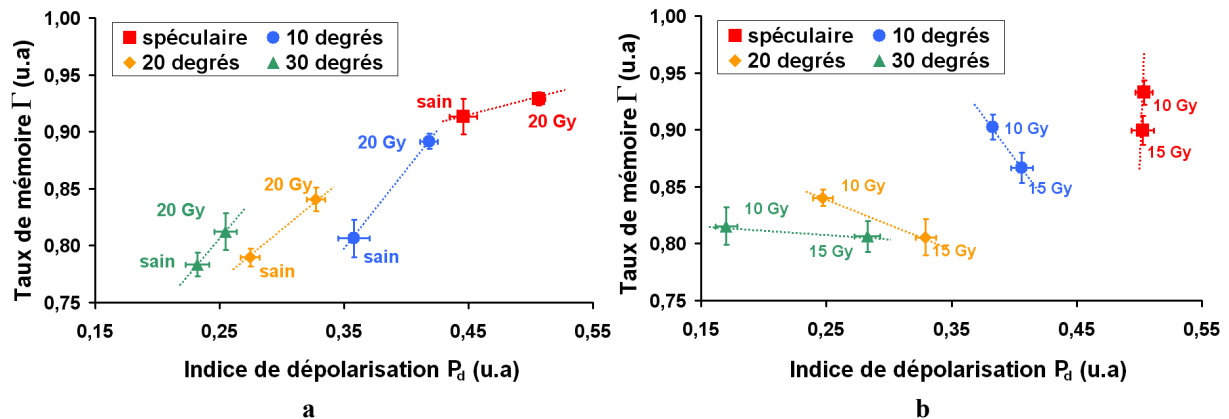


Figure VI.20 : Taux de mémoire en fonction de l'indice de dépolarisation.
Chaque point est la moyenne de 5 mesures sur le même échantillon.

Nous observons (**Figure VI.20.a**) que le meilleur contraste entre les échantillons sains et irradiés à 20 Gy est à 10° hors spéculaire. Ce résultat confirme les premières études, toutes effectuées à cette position. En effet, plus l'angle est important, plus le milieu dépolarise et plus il devient difficile de distinguer les échantillons puisque P_d s'approche de sa valeur limite (0) qui est la signature d'un milieu totalement dépolarisant. De plus, le comportement de l'échantillon sain indiquerait que la dynamique du taux de mémoire serait limitée.

Le comportement des échantillons à 10 et 15 Gy (**Figure VI.20.b**) est en contradiction avec les études précédentes. En effet, le premier (10 Gy) présente un indice de dépolarisation et un taux de mémoire respectivement plus faible et plus important que le second (15 Gy). Le comportement de l'échantillon irradié à 10 Gy à 30 jours est contraire aux études précédentes réalisées à 69 et 90 jours après exposition radiologique. Nous pouvons alors nous demander si ce phénomène ne serait pas lié à la dynamique de réparation de la peau. Des études histologiques et *in vivo* dans le temps permettraient certainement de comprendre cette réaction du tissu cutané pour de très faibles doses (en dessous de 15 Gy).

IV Conclusion

Il est possible d'utiliser la polarisation comme agent de contraste du syndrome cutané d'irradiation aiguë. Nous avons montré que l'indice de dépolarisation et le taux de mémoire de polarisation peuvent être utilisés comme agents de contraste du syndrome cutané d'irradiation aiguë et que ceux-ci varient avec la longueur d'onde et la position angulaire du détecteur.

Cependant, le choix de ces paramètres pour étudier des milieux fortement diffusants et donc dépolarisants (cas de la peau) implique de faire des compromis lors du choix de la longueur d'onde d'exploration et de l'angle de détection. En effet :

- Plus la longueur d'onde est proche de l'infrarouge, plus l'onde optique pénètre en profondeur dans le tissu étudié, mais par contre plus la dépolarisation engendrée est importante et plus il devient difficile d'avoir une bonne dynamique sur les paramètres de contraste.
- Plus l'angle de détection s'écarte du spéculaire, plus les photons arrivant sur le détecteur sont issus du volume et plus la dépolarisation engendrée est importante.

C'est pour cette raison que l'angle de détection optimal doit être compris entre 10° et 20°.

En appliquant l'algorithme du chapitre 4, nous avons également montré que la peau, qu'elle soit irradiée ou non, est un milieu qui présente à la fois du dichroïsme (effet de surface), de la biréfringence (configuration de réflexion) et une forte dépolarisation au caractère faiblement anisotrope. Par contre, le retard et la diatténuation ne peuvent pas être utilisés comme paramètres discriminants du syndrome cutané d'irradiation aiguë.

D'un point de vue biologique, il est toujours possible de discriminer un individu irradié d'un individu sain quelle que soit la date d'exposition à la condition que le taux d'irradiation soit strictement supérieur à 10 Gy. Pour de très faibles doses (<15 Gy), le comportement polarimétrique est difficile à interpréter.

Il faut toutefois noter qu'il est difficile de comparer les résultats obtenus entre les différentes expérimentations car les individus irradiés et la date d'exposition radiologique diffèrent. De plus, les doses d'irradiation données par les vétérinaires doivent être prises avec précaution car les valeurs fournies supposent que l'irradiation soit homogène sur toute la surface irradiée.

Les résultats que nous avons obtenus lors des diverses études sont confirmés par l'étude histologique menée par l'IRSN sur des biopsies de zones de peau irradiées **[6.3]**. Effectivement, cette étude a montré qu'il y a une modification structurelle de la peau (épaississement de l'épiderme, diminution de l'épaisseur du derme, remodelage de la matrice extracellulaire avec l'irradiation).

Dans le chapitre suivant, nous nous intéresserons à l'analyse polarimétrique du champ de speckle généré par des milieux diffusants composés de diffuseurs de différentes tailles (Rayleigh, Mie) afin d'expliquer pourquoi la peau et la plupart des tissus biologiques dépolarisent plus les états de polarisation circulaires que les états linéaires (diffusion typique de Rayleigh) bien que le facteur d'anisotropie g indique une diffusion de Mie (diffusion vers l'avant). Nous verrons ainsi que le taux de mémoire peut apporter une information concernant les modifications des diffuseurs (taille, concentration) avec l'augmentation de la dose d'irradiation.

Chapitre 7

Speckle et polarisation sur des milieux constitués de diffuseurs de différentes tailles

I	INTRODUCTION	175
II	SPECKLE, FIGURE D'INTERFERENCE	176
III	METHODOLOGIE EXPERIMENTALE	177
III.1	CARACTERISATION SPATIALE DU SPECKLE	177
III.2	DISPOSITIF EXPERIMENTAL	179
III.2.1	SOURCE	179
III.2.2	DETECTEUR	179
III.2.3	OPTIMISATION DE L'ACQUISITION	179
III.2.3.1	Temps d'acquisition de la caméra	179
III.2.3.2	Distance d'observation	180
III.2.3.3	Angle d'observation	180
III.2.4	TAILLE DES GRAINS DE SPECKLE	180
III.3	PROCEDURE EXPERIMENTALE	181
IV	APPLICATION SUR DIFFERENTS TYPES DE MILIEUX DIFFUSANTS	183
IV.1	MILIEUX PRESENTANT DES DIFFUSEURS DE TAILLE UNIQUE	183
IV.1.1	CHOIX DES MILIEUX DIFFUSANTS	183
IV.1.2	RESULTATS EXPERIMENTAUX	184
IV.1.2.1	DOP	185
IV.1.2.2	TGS	185
IV.1.2.3	Conclusion	186
IV.2	MILIEUX PRESENTANT UNE DISTRIBUTION DE TAILLE DES DIFFUSEURS	187
IV.2.1	CHOIX DES MILIEUX DIFFUSANTS	187
IV.2.2	A BASE DE BILLES CALIBREES	187
IV.2.2.1	DOP	188
IV.2.2.2	TGS	189
IV.2.3	A BASE DE LAIT	189
IV.2.4	EVOLUTIONS	189
IV.3	MILIEUX DIFFUSANTS : TISSUS BIOLOGIQUES	191
IV.4	APPLICATION AU SYNDROME CUTANE D'IRRADIATION AIGUË	192
V	CONCLUSION	194

I Introduction

Une autre voie d'investigation des milieux biologiques consiste à étudier le champ de speckle (ou tavelures) généré par le milieu lorsque celui-ci est éclairé par une lumière cohérente. En effet, l'analyse du champ de speckle généré par un milieu diffusant peut potentiellement apporter une quantité importante d'informations sur celui-ci : en l'absence de système imageant entre le milieu et le plan d'observation, les caractéristiques du speckle, comme la taille, le contraste, la polarisation et la dynamique des grains, sont autant de grandeurs qui sont dépendantes des propriétés de diffusion et de la dynamique du milieu **[7.1]**.

L'analyse de la dynamique des grains de speckle est depuis plusieurs années, l'objet d'un grand intérêt de la part de nombreuses équipes de recherche à travers le monde **[7.2]**, **[7.3]**, **[7.4]**, **[7.5]** puisqu'elle permet d'étudier le mouvement des centres diffuseurs de milieux diffusants. Citons par exemple les travaux au laboratoire de Y. PIEDERRIERE **[7.6]** qui a appliqué cette technique, dans le domaine de l'hématologie, au suivi de réactions de coagulation plasmatique. Il a montré qu'il est possible de mettre en évidence la dynamique de coagulation (mesure du temps de coagulation) grâce au suivi de l'agitation des grains de speckle au cours d'une réaction en mesurant les fluctuations temporelles d'intensité du champ de speckle.

Dans le cadre d'analyses *in vivo* du syndrome cutané radiologique, l'étude de la dynamique des grains de speckle pourrait donc permettre d'accéder à des informations concernant la vascularisation et l'irrigation des tissus.

Ce chapitre s'intéresse plutôt au couplage du speckle et de la polarisation. Dans le chapitre 6, nous avons vu qu'il est possible de distinguer polarimétriquement les échantillons sains et irradiés **[6.1]** mais il reste difficile de comprendre les raisons des modifications cutanées consécutives à une irradiation localisée ; l'idée est de remonter aux modifications des constituants de la peau à travers les propriétés de diffusion (μ_s , g) **[1.18]** de la peau (milieu fortement diffusant) en y associant la polarisation. Y. PIEDERRIERE **[7.7]** a montré, en transmission, que la taille des grains de speckle générés par des milieux faiblement diffusants (épais de plusieurs mm) est dépendante non seulement de μ_s mais également de la taille des centres diffuseurs (à travers g).

Nous avons essayé d'étendre ses travaux à des milieux diffusants plus denses en étudiant l'effet de la polarisation sur la taille des grains de speckle en réflexion diffuse. Outre le fait de pouvoir isoler la diffusion de volume de celle de la surface, l'analyse polarimétrique du champ de speckle peut potentiellement mettre en évidence les modifications structurales du milieu (compte tenu de l'influence de la taille des diffuseurs sur la taille et la polarisation des grains de speckle) et donc permettre de remonter aux modifications des propriétés structurales des tissus constituant la peau, qu'elle soit irradiée ou saine.

[7.1] Y. PIEDERRIERE, "Etude du speckle de milieux diffusants liquides. Application à la détermination de paramètres biophysiques", Thèse de Doctorat, Université de Bretagne Occidentale, Brest (2003).

[7.2] D. A. ZIMNYAKOV, J. D. BRIERS, V. V. TUCHIN, "Speckle technologies for monitoring and imaging of tissues and tissuelike phantoms", Chapitre 18 : Handbook of biomedical diagnostics, Valery V. Tuchin, Ed., SPIE press, Bellingham (2002).

[7.3] K. ISHII, T. IWAI, S. WADA, M. MIYAKOSHI, "Simultaneous viscometry and particle sizing on the basis of dynamic light scattering", Proc. SPIE **4263**, 112-121 (2001).

[7.4] D. A. BOAS, A. G. YODH, "Spatially varying dynamical properties of turbid media probed with diffusing temporal light correlation", J. O. S. A. A, vol. **14**, 192-215 (1997).

[7.5] J. D. BRIERS, G. RICHARDS, X. W. HE, "Capillary blood flow monitoring using laser speckle contrast analysis (LASCA)", Journal of Biomedical Optics, vol. **4**, 164-175 (1999).

[7.6] Y. PIEDERRIERE, J. CARIOU, Y. GUERN, G. LE BRUN, B. LE JEUNE, J. LOTRIAN, J-F. ABGRALL, M.T. BLOUCH, "Evaluation of blood plasma coagulation dynamics by speckle analysis", Journal of Biomedical Optics, vol. **9**, n° 2, 408-412 (2004).

[7.7] Y. PIEDERRIERE, J. CARIOU, Y. GUERN, B. LE JEUNE, G. LE BRUN, J. LOTRIAN, "Scattering through fluids : speckle", Optics Express, vol. **12**, n° 1, 176-188 (2004)

Dans ce chapitre, nous reviendrons tout d'abord sur la définition du speckle puis nous présenterons la méthodologie expérimentale qui permet de mesurer la taille des grains de speckle en rétrodiffusion pour différentes configurations polarimétriques. Nous validerons ensuite notre dispositif expérimental sur des milieux diffusants tests de complexité croissante (billes de polystyrène suivant différentes distributions de taille, lait, tissus biologiques) en commentant les résultats obtenus et leurs limitations. Finalement nous appliquerons cette approche expérimentale dans le cadre de l'étude du syndrome cutané d'irradiation aiguë.

II Speckle, figure d'interférence

Le phénomène optique de speckle est connu depuis très longtemps puisqu'il a tout d'abord été observé par Newton à travers la scintillation des étoiles [7.8]. Plus tard, au 19^{ème} siècle, plusieurs scientifiques se sont intéressés aux interférences en lumière diffusée. Ils étudiaient par exemple les anneaux de Fraunhofer produits par la diffraction d'une lumière partiellement cohérente par une lame de verre recouverte de particules. La statistique des grains de speckle présents dans l'anneau central de Fraunhofer a ensuite été étudiée au début du 20^{ème} siècle par Von Laue [7.9]. L'invention du laser dans les années 60, grâce à la lumière cohérente qu'il produit, a permis de développer fortement les applications du speckle ainsi que des études plus théoriques permettant de décrire le phénomène. Notons que beaucoup de ces travaux portent sur le speckle produit par des surfaces rugueuses [7.10], la rugosité étant définie par rapport à la longueur d'onde.

Lorsqu'une lumière cohérente éclaire de telles surfaces, on observe un aspect granulaire de la lumière diffusée, le "speckle" (ou tavelure), observée dans un plan P (Figure VII.1). En chaque point de la surface, la lumière incidente est diffractée dans toutes les directions et en tous points M, du plan d'observation P, interfèrent des ondelettes élémentaires provenant de chacun des points de la surface. L'amplitude résultante en M est la somme d'un grand nombre d'ondelettes cohérentes ayant chacune un module et une phase propres. L'amplitude résultante en M possède alors un module et une phase aléatoires. Par conséquent, la répartition de l'intensité lumineuse en chaque point du plan d'observation est également aléatoire, ce qui conduit à l'aspect granulaire du champ de speckle.

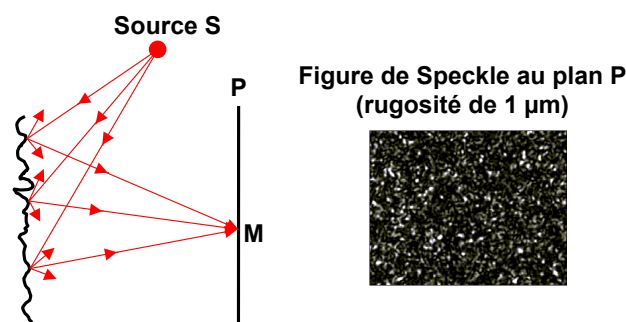


Figure VII.1 : Formation de speckle par une surface rugueuse.

Dans le cas des milieux diffusants, c'est l'interaction de l'onde optique avec les particules diffusantes qui provoque des différences de chemins optiques aléatoires et donc des états d'interférences aléatoires (Figure VII.2).

[7.8] I. NEWTON, Optiks (reprinted by Dover Press, New York 1952) Book I, part I, prop VIII, pro II (1730).

[7.9] M. VON LAUE, Sitzungsber. Kaiserd. Akad Wiss (Berlin) **44**, 1144 (1914).

[7.10] M. FRANÇON, Granularité laser, speckle, application en optique, Paris, New York, Barcelone, Milan : Masson (1978).

En généralisant, ces états d'interférences aléatoires sont générés par tout milieu présentant des fluctuations aléatoires d'indices de réfraction. Comme dans le cas de la surface rugueuse, au point M placé sur le plan d'observation P interfèrent des ondelettes ayant chacune leur module et leur phase propres.

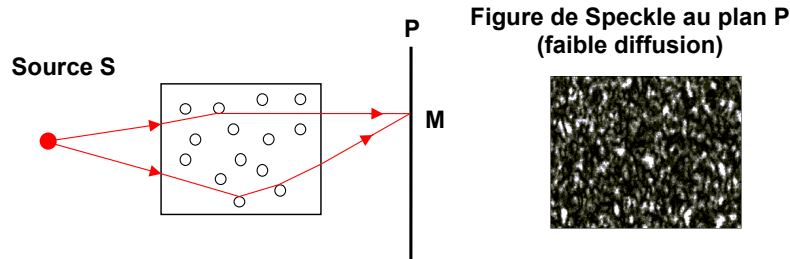


Figure VII.2 : Formation de speckle par un milieu diffusant.

Nous verrons plus loin que chaque grain de speckle définit un volume dans l'espace et possède donc trois dimensions. Les images de speckle correspondent donc à une coupe sur un plan d'observation donné. De plus, chaque grain possède une polarisation propre.

III Méthodologie expérimentale

Dans cette partie, nous présentons le dispositif expérimental et la procédure qui permettent d'analyser polarimétriquement la taille des grains de speckle.

III.1 Caractérisation spatiale du speckle

La taille des grains de speckle peut être estimée en calculant la fonction d'autocovariance normalisée de l'intensité du champ de speckle (**Figure VII.3**) obtenu dans le plan d'observation (x, y) . Cette fonction correspond à la fonction d'autocorrélation normalisée avec la base ramenée à zéro de l'intensité. Sa largeur à mi-hauteur donne alors une bonne estimation de la "largeur moyenne" des grains de speckle [7.11].

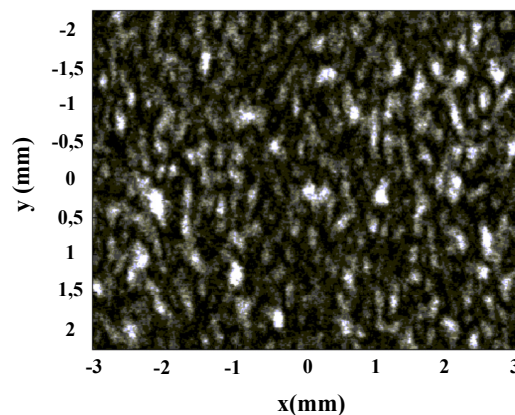


Figure VII.3 : Image de speckle à traiter.

[7.11] J. W. GOODMAN, "Statistical Properties of Laser Speckle Patterns", in Laser speckle and related phenomena, vol. 9 in series Topics in Applied Physics, J.C. Dainty, Ed., Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg New York Tokyo, (1984).

Si $I(x_1, y_1)$ et $I(x_2, y_2)$ sont les intensités associées à deux points du plan d'observation (x, y) , la fonction d'autocorrélation est définie de la façon suivante [7.11] :

$$R_I(\Delta x, \Delta y) = \langle I(x_1, y_1) I(x_2, y_2) \rangle \quad (\text{VII.1})$$

Avec $\Delta x = x_1 - x_2$ et $\Delta y = y_1 - y_2$ et $\langle \rangle$ la moyenne spatiale. Si $x_2 = 0$, $y_2 = 0$, $x_1 = x$ et $y_1 = y$, nous pouvons alors écrire :

$$R_I(\Delta x, \Delta y) = R_I(x, y) \quad (\text{VII.2})$$

L'expression de la fonction d'autocovariance normalisée $c_I(x, y)$ est alors donnée par :

$$c_I(x, y) = \frac{R_I(x, y) - \langle I(x, y) \rangle^2}{\langle I(x, y)^2 \rangle - \langle I(x, y) \rangle^2} \quad (\text{VII.2})$$

Dans cette étude, la fonction d'autocorrélation $R_I(x, y)$ (Figure VII.4) est calculée à partir du champ de speckle mesuré dans le plan d'observation (x, y) . C'est pourquoi, nous pouvons écrire $c_I(x, y)$ telle que [7.7] :

$$c_I(x, y) = \frac{\text{TF}^{-1} \left[\left| \text{TF} [I(x, y)] \right|^2 \right] - \langle I(x, y) \rangle^2}{\langle I(x, y)^2 \rangle - \langle I(x, y) \rangle^2} \quad (\text{VII.3})$$

Où TF est la transformée de Fourier. $c_I(x, 0)$ et $c_I(0, y)$ sont respectivement les profils horizontaux et verticaux de $c_I(x, y)$ (Figure VII.5).

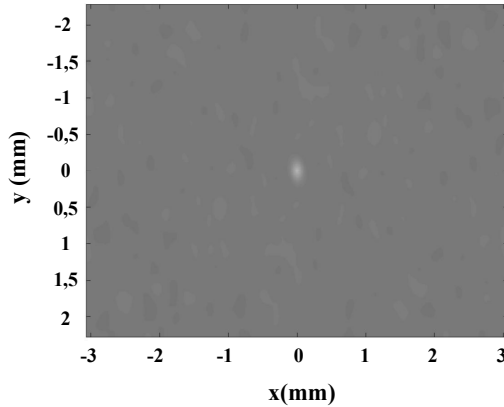


Figure VII.4 : Autocorrélation de speckle (non normalisée).

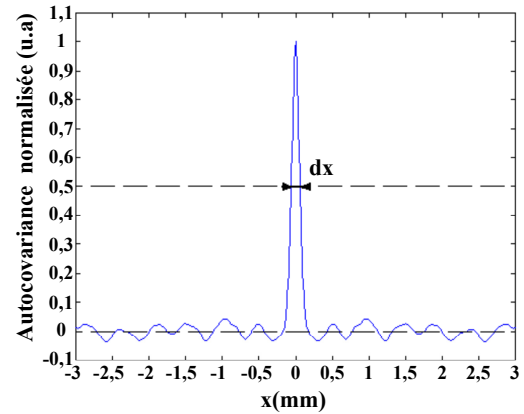


Figure VII.5 : $c_I(x,0)$ fonction d'autocovariance normalisée où dx est la largeur à mi-hauteur.

Nous notons dx et dy les largeurs à mi-hauteur respectives de $c_I(x, 0)$ et $c_I(0, y)$ telles que :

$$\begin{cases} c_I(dx/2, 0) = 0,5 \\ c_I(0, dy/2) = 0,5 \end{cases} \quad (\text{VII.4})$$

Il est alors possible de définir la taille du grain de speckle comme étant la largeur à mi-hauteur de la fonction d'autocovariance normalisée.

III.2 Dispositif expérimental

La figure VII.6 présente le dispositif expérimental.

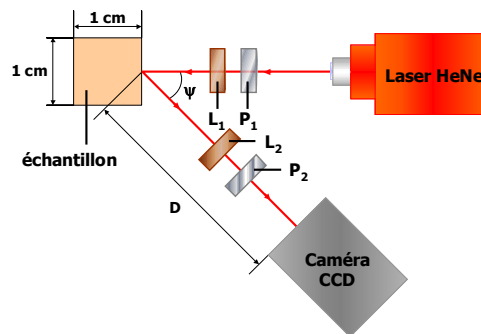


Figure VII.6 : Vue de dessus du dispositif expérimental.
 P_1 et P_2 sont des polariseurs, L_1 et L_2 sont des lames quart d'onde.
 Les dimensions des échantillons sont 1 x 1 x 4 cm.

III.2.1 Source

Le laser HeNe (7 mW) de longueur de cohérence 20 cm émet un faisceau polarisé linéairement à 632,8 nm. Le profil de ce faisceau a été mesuré : son profil est gaussien et son diamètre est de 1,12 mm à I_0/e^2 où I_0 est l'intensité maximum du laser.

III.2.2 Détecteur

Une caméra CCD (modèle MTV 1802 CB, Mintron) enregistre les images de speckle générées par le milieu diffusant en réflexion diffuse. Le speckle est enregistré selon un dispositif de propagation en espace libre où aucun système imageant n'est placé entre le milieu diffusant et la matrice de capteur CCD. Les dimensions d'une image sont de 288 x 768 pixels sachant que ceux-ci sont carrés de 8 μm de côté. Le signal analogique délivré par la caméra est numérisé sur 10 bits par une carte d'acquisition d'image (National Instrument), ce qui permet de mesurer l'intensité sur une échelle de niveaux de gris sur une plage de 0 à 1023.

III.2.3 Optimisation de l'acquisition

Il est nécessaire d'optimiser la réalisation de la prise d'images de speckle puisque lorsqu'elles sont issues de milieux diffusants, ses caractéristiques sont fortement dépendantes de plusieurs paramètres expérimentaux comme la distance et l'angle d'observation, le temps d'acquisition d'image. Il est donc nécessaire, au préalable, d'ajuster ces paramètres.

III.2.3.1 Temps d'acquisition de la caméra

Lors de l'enregistrement des images de speckle, il faut faire attention au mouvement brownien des particules du milieu diffusant. Ces déplacements induisent une agitation aléatoire du speckle (boiling speckle en anglais). L'échelle de temps des fluctuations d'intensité de la figure de speckle est donnée par le temps de corrélation. Pour éviter d'enregistrer un speckle "flou" (blurred speckle en anglais) [7.2], le temps d'acquisition de l'image doit être inférieur au temps de corrélation. Le temps de corrélation mesuré pour nos échantillons étant supérieur à 0,1 ms, nous avons utilisé une caméra dont le temps d'acquisition est variable suivant la plage (0,1–1/60 ms) qui enregistre une image pendant 0,1 ms.

III.2.3.2 Distance d'observation

Un grand nombre de grains de speckle doit être enregistré sur la caméra CCD pour une évaluation statistique correcte. Pour pouvoir observer les variations de l'intensité d'une image de speckle, il faut donc que la dimension de ces grains de speckle soit suffisamment grande par rapport au pixel. Nous avons estimé qu'il faut au minimum 7 pixels pour échantillonner le diamètre d'un grain, soit environ 50 pixels par grain de speckle **[7.12]**. Le paramètre qui nous permet facilement d'ajuster la taille du grain de speckle sur la matrice CCD est la distance D entre la surface du milieu étudié et la caméra. C'est pourquoi D a été fixé à 15 cm ici.

III.2.3.3 Angle d'observation

Le laser, l'échantillon et la caméra CCD constituant le dispositif expérimental ont été placé dans le même plan (horizontal) avec un angle ψ entre la caméra et l'axe optique (**Figure VII.6**). Cette valeur a été choisie égale à 45° afin de se placer en dehors de la zone de réflexion diffuse de surface d'échantillons comme la peau et de ne mesurer que les photons diffusés en volume.

III.2.4 Taille des grains de speckle

Dans ses précédentes études, Y. PIEDERRIERE a montré qu'en configuration de rétrodiffusion, la variation de l'angle ψ affecte, par effet de projection, la dimension horizontale du grain de speckle dx et que par contre, la dimension verticale dy est insensible à cet effet.

Considérons une zone diffusante éclairée de diamètre D_e sur la surface de l'échantillon.

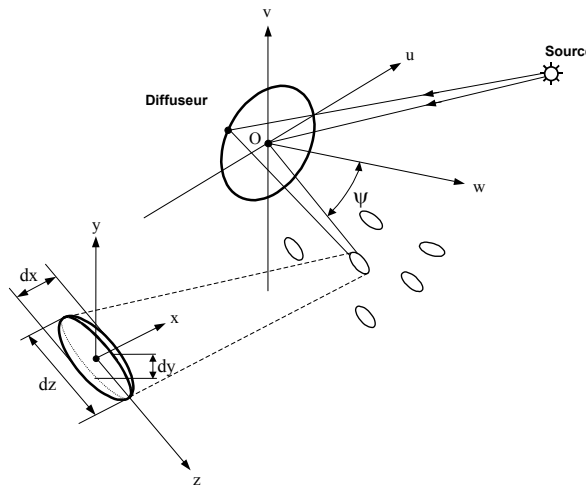


Figure VII.7 : Représentation des 3 dimensions d'un grain de speckle.

Dans ce cas, selon la configuration présentée **figure VII.6**, les dimensions transversales d'un grain à une distance d'observation D (distance échantillon diffusant – caméra CCD) sont **[7.13]** :

$$dy = \frac{1,22\lambda D}{D_e} \quad (\text{VII.5})$$

$$dx = \frac{1,22\lambda D}{D_e \cos(\psi)} \quad (\text{VII.6})$$

[7.12] T. L. ALEXANDER, J. E. HARVEY, A. R. WEEKS, "Average speckle size as a function of intensity threshold level: comparison of experimental measurements with theory", Applied Optics, vol. **33**, 8240-8250 (1994).

[7.13] Q. B. LI, F. P. CHIANG, "Three-dimensional of laser speckle", Applied Optics, vol. **31**, 6287-6291 (1992).

Où λ est la longueur d'onde de la source lumineuse. Nous pouvons interpréter qualitativement ces relations. Effectivement, dans le cas d'une surface diffusante, lorsque ψ augmente (**Figure VII.6**), la dimension horizontale de la surface éclairée paraît de plus en plus petite, par conséquent la dimension horizontale dx du grain augmente, alors que sa dimension verticale dy reste constante (entre 0 et 90°). De plus la taille des grains est proportionnelle à la distance d'observation.

C'est pourquoi, il convient de n'utiliser que dy comme paramètre caractéristique de la taille des grains de speckle. Nous avons donc disposé notre caméra CCD de telle sorte que le plus grand nombre de pixels se trouve suivant la direction verticale. Par la suite, nous noterons TGS (Taille de Grain de Speckle) la dimension verticale dy .

III.3 Procédure expérimentale

Le milieu étudié est illuminé successivement par un faisceau laser (1,12 mm de diamètre) polarisé linéairement et circulairement. MORGAN et RIDGWAY [6.11] ont établi (**Figure VII.8**) que si le faisceau incident est polarisé linéairement, la lumière en sortie du milieu est composée d'un mélange de photons ayant des propriétés polarimétriques différentes :

- Certains d'entre eux ont gardé leur état de polarisation initial à cause du faible nombre d'événements de diffusion rencontrés,
- tandis que d'autres présentent une polarisation aléatoire suite à un grand nombre d'événements de diffusion.

Par ailleurs, un milieu éclairé par un faisceau incident polarisé circulairement fournit trois types de photons :

- Certains subissent un retournement de polarisation par réflexion (identique à un miroir, transformation d'une circulaire gauche en une circulaire droite et vice versa) pour un nombre d'interactions faibles (proche du point d'illumination),
- d'autres préservent leur état de polarisation initial en subissant des diffusions majoritairement vers l'avant et en ne modifiant pas de façon importante la polarisation (plus éloigné du point d'illumination)
- et les derniers sont dépolarisés par la multiple diffusion (quand le nombre d'interaction augmente, l'état initial préservé est dépolarisé).

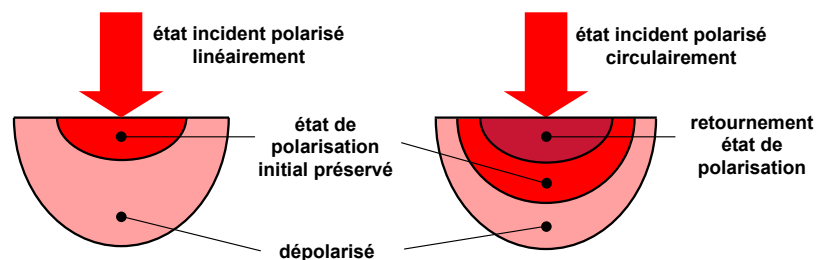


Figure VII.8 : Différents types de photons émergents du milieu diffusant pour un état de polarisation incident linéaire et circulaire [6.11].

Pour chaque échantillon étudié, le paramètre TGS (taille des grains de speckle) a été mesuré dans quatre configurations de codage et d'analyse polarimétriques :

- Le faisceau incident étant polarisé linéairement et verticalement via le polariseur P_1 , nous enlevons les lames quart d'onde. Lorsque le polariseur P_2 est parallèle à P_1 , nous mesurons TGS_{\parallel} (**Figure VII.9.a**) tandis que pour P_1 et P_2 perpendiculaires, la taille (verticale) des grains de speckle mesurée est notée TGS_{\perp} (**Figure VII.9.b**).

• Les lames quart d'onde permettent de réaliser le codage polarimétrique circulaire (axes neutres à 45° de l'axe du polariseur). Lorsque le polariseur de sortie P_2 est parallèle à celui d'entrée P_1 , TGS_C^{\parallel} est mesuré (**Figure VII.9.c**) tandis que pour P_1 et P_2 perpendiculaires, la taille des grains de speckle mesurée est alors notée TGS_C^{\perp} (**Figure VII.9.d**).

Quelles que soient les conditions expérimentales, les valeurs de TGS sont données avec une précision de 0,1 μm .

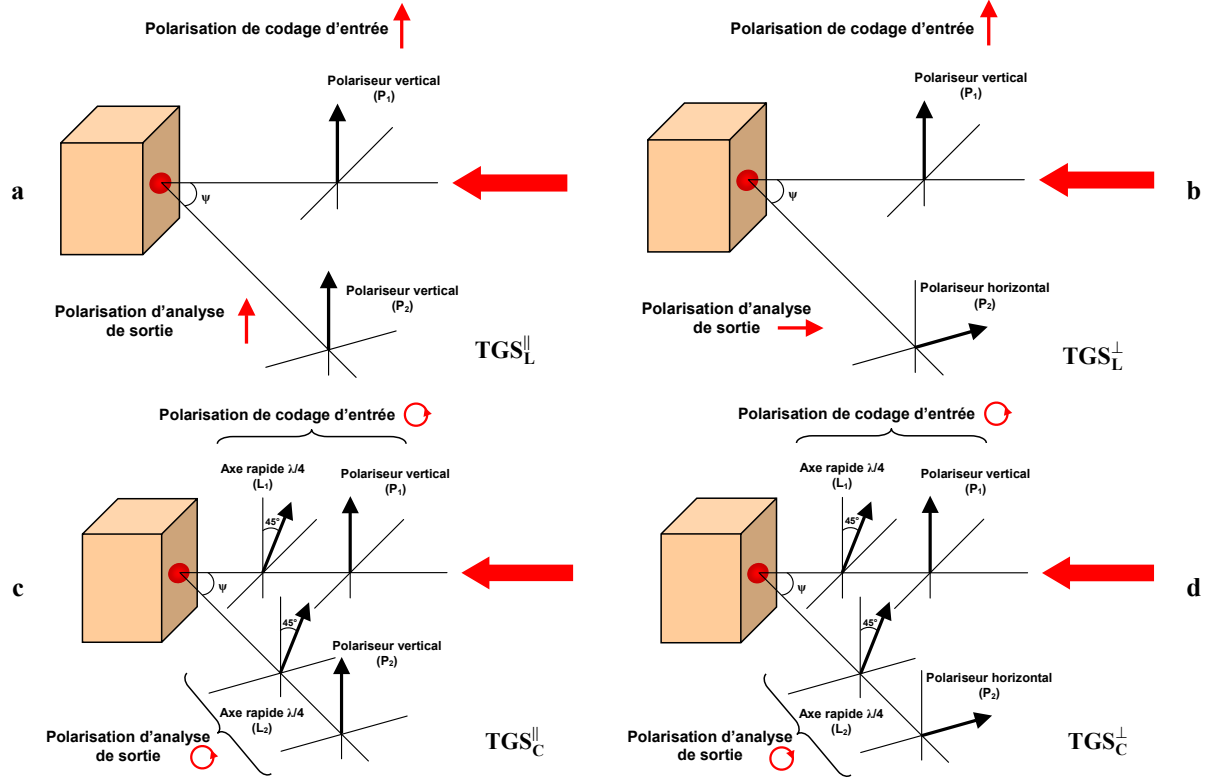


Figure VII.9 : Codage et analyse polarimétriques pour l'obtention des différentes figures de speckle (TGS correspond à la taille verticale des grains de speckle).

a : TGS_L^{\parallel} ; b : TGS_L^{\perp} ; c : TGS_C^{\parallel} ; d : TGS_C^{\perp} .

Un de nos objectifs étant de comparer les résultats obtenus pour les différents échantillons, nous avons calculé les degrés de polarisation linéaire et circulaire respectivement notés DOP_L (VII.7) et DOP_C (VII.8). Ces paramètres ne correspondent pas à P_L (VI.7) et P_C (VI.8) introduits lors de l'étude polarimétrique présentée au chapitre 6 mais leurs comportements qualitatifs sont similaires. Ces deux paramètres sont obtenus à partir des intensités moyennes calculées sur les quatre figures de speckle selon les relations :

$$DOP_L = \frac{I_L^{\parallel} - I_L^{\perp}}{I_L^{\parallel} + I_L^{\perp}} \quad (\text{VII.7})$$

$$DOP_C = \frac{I_C^{\parallel} - I_C^{\perp}}{I_C^{\parallel} + I_C^{\perp}} \quad (\text{VII.8})$$

Où I_L^{\parallel} , I_L^{\perp} , I_C^{\parallel} et I_C^{\perp} sont les intensités moyennes des figures de speckle mesurées par la caméra CCD suivant les différentes configurations expérimentales décrites sur la **figure VII.9**. DOP_L et DOP_C ont été déterminés avec une précision de 1%.

Lorsque nous étudions, en configuration de réflexion, l'état de polarisation des photons émergeant du milieu, il est particulièrement intéressant d'utiliser le degré de polarisation circulaire (DOP_C) puisque :

- $DOP_C > 0$ indique que la plupart de ces photons ont maintenu leur état de polarisation incident.
- $DOP_C < 0$ indique que la plupart de ces photons ont subi un retournement de polarisation (effet miroir : dans le cas d'un miroir parfait $DOP_C = -1$).

IV Application sur différents types de milieux diffusants

Avant d'utiliser ce dispositif expérimental sur des tissus biologiques, il convient de le tester sur des milieux diffusants plus simples dont la complexité sera croissante.

IV.1 Milieux présentant des diffuseurs de taille unique

Dans un premier temps, nous avons testé notre dispositif expérimental sur des milieux diffusants dont les diffuseurs sont de taille unique. Dans ce cas, il est assez simple de contrôler les caractéristiques de diffusion (μ_s , g) et d'absorption (μ_a) de manière à se rapprocher de celles de milieux biologiques réels.

IV.1.1 Choix des milieux diffusants

Nous avons choisi des milieux diffusants à base de billes calibrées dont la taille et l'indice de réfraction sont connues avec précision. Dans le cas présent il s'agit de solutions aqueuses (eau déionisée) de microsphères de polystyrène (Polyscience Inc) de différents diamètres (0,20, 1,44 et 3,17 μm) qui sont de l'ordre de grandeur des diffuseurs biologiques (Chapitre 1).

Les paramètres μ_a , μ_s de ces milieux sont ajustables en changeant la concentration des particules diffusantes, par dilution avec de l'eau déionisée. La longueur d'onde de la source laser étant choisie dans la fenêtre thérapeutique, le coefficient d'absorption peut être négligé par rapport au coefficient de diffusion.

Dans sa thèse, Y. PIEDERRIERE a déterminé les propriétés optiques des microsphères de polystyrène de 0,20, 1,44 et 3,17 μm [7.1]. Le **tableau VII.1** donne les coefficients de diffusion mesurés, avec une précision de 5%, en fonction de la concentration c des diffuseurs pour chaque solution de microsphères. Ceux-ci ont été déterminés en utilisant la loi de Beer-Lambert (I.3) en régime de diffusion simple [7.14] puisque μ_a peut être négligée à la longueur d'onde utilisée (633 nm).

d (μm)	μ_s (cm^{-1})	g
0,20	1,8 c	0,323
1,44	9,3 c	0,928
3,17	2,2 c	0,826

Tableau VII.1 : Coefficients de diffusion de microsphères de polystyrène (mesurés) et facteurs d'anisotropie calculés avec la théorie de Mie.

[7.14] N. L. SWANSON, B. D. BILLARD, T. L. GENNARO, "Limits of optical transmission measurements with application to particle sizing techniques", Applied Optics, vol. **38**, 5887-5893 (1999).

Le facteur d'anisotropie g a été calculé à partir de simulations de Monte Carlo [7.1] (théorie de Mie), les indices des sphères et du milieu étant respectivement 1,59 et 1,33. Nous rappelons que $g=1$ correspond à une diffusion totale vers l'avant et $g=0$ décrit une diffusion symétrique.

Les indicatrices de diffusion parallèle (pointillé) et perpendiculaire (plein) au plan de diffusion sont représentées ci-dessous pour les trois diffuseurs utilisés (Figure VII.10). Les billes de 1,44 et 3,17 μm présentent une diffusion vers l'avant tandis que celles de 0,20 μm ont un comportement plus symétrique.

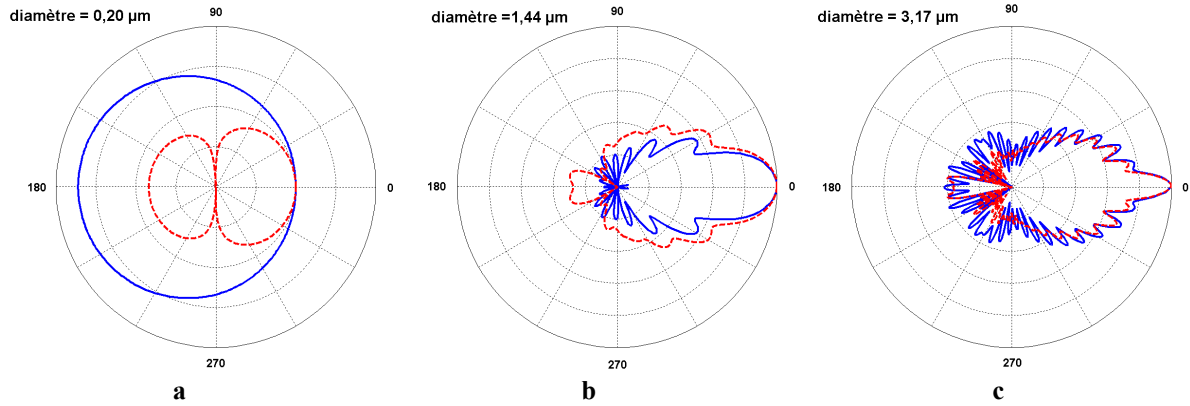


Figure VII.10 : Indicatrices de diffusions de nos trois microsphères de polystyrène calculées d'après la théorie de Mie.
a : 0,20 μm , b : 1,44 μm , c : 3,17 μm .

traits pleins : états polarisés perpendiculaires au plan de diffusion,
traits pointillés parallèles au plan de diffusion.

Généralement [7.15], les diffuseurs sont dits :

- De faible dimension lorsque $g \leq 0,3$ (Figure VII.10.a).
- De grande dimension lorsque $g \geq 0,7$ (Figure VII.10.b,c).

Dans cette étude, à 633 nm, les billes de 0,2 μm sont considérées comme des petits diffuseurs tandis que les autres sont des grands diffuseurs.

IV.1.2 Résultats expérimentaux

Le tableau VII.2 présente les tailles de grains de speckle et les degrés de polarisation linéaire et circulaire obtenus sur les échantillons de billes calibrées (0,20 et 1,44 μm) que nous venons de présenter. Les mesures ont été réalisées pour deux μ_s différents. Le coefficient de diffusion réduit $\mu'_s = \mu_s(1-g)$ (I.6) est également donné à titre indicatif.

Milieu	Echantillon	μ_s (cm^{-1})	g	μ'_s (cm^{-1})	TGS_L^{\parallel}	TGS_L^{\perp}	TGS_C^{\perp}	TGS_C^{\parallel}	DOP_L	DOP_C
1	0,20 μm	42	0,323	28,4	48,4	33,7	42,6	35,7	0,10	-0,07
2	0,20 μm	140	0,323	94,7	61,0	46,3	59,1	51,9	0,09	-0,04
3	1,44 μm	140	0,928	10,0	30,6	28,5	29,0	30,1	0,00	0,23
4	1,44 μm	930	0,928	66,9	46,3	43,9	39,8	48,6	0,00	0,14

Tableau VII.2 : TGS en μm et degrés de polarisation pour tous les échantillons élaborés à partir de billes de polystyrène diluées dans de l'eau déionisée.

[7.15] N. GHOSH, A. H. S. PATEL, P. K. GUPTA, "Depolarization of light in tissues phantoms effect of a distribution in the size of scatterers", Optics Express, vol. 11, 2198-2205 (2003).

IV.1.2.1 DOP

L'analyse de ces quatre milieux est présentée dans le tableau ci-dessous :

Milieu	Echantillon	DOP_C	Comparaison DOP_C et DOP_L	régime de diffusion
1, 2	0,20 μm	$DOP_C < 0$	$DOP_C < DOP_L$	Rayleigh
3, 4	1,44 μm	$DOP_C > 0$	$DOP_C > DOP_L$	Mie

Tableau VII.3 : Comportement des degrés de polarisation des milieux diffusants 1,2 ,3 et 4 composés uniquement de petits et grands diffuseurs.

Les résultats en degré de polarisation sont confirmés par MORGAN [6.11]. En effet :

- Dans le cas de milieux diffusants composés uniquement de grandes particules (3 et 4), la diffusion se fait préférentiellement vers l'avant, cas typique du régime de diffusion de Mie. Les états de polarisation circulaire sont moins dépolarisés que les états de polarisation linéaire.
- Dans le cas de milieux diffusants composés uniquement de petites particules (1 et 2), la lumière est diffusée avec une probabilité équivalente (isotropie) dans toutes les directions (diffusion de Rayleigh), les états de polarisation linéaires sont plus favorisés. Dans ce cas, les états de polarisation linéaire sont moins affectés par la rétrodiffusion qui retourne le sens de rotation des états de polarisation circulaire et qui les dépolarise plus rapidement [6.11], [6.8].

De plus, pour un même échantillon, plus le coefficient de diffusion est important, plus le milieu dépolarise.

Remarque :

Les travaux de HIELSCHER [7.16] montrent un comportement polarimétrique différent dans le cas de milieux faiblement diffusants. En effet, lorsque les diffuseurs sont de petites tailles (par rapport à la longueur d'onde), il est possible d'observer [7.16] que DOP_C est positif et que $DOP_C > DOP_L$. De la même façon, lorsque la taille des diffuseurs est grande (par rapport à la longueur d'onde), DOP_C est négatif. Ces résultats expérimentaux ont été modulés par MORGAN [6.11] puisqu'il a montré, pour des diffuseurs de grande taille, que DOP_C est négatif lorsque la diffusion est faible et qu'il devient positif avec l'augmentation de μ_s . Toutefois, il faudrait envisager d'autres études pour expliquer cette inversion de comportement polarimétrique avec l'augmentation du coefficient de diffusion μ_s .

IV.1.2.2 TGS

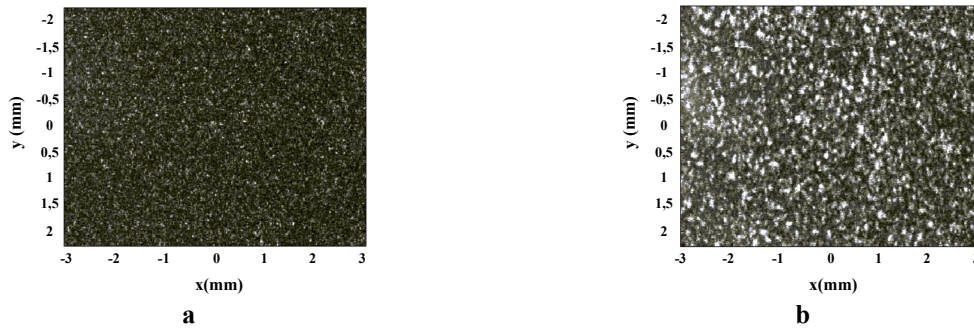
Intéressons-nous maintenant à la taille des grains de speckle obtenus sur ces quatre milieux. L'analyse du **tableau VII.2** montre que la taille des grains de speckle dépend à la fois du coefficient de diffusion μ_s et du facteur d'anisotropie g .

En effet, pour un codage polarimétrique donné en configuration de rétrodiffusion, TGS augmente lorsque :

- Le coefficient de diffusion est plus important (Comparaisons 1 et 2 ou 3 et 4).
- Le facteur d'anisotropie g diminue (Comparaisons 3 et 2).

La **figure VII.11** illustre les figures de speckle obtenues, en configuration linéaire et parallèle pour les milieux 2 et 3 qui correspondent respectivement aux billes de 0,20 et 1,44 μm , pour un même coefficient de diffusion. Nous observons que $TGS_{\parallel}^{\parallel}(0,20 \mu\text{m}, \text{milieu } 2)$ est clairement supérieur à $TGS_{\parallel}^{\parallel}(1,44 \mu\text{m}, \text{milieu } 3)$. En effet $g(0,20 \mu\text{m}) < g(1,44 \mu\text{m})$.

[7.16] A. H. HIELSCHER, A. A. EICK, J. R. MOURANT, D. SHEN, J. P. FREYER, I. J. BIGIO, "Diffuse backscattering Mueller matrices of highly scattering media", Optics Express, vol. 1, n° 13, 441-453 (1997).



**Figure VII.11 : Figures de speckle générées en polarisation linéaire et parallèle ($\mu_s=140 \text{ cm}^{-1}$) par :
a : les microsphères de 1,44 μm , b : les microsphères de 0,20 μm .**

L'analyse des quatre milieux nous permet également de tirer les conclusions présentées dans le tableau ci-dessous :

Milieu	Echantillon	TGS_C	TGS_L	régime de diffusion
1, 2	0,20 μm	$\text{TGS}_C^\perp > \text{TGS}_C^\parallel$	$\text{TGS}_L^\parallel > \text{TGS}_L^\perp$	Rayleigh
3, 4	1,44 μm	$\text{TGS}_C^\perp < \text{TGS}_C^\parallel$		Mie

Tableau VII.4 : Comportement des tailles de grains de speckle des milieux diffusants 1,2,3 et 4 composés uniquement de petits et grands diffuseurs.

La comparaison des tailles de grains permet de renseigner sur la taille des diffuseurs (uniques) lorsque le coefficient de diffusion du milieu étudié est inconnu :

- $\text{TGS}_C^\perp < \text{TGS}_C^\parallel$ indique que les diffuseurs sont de grandes tailles (diffusion de Mie).
- $\text{TGS}_C^\perp > \text{TGS}_C^\parallel$ indique que les diffuseurs sont de petites tailles (diffusion de Rayleigh).

Remarque :

La partie dépolarisée étant plus étalée spatialement, la taille des grains de speckle associée est plus petite, ce qui est conforté par les résultats expérimentaux :

- Pour les milieux 3 et 4 (diffusion de Mie, grands diffuseurs), les analyses parallèles et perpendiculaires renseignent respectivement sur la partie polarisée et dépolarisée puisqu'il n'y a pas de retournement de polarisation ($\text{TGS}_C^\parallel > \text{TGS}_C^\perp$ et $\text{TGS}_L^\parallel > \text{TGS}_L^\perp$).
- Pour les milieux 1 et 2 (diffusion Rayleigh, petits diffuseurs), les analyses parallèles en linéaire et perpendiculaires en circulaire renseignent sur la partie polarisée puisqu'il y a seulement retournement de polarisation des états circulaires (et non rectilignes) ($\text{TGS}_C^\perp > \text{TGS}_C^\parallel$ et $\text{TGS}_L^\parallel > \text{TGS}_L^\perp$).

IV.1.2.3 Conclusion

Sur des solutions constituées de diffuseurs de taille unique, les résultats obtenus en DOP et en TGS sont corrélés et identifient le régime de diffusion. En effet, dans le cas des petits diffuseurs (billes de 0,20 μm), la valeur de DOP_C négative et le fait que TGS_C^\perp soit supérieur à TGS_C^\parallel indiquent tous les deux un retournement du sens de rotation de l'état de polarisation circulaire.

IV.2 Milieux présentant une distribution de taille des diffuseurs

GHOSH [7.15] a montré expérimentalement, en transmission, que la dépolarisation engendrée par la traversée d'un milieu contenant des diffuseurs de différentes tailles (Mie, Rayleigh) diffère de celle d'un milieu où les diffuseurs sont de taille unique pour les mêmes facteurs d'anisotropie g (I.5) et coefficients de diffusion μ_s (I.3).

Ce comportement pourrait expliquer les résultats obtenus sur la peau avec le taux de mémoire de polarisation Γ (Chapitre 6) : la peau dépolarise plus les états de polarisation circulaires que les états linéaires (diffusion typique de Rayleigh) bien que le facteur d'anisotropie g indique une diffusion de Mie (diffusion vers l'avant).

Pour pouvoir vérifier cette hypothèse, nous devons faire la même étude en rétrodiffusion puisque les études polarimétriques (Chapitre 6) ont été réalisées dans cette configuration.

IV.2.1 Choix des milieux diffusants

Afin de tester le comportement polarimétrique de milieux diffusants présentant une variation de taille de diffuseurs, nous choisissons de préparer deux échantillons à partir des billes de 0,20 et 1,44 μm (Tableau VII.1).

En ajustant la concentration de chacune de ces solutions de manière à obtenir le même coefficient de diffusion μ_s , nous obtenons :

- Le mélange 1:1 lorsqu'il y a autant de billes de 0,20 et 1,44 μm (en volume) : pour 1 volume (à $\mu_s=140 \text{ cm}^{-1}$) de billes de 0,20 μm est ajouté 1 volume (à $\mu_s=140 \text{ cm}^{-1}$) de billes de 1,44 μm . Dans ce cas $g=0,676$.
- Le mélange 1:5 lorsqu'il y a 5 fois moins de billes de 0,20 μm que de 1,44 μm (en volume). Dans ce cas $g=0,851$.

Nous étudierons également les propriétés de 3 types de lait (entier, demi-écrémé, écrémé) puisqu'ils sont constitués de particules de dimensions différentes.

En effet, le lait, avant stérilisation à ultra haute température (UHT) est constitué de particules de matières grasses (0,5 à 20 μm), de micelles de caséines (0,02 à 0,03 μm) et de molécules protéiniques. Le traitement UHT fractionne les larges globules gras, ce qui modifie donc la répartition des tailles des particules diffusantes. Dans le cas du lait UHT écrémé, celui-ci contient essentiellement des protéines dont la répartition varie de 0,02 à 1 μm . Le lait demi-écrémé présente beaucoup plus de matières grasses que le lait écrémé. C'est pourquoi, l'écémage des grosses particules entraîne des propriétés de diffusion différentes selon le type de lait. Là aussi, le coefficient de diffusion est mesuré en fonction de la concentration du lait dilué dans de l'eau déionisée et en régime de simple diffusion (Tableau VII.5).

lait	$\mu_s (\text{cm}^{-1})$
entier	3,00 c
demi-écrémé	1,40 c
écrémé	0,42 c

Tableau VII.5 : Coefficients de diffusion du lait mesurés.

IV.2.2 A base de billes calibrées

Intéressons-nous dans un premier temps aux résultats polarimétriques obtenus pour l'échantillon composé de billes de polystyrène de 3,17 μm (milieu 6) et aux deux mélanges (milieux 5 et 7) réalisés à partir des billes de diamètre 0,20 et 1,44 μm (Tableau VII.3).

Notons que les milieux 6 et 7 sont ajustés de manière à présenter des propriétés de diffusion similaires (même g , même μ_s). Comme précédemment, le coefficient de diffusion réduit μ'_s est également donné.

Milieu	Echantillon	μ_s (cm ⁻¹)	g	μ'_s (cm ⁻¹)	TGS_L^{\parallel}	TGS_L^{\perp}	TGS_C^{\perp}	TGS_C^{\parallel}	DOP_L	DOP_C
5	Mélange (1:1)	140	0,676	45,3	52,1	39,5	48,8	43,4	0,07	-0,03
6	3,17 μm	140	0,826	24,3	35	32,6	31,2	37,3	0,00	0,19
7	Mélange (1:5)	140	0,851	20,8	42,3	33,5	39,3	36,2	0,06	-0,01

Tableau VII.6 : TGS en μm et degrés de polarisation pour tous les échantillons élaborés à partir de billes de polystyrène diluées dans de l'eau déionisée.

L'échantillon noté (1 :1) correspond à un mélange où il y a autant de billes de 0,20 et 1,44 μm (en volume) et celui noté mélange (1:5) possède 5 fois moins de billes de 0,20 μm que de 1,44 μm (en volume).

IV.2.2.1 DOP

L'analyse des trois milieux (5, 6 et 7) est présentée dans le **tableau VII.7**.

Milieu	Echantillon	DOP_C	Comparaison DOP_C et DOP_L	régime de diffusion
5	Mélange (1:1)	$DOP_C < 0$	$DOP_C < DOP_L$	Caractéristique de Rayleigh
6	3,17 μm	$DOP_C > 0$	$DOP_C > DOP_L$	Mie
7	Mélange (1:5)	$DOP_C < 0$	$DOP_C < DOP_L$	Caractéristique de Rayleigh

Tableau VII.7 : Comportement des degrés de polarisation des milieux diffusants 5,6 et 7.

Bien que les milieux 6 et 7 possèdent des propriétés de diffusion similaires (même g , même μ_s), ils ne présentent pas le même comportement polarimétrique. En effet, pour les billes de polystyrène 3,17 μm (milieu 6) (**Tableau VII.7**) DOP_C est positif et supérieur à DOP_L (comportement prévisible pour des grandes particules) tandis que le mélange 1:5 (milieu 7) indique que DOP_C est négatif et inférieur à DOP_L .

Le résultat obtenu pour le milieu 6 est prévisible puisqu'il est constitué uniquement de grandes particules (comme pour les milieux 3 et 4 : **Tableau VII.4**). Par contre le résultat obtenu pour le milieu 7, constitué en majorité de grands diffuseurs (en volume), semble plus surprenant. En effet, bien que le facteur d'anisotropie g de ce dernier montre une diffusion vers l'avant caractéristique des grands diffuseurs, les DOP indiquent un comportement typique de petits diffuseurs (milieux 1 et 2 : **Tableau VII.4**).

De plus, nous observons le même comportement polarimétrique pour les milieux 5 et 7.

Les résultats observés sur les solutions constituées de mélange de diffuseurs (milieux 5 et 7) sont en accord avec ceux reportés par GOSH **[7.15]** dont nous rappelons que les mesures expérimentales ont été réalisées en transmission. GOSH a montré que le comportement polarimétrique de la lumière dans un milieu contenant des diffuseurs de différentes tailles est différent de celui composé de grands diffuseurs bien qu'ils présentent des valeurs similaires pour g et μ_s . En effet, le comportement polarimétrique des milieux constitués de mélange de diffuseurs est gouverné par les petits diffuseurs (régime de diffusion caractéristique de Rayleigh) bien que ce soit les grands diffuseurs qui contribuent majoritairement au facteur d'anisotropie g et au coefficient de diffusion μ_s .

IV.2.2.2 TGS

De la même manière, l'analyse de la taille des grains de speckle mesurée dans le cas des milieux 5, 6 et 7 est récapitulée dans le **tableau VII.8**.

Milieu	Echantillon	TGS_C	TGS_L	régime de diffusion
5	Mélange (1:1)	$TGS_C^\perp > TGS_C^\parallel$	$TGS_L^\parallel > TGS_L^\perp$	Caractéristique de Rayleigh
6	3,17 μm	$TGS_C^\perp < TGS_C^\parallel$		Mie
7	Mélange (1:5)	$TGS_C^\perp > TGS_C^\parallel$		Caractéristique de Rayleigh

Tableau VII.8 : Comportement des tailles de grain de speckle des milieux diffusants 5, 6 et 7.

Comme pour les degrés de polarisation (**Tableau VII.7**), nous observons des différences entre les milieux 6 et 7 bien qu'ils présentent des propriétés similaires de diffusion (**Tableau VII.8**). En effet, pour le milieu 6 constitué des billes de 3,17 μm , TGS_C^\perp est inférieure à TGS_C^\parallel (comportement caractéristique de grandes particules) tandis que le milieu 7 (mélange 1:5), constitué en majorité des diffuseurs de 1,44 μm , donne le résultat inverse (comportement caractéristique de petites particules).

C'est pourquoi, si deux milieux diffusants diffèrent dans leur distribution de taille de diffuseurs, ceux-ci peuvent générer des figures de speckle différentes (TGS et DOP différents) bien que leurs coefficients de diffusion et d'anisotropie soient identiques.

IV.2.3 A base de lait

Le **tableau VII.9** donne les tailles de grain de speckle (TGS_L^\parallel , TGS_L^\perp , TGS_C^\perp et TGS_C^\parallel) et les degrés de polarisation dans le cas d'échantillons de lait écrémé, demi-écrémé et entier qui ont été préparés de telle sorte à présenter le même coefficient de diffusion.

Milieu	lait	TGS_L^\parallel	TGS_L^\perp	TGS_C^\perp	TGS_C^\parallel	DOP_L	DOP_C
8	écrémé	44,6	31,3	39,6	32,1	0,08	-0,08
9	demi-écrémé	37,5	27,8	31,9	28,5	0,05	-0,04
10	entier	33,0	26,8	30,0	27,2	0,04	-0,02

Tableau VII.9 : TGS en μm pour différents laits présentant le même coefficient de diffusion ($\mu_s=42 \text{ cm}^{-1}$).

Quel que soit le type de lait, les petites particules de caséine conduisent au résultat suivant :

- $DOP_C < 0$.
- $TGS_C^\perp > TGS_C^\parallel$.

Bien que μ_s soit identique pour les trois types de lait ($\mu_s=42 \text{ cm}^{-1}$), plus le lait est écrémé, plus les grains de speckle sont grands. En effet, une concentration élevée de grande particule réduit la taille des grains de speckle conformément aux résultats expérimentaux obtenus pour des mélanges de petites et de grandes microsphères (milieux 5 et 7, **Tableau VII.6**).

IV.2.4 Evolutions

Intéressons-nous maintenant aux évolutions des TGS et des DOP en fonction des propriétés de diffusion. La **figure VII.12** illustre les variations de taille des grains de speckle et des degrés de polarisation en fonction du coefficient de diffusion μ_s dans le cas du lait demi-écrémé.

Nous pouvons constater que la taille des grains de speckle est plus sensible aux variations de μ_s que le degré de polarisation. En effet les TGS augmentent avec le coefficient de diffusion (Figure VII.12.a) tandis que les DOP ne présentent pas d'évolution significative lorsque μ_s augmente (Figure VII.12.b).

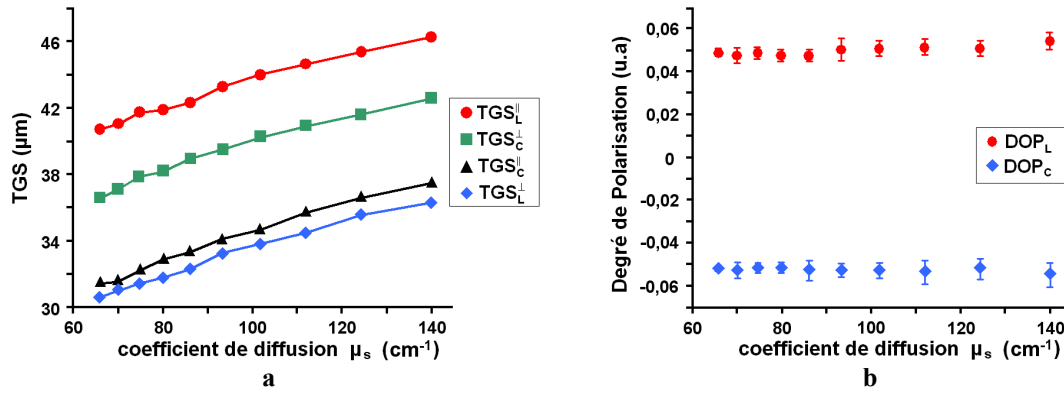


Figure VII.12 : Evolution, en fonction du coefficient de diffusion pour du lait demi-écrémé, de a :TGS, b : degrés de polarisation.

Nous choisissons alors de poser les relations suivantes :

$$\Delta TGS_L = TGS_L^{\parallel} - TGS_L^{\perp} \quad (\text{VII.7})$$

$$\Delta TGS_C = TGS_C^{\parallel} - TGS_C^{\perp} \quad (\text{VII.8})$$

La figure VII.13 représente l'évolution de ΔTGS_L en fonction du coefficient de diffusion dans le cas du lait demi-écrémé et met en évidence de légères fluctuations aléatoires compte tenu des barres d'erreurs. C'est pourquoi, nous pouvons déduire qu'une variation du coefficient de diffusion n'a pas d'effet sur ΔTGS_L simplement parce qu'elle dépend de la distribution des tailles de diffuseur. Ce comportement est confirmé par le cas des microsphères de $0,2 \mu\text{m}$ à $\mu_s=42 \text{ cm}^{-1}$ et $\mu_s=140 \text{ cm}^{-1}$ ($\Delta TGS_L = 14,7 \mu\text{m}$) (Tableau VII.2).

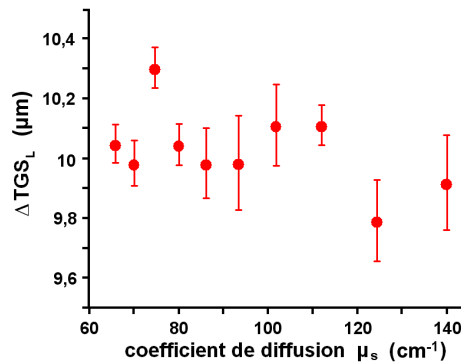


Figure VII.13 : Variations de ΔTGS_L en fonction du coefficient de diffusion pour du lait demi-écrémé.

Dans le cas des échantillons qui contiennent des diffuseurs de différentes tailles (lait et mélange de billes de polystyrène), le tableau VII.10 montre une diminution de ΔTGS_L avec l'augmentation de la concentration des grands diffuseurs. Dans le cas des grands diffuseurs, en accord avec le tableau VII.6 (milieux 3, 4 et 6), ΔTGS_L est faible en étant proche de 2 (2,1 pour le milieu 3 et 2,4 pour les milieux 6 et 4).

Au chapitre 6, nous avons défini, sur la matrice de Mueller, le taux de mémoire de polarisation Γ (VI.9) comme étant le rapport entre le degré de polarisation circulaire moyen et le degré de polarisation linéaire moyen. De la même manière, nous calculons DOP_C/DOP_L pour les milieux présentant une distribution de taille de diffuseur (Tableau VII.10).

Milieu	Echantillons	μ_s (cm ⁻¹)	ΔTGS_L	DOP_C/DOP_L
8	écrémé	42	13,3	-1
9	Lait demi-écrémé		9,7	-0,8
10	entier		6,2	-0,5
5	Mélange de microsphères (1:1)	140	12,6	-0,43
7	de polystyrène (1:5)		8,8	-0,17

Tableau VII.10 : ΔTGS_L en μm pour les échantillons présentant une distribution de taille de diffuseurs.

Notons que DOP_C/DOP_L est négatif et Γ est positif lorsqu'il y a retournement du sens de rotation des états de polarisation circulaire uniquement (M_{22} le troisième élément de la matrice de Mueller est positif alors que le quatrième élément diagonal M_{33} est négatif).

Nous observons que $|DOP_C/DOP_L|$ diminue avec l'augmentation du nombre de grands diffuseurs.

Pour un même coefficient de diffusion, ΔTGS_L et DOP_C/DOP_L informent tous les deux sur l'évolution de la concentration des diffuseurs.

IV.3 Milieux diffusants : tissus biologiques

Nous choisissons maintenant d'appliquer le dispositif expérimental, en rétrodiffusion, sur des tissus biologiques puisque ces derniers présentent une distribution de taille de diffuseurs. Pour ce faire, nous avons choisi des échantillons de sang et de peau de porc (obtenue directement à l'abattoir) dont les propriétés de diffusion, à 633 nm sont données ci-dessous :

Milieu	Tissu biologique	μ_a (cm ⁻¹)	μ_s (cm ⁻¹)	g
11	Sang	25	400	0,98
12	Peau	1	490	0,95

Tableau VII.11 : Propriétés optiques à 633 nm pour le sang (homme) [1.14] et l'épiderme (porc) [1.20].

Le tableau VII.12 présente les résultats expérimentaux obtenus en rétrodiffusion sur ces deux milieux :

Milieu	Tissu biologique	TGS_L^{\parallel}	TGS_L^{\perp}	TGS_C^{\perp}	TGS_C^{\parallel}	DOP_L	DOP_C
11	Sang	31,7	25,7	26,7	29,0	0,13	0,18
12	Peau	45,5	31,7	41,7	34,0	0,19	-0,10

Tableau VII.12 : TGS (en μm) et DOP pour le sang (homme) et la peau (porc).

Bien que les milieux 11 et 12 (sang humain et peau de porc) présentent des facteurs d'anisotropie g et μ_s similaires (Tableau VII.11), l'analyse polarimétrique du champ de speckle montre des comportements différents (Tableau VII.12).

Le sang présente (Tableau VII.13) un comportement polarimétrique typique de gros diffuseurs (Mie) tandis que la peau présente un comportement polarimétrique typique de petits diffuseurs (Rayleigh). Ce résultat confirme les résultats obtenus au chapitre 6 sur les échantillons cutanés sains et irradiés.

Milieu	Tissu biologique	TGS	Degrés de polarisation	Régime de diffusion
11	sang	$TGS_C^{\perp} < TGS_C^{\parallel}$	$DOP_C > DOP_L$ et $DOP_L \geq 0$	Mie
12	peau	$TGS_C^{\perp} > TGS_C^{\parallel}$	$DOP_C < 0$ et $DOP_C < DOP_L$	Caractéristique de Rayleigh

Tableau VII.13 : Comportement du sang et de la peau.

Les résultats que nous obtenons sont confortés par ceux obtenus par SANKARAN sur différents tissus biologiques [7.17].

Le sang est principalement constitué d'érythrocytes, larges cellules sans noyau dont le diamètre (7-8 μm) est largement supérieur à la longueur d'onde. La grande valeur de g et la domination des grands diffuseurs (érythrocytes) dans le sang expliquent conjointement pourquoi TGS_C^{\perp} est plus petit que TGS_C^{\parallel} . Le régime de diffusion du sang est donc typique de la diffusion de Mie où les états de polarisation linéaires dépolarisent plus que ceux circulaires ($DOP_C > DOP_L$).

La peau et la plupart des tissus biologiques sont constitués principalement de cellules et de fibres (collagène par exemple) dont la taille est de l'ordre de la longueur d'onde. Puisque g est important (typique de la diffusion de Mie) nous devrions nous attendre également à avoir une plus forte dépolarisation linéaire que circulaire or ce n'est pas le cas puisque nous observons $DOP_C < 0$ et $TGS_C^{\perp} > TGS_C^{\parallel}$. En effet la peau et la plupart des tissus biologiques sont également constitués de diffuseurs d'une grande distribution de tailles (noyaux des cellules par exemple [7.18]). Les résultats que nous obtenons sur la peau sont en accord avec ceux obtenus sur les milieux diffusants présentant une distribution de taille de diffuseurs (lait et mélange de billes) où il y a une plus forte dépolarisation circulaire que linéaire (typique de Rayleigh).

IV.4 Application au syndrome cutané d'irradiation aiguë

Nous pouvons donc penser que le comportement polarimétrique de la peau (typique de Rayleigh), en rétrodiffusion, observé avec le taux de mémoire de polarisation Γ (Chapitre 6) est dû à la présence de petits diffuseurs bien que ce soient les grands diffuseurs qui contribuent majoritairement à g et μ_s . Afin de comprendre l'évolution de Γ en fonction de la dose d'irradiation, nous avons choisi d'appliquer la mesure polarimétrique de la taille des grains de speckle à l'étude du syndrome cutané radiologique puisque nous avons vu que cette technique peut mettre en évidence des changements de diffusion, c'est-à-dire la modification du nombre, de la taille et de la structure des diffuseurs.

Pour ce faire nous avons utilisé les échantillons de peau *ex vivo* 90 jours après irradiation dont les résultats polarimétriques sont présentés au chapitre 6. Nous rappelons que dans la présente étude nous avons fixé l'angle en rétro diffusion à 45° et que la longueur d'onde du laser est 633 nm.

Le **tableau VII.14** présente les résultats expérimentaux obtenus en rétrodiffusion sur les échantillons sains et irradiés à 10 et 15 Gy. Notons que le comportement polarimétrique (DOP) du témoin est identique à la peau du **tableau VII.12** et que les caractéristiques de diffusion vues par TGS varient très peu suivant l'irradiation. Nous observons que l'échantillon irradié à 15 Gy dépolarise moins la lumière incidente que les deux autres échantillons.

[7.17] V. SANKARAN, J. T. WALSH, D. J. MAITLAND, "Comparative study of polarized light propagation in biological tissues", Journal of Biomedical Optics, vol. 7, n° 3, 300-306 (2002).

[7.18] J. R. MOURANT, M. CANPOLAT, C. BROCKER, O. ESPONDO-RAMOS, T. JOHNSON, A. MATANOCK, K. STETTER, J. P. FREYER, "Light scattering from cells: The contribution of the nucleus and the effects of proliferative status", Proc. SPIE 3917, 33-42 (2000).

Milieu	Peau	TGS_L^{\parallel}	TGS_L^{\perp}	TGS_C^{\perp}	TGS_C^{\parallel}	DOP_L	DOP_C
13	Témoin	50,4	38,5	47,8	41,9	0,19	-0,09
14	10 Gy	52,2	40,9	50,2	43,9	0,17	-0,08
15	15 Gy	52,8	36,1	48,6	40,3	0,28	-0,14

Tableau VII.14 : Résultats obtenus sur trois échantillons (témoin, 10 et 15 Gy) de peau de cochon (Pitmann Moore) 90 jours après irradiation. Chaque valeur est la moyenne de 10 mesures sur le même échantillon.

Pour suivre l'évolution de la concentration des diffuseurs dans la peau, nous choisissons de calculer, à partir du **tableau VII.14**, ΔTGS_L et DOP_C/DOP_L en fonction de l'irradiation (**Tableau VII.15**).

Milieu	Peau	ΔTGS_L	DOP_C/DOP_L
13	Témoin	11,9	-0,47
14	10 Gy	11,3	-0,47
15	15 Gy	16,7	-0,5

Tableau VII.15 : ΔTGS_L et DOP_C/DOP_L pour chaque échantillon de peau.

Nous observons que l'échantillon témoin et celui irradié à 10 Gy présentent les mêmes caractéristiques polarimétriques. Par contre, celui irradié à 15 Gy présente une augmentation de ΔTGS_L et une légère diminution de DOP_C/DOP_L (en valeur absolue : augmentation). En accord avec les résultats observés sur le lait et sur les mélanges de billes (**Tableau VII.10**), ces paramètres indiquent une augmentation de la concentration de petits diffuseurs. Nous rappelons que, biologiquement, une dose d'au moins 15 Gy ferait apparaître des modifications de la matrice extracellulaire (teneur et organisation du réseau de collagène) **[6.3]**. Ce résultat indique donc que le taux de mémoire Γ peut apporter une information concernant la taille des diffuseurs. Les résultats obtenus au chapitre 6 avec ce paramètre (**Figure VI.13**) peuvent alors être interprétés de la façon suivante : à partir de 15 Gy, il y a une augmentation du nombre de petits diffuseurs.

Intéressons-nous maintenant aux incertitudes de mesure obtenues avec ΔTGS_L et DOP_C/DOP_L . Pour ce faire, nous calculons pour chacune des 10 mesures, leurs valeurs et nous représentons sur la **figure VII.14** leurs valeurs moyennes avec leurs barres d'erreurs.

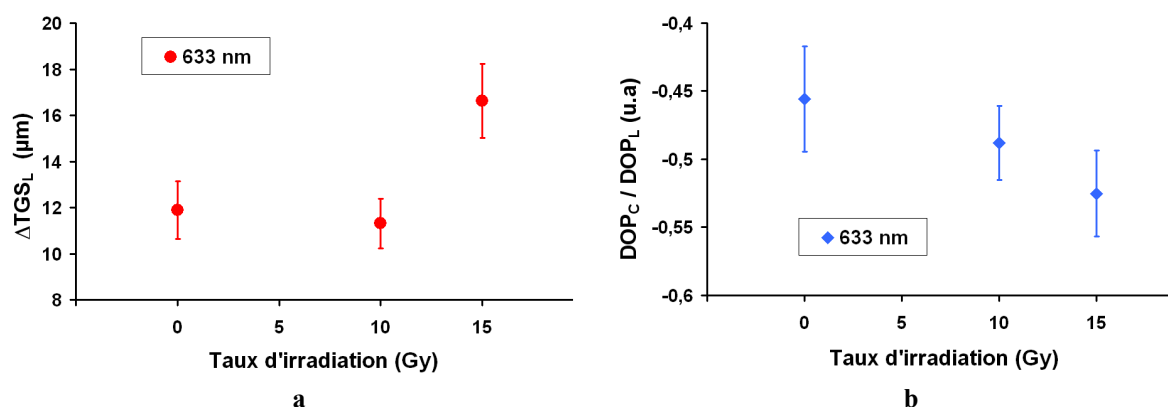


Figure VII.14 : Evolution de (a : ΔTGS_L , b : DOP_C/DOP_L) en fonction de l'irradiation. Chaque point est la moyenne de 10 mesures sur le même échantillon.

Nous observons que DOP_C/DOP_L (Figure VII.14.b) est plus bruité que ΔTGS_L (Figure VII.14.a). L'analyse des tailles de grain montre une plus grande sensibilité aux variations des diffuseurs mais par contre DOP_C/DOP_L fournit une mesure absolue alors que ΔTGS_L décrit une mesure relative (aux conditions expérimentales).

V Conclusion

Nous avons étudié la taille des grains de speckle produit par la rétrodiffusion de milieux fortement dépolarisants. Nous avons montré qu'elle dépend du coefficient de diffusion μ_s et du facteur d'anisotropie g du milieu diffusant analysé. Pour un g donné, toute augmentation du coefficient de diffusion augmente la taille des grains de speckle. De la même manière, pour un μ_s donné, la diminution du facteur d'anisotropie augmente la taille des grains de speckle.

Nous avons aussi étudié polarimétriquement la taille verticale des grains de speckle suivant que l'état incident du laser est linéaire ou circulaire pour différents codages et décodages polarimétriques [7.19]. La comparaison entre les deux tailles circulaires (TGS_C^\perp et TGS_C^\parallel) où les polariseurs d'entrée et de sortie sont soit parallèles, soit perpendiculaires, a permis de discriminer les milieux diffusants suivant la taille des centres diffuseurs, même dans le cas où le coefficient de diffusion n'est pas connu. En effet, lorsque le milieu est composé uniquement de grandes particules (diffusion de Mie), $TGS_C^\perp < TGS_C^\parallel$ puisqu'il n'y a pas de retournement de l'état de polarisation. Tandis que dans l'autre cas, celui de petites particules (diffusion de Rayleigh), le comportement contraire est observé.

Les mesures de speckle en rétrodiffusion réalisées sur les mélanges de petites et grandes microsphères montrent que le comportement polarimétrique de la lumière dans un milieu contenant des diffuseurs de différentes tailles n'est pas gouverné par les grands diffuseurs bien que ce soit eux qui contribuent majoritairement à g et μ_s [7.15] (Tableau VII.16).

diffuseurs	g	TGS	Degrés de polarisation	Régime de diffusion
petits	$\leq 0,3$	$TGS_C^\perp > TGS_C^\parallel$	$DOP_C < 0$ et $DOP_C < DOP_L$	Rayleigh
mélange	$\geq 0,7$	$TGS_C^\perp > TGS_C^\parallel$	$DOP_C < 0$ et $DOP_C < DOP_L$	Caractéristique de Rayleigh
grands	$\geq 0,7$	$TGS_C^\perp < TGS_C^\parallel$	$DOP_C > DOP_L$ et $DOP_L \geq 0$	Mie

Tableau VII.16 : Comportement des milieux diffusants composés uniquement de petits, grands diffuseurs ou d'un mélange de taille.

De plus, dans le cas des échantillons présentant une distribution de taille de diffuseurs, la différence de taille ΔTGS_L entre les grains de speckle polarisés linéairement (TGS_L^\parallel) et ceux dépolarisés (TGS_L^\perp) reste constante quel que soit le coefficient de diffusion et diminue lorsque la concentration du nombre de grands diffuseurs augmente. Par conséquent, les mesures polarimétriques des tailles de grain de speckle doivent permettre de discriminer des milieux diffusants même si leur coefficient de diffusion n'est pas connu. Cependant, il convient de poursuivre cette étude (d'un point de vue théorique et expérimental en transmission et en

[7.19] Y. PIEDERRIERE, F. BOULVERT, J. CARIOU, B. LE JEUNE, Y. GUERN, G. LE BRUN, "Backscattered speckle size as a function of polarization: influence of particle-size and concentration", Optics Express, vol. 13, n° 13, 5030-5039 (2005).

rétrodiffusion) pour pouvoir comprendre et expliquer l'évolution des tailles de grain de speckle et des caractéristiques polarimétriques en fonction des concentrations de diffuseurs de différentes tailles et de la structure de la peau (différentes couches aux propriétés optiques différentes).

Nous avons ainsi expliqué pourquoi la peau et la plupart des tissus biologiques dépolarisent plus les états de polarisation circulaires que les états linéaires (diffusion typique de Rayleigh) bien que le facteur d'anisotropie g indique une diffusion de Mie (diffusion vers l'avant). En appliquant la mesure polarimétrique de la taille des grains de speckle à l'étude du syndrome cutané radiologique, nous avons montré qu'il est possible de suivre l'évolution de la concentration des diffuseurs dans la peau selon la dose de radiation reçue en représentant ΔTGS_L en fonction de l'irradiation. Ces résultats confirment, au signe près, que le taux de mémoire peut être utilisé comme agent de contraste du syndrome cutané d'irradiation aiguë puisque celui-ci renseigne également sur l'évolution de la concentration des diffuseurs.

Chapitre 8

Localisation des altérations sous-cutanées par OCT

I	INTRODUCTION	199
II	PRINCIPE THEORIQUE DE L'OCT	199
II.1	HISTORIQUE	199
II.2	INTERFEROMETRIE A SOURCES LUMINEUSES DE FAIBLE COHERENCE TEMPORELLE	201
II.2.1	CALCUL DE L'INTENSITE LUMINEUSE DETECTEE	201
II.2.2	LONGUEUR DE COHERENCE	203
II.3	IMAGE OCT LONGITUDINALE 1D	204
II.3.1	DEPLACEMENT EN PROFONDEUR	204
II.3.2	TRAITEMENT DU SIGNAL OCT	204
II.3.3	CAS D'UN MILIEU STRATIFIE	204
II.4	IMAGE OCT LONGITUDINALE 2D	205
II.4.1	LA RESOLUTION EN PROFONDEUR	206
II.4.2	RESOLUTION TRANSVERSALE	207
III	MISE AU POINT D'UN SYSTEME OCT UTILISANT UN POT VIBRANT	208
III.1	DISPOSITIF EXPERIMENTAL	208
III.1.1	SOURCE LUMINEUSE	209
III.1.2	INTERFEROMETRE	209
III.1.3	DETECTION ET ACQUISITION DES DONNEES	209
III.2	APPLICATIONS	210
III.2.1	CHOIX D'UN SIGNAL DE COMMANDE TRIANGULAIRE	210
III.2.2	MILIEU TEST : MIROIR	211
III.2.3	MILIEU BIOLOGIQUE : PEAU	211
III.3	OPTIMISATION DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL	212
III.3.1	CAS REEL D'UN SIGNAL DE COMMANDE TRIANGULAIRE	212
III.3.1.1	Vitesse de déplacement du pot vibrant	212
III.3.1.2	Variations de T_c et $f_{lock-in}$ sur un milieu test	213
III.3.2	CAS REEL D'UN SIGNAL DE COMMANDE TRIANGULAIRE MODULE	214
III.3.2.1	Vitesse de déplacement du pot vibrant	214
III.3.2.2	Illustration	216
III.3.2.3	Variations de T_c et $f_{lock-in}$ sur un milieu test	216
III.3.3	PROFIL EN PROFONDEUR D'UN OIGNON : COMPARAISON	218
IV	CONCLUSIONS	219

I Introduction

Pour pouvoir comprendre la phénoménologie des dommages radio-induits à la peau suite à une irradiation localisée à forte dose, il est important de localiser les altérations cutanées ainsi engendrées. En effet, l'irradiation affecterait les épaisseurs de l'épiderme et du derme et modifierait la matrice extracellulaire **[6.3]**. La technique optique la plus performante à l'heure actuelle pour imager en profondeur est la Tomographie par Cohérence Optique (OCT). De plus, nous avons vu au chapitre 6 que la polarisation permet de discriminer des zones de peau irradiées. Il apparaît donc intéressant de se tourner vers un dispositif OCT sensible à la polarisation.

Dans un premier temps, nous avons décidé de réaliser un dispositif OCT afin de localiser les différentes interfaces (épiderme, derme) constituant le tissu cutané.

Dans ce chapitre, nous commencerons par présenter le principe théorique de la Tomographie par Cohérence Optique et le dispositif expérimental que nous avons développé. Nous discuterons ensuite des premiers résultats obtenus sur la peau en nous attardant sur la nécessité d'optimiser ce dispositif pour améliorer sa robustesse et la possibilité de le coupler avec la polarisation (PS-OCT).

II Principe théorique de l'OCT

II.1 Historique

La tomographie par cohérence optique (OCT) est une technique d'imagerie des tissus biologiques qui s'est développée rapidement ces 15 dernières années (premier système OCT **[8.1]** en 1991) puisqu'elle se révèle être un instrument d'investigation alternatif à la microscopie confocale (chapitre 1).

En exploitant les photons réfléchis et rétrodiffusés n'ayant subi que peu de processus de diffusion, l'OCT peut fournir des images 3D des tissus avec une grande résolution (1-10 μm), *in vivo*, de manière non invasive et sans contact entre le système optique et le tissu **[1.29]**.

L'OCT peut s'appliquer à l'étude de divers systèmes biologiques tels que l'œil et ses structures intraoculaires **[8.2]**, **[8.3]** (rétine, cornée), la peau **[1.28]**, les muscles **[8.4]**, les os **[8.5]** et les dents **[8.6]**. Dans certains cas, il est également possible d'améliorer la qualité des images en

[8.1] D. HUANG, E. A. SWANSON, C. P. LIN, J. S. SCHUMAN, W. G. STINSON, W. CHANG, M. R. HEE, T. FLOTTE, K. GREGORY, C. A. PULIAFITO, J. G. FUJIMOTO, "Optical Coherence Tomography", *Science*, vol. **254**, 1178-1181 (1991).

[8.2] W. DREXLER, U. MORGNER, R. K. GHANTA, F. X. KARTNER, J. S. SCHUMAN, J. G. FUJIMOTO, "Ultrahigh-resolution ophthalmic optical coherence tomography", *Nature Medicine*, vol. **7**, 502-507 (2001).

[8.3] M. WOJTKOWSKI, R. LEITGEB, A. KOWALCZYK, T. BAJRASZEWSKI, A. F. FERCHER, "In vivo human retinal imaging by Fourier domain optical coherence tomography", *Journal of Biomedical Optics*, vol. **7**, 457-463 (2002).

[8.4] J. F. DE BOER, S. M. SRINIVAS, B. H. PARK, T. H. PHAM, Z. CHEN, T. E. MILNER, J. S. NELSON, "Polarization Effects in Optical Coherence Tomography of Various Biological Tissues", *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, vol. **5**, n° 4, 1200-1204 (1999).

[8.5] S. JIAO, G. YAO, L. V. WANG, "Depth resolved two-dimensional stokes vectors of backscattered light and mueller matrices of biological tissue measured with Optical Coherence Tomography", *Applied Optics*, vol. **39**, n° 34, 6318-6324 (2000).

[8.6] X. J. WANG, T. E. MILNER, J. F. DE BOER, Y. ZHANG, D. H. PASHLEY, J. S. NELSON, "Characterization of dentin and enamel by use of Optical Coherence Tomography", *Applied Optics*, vol. **38**, n° 10, 2092-2096 (1999).

exploitant d'autres sources de contraste comme la polarisation pour la tomographie par cohérence optique sensible à la polarisation **[8.7]** (PS-OCT) et la dynamique du milieu étudié pour l'OCT Doppler **[8.8]** (cas du sang).

La tomographie par cohérence optique fait appel au principe expérimental de l'interférométrie en lumière faiblement cohérente et implique l'utilisation d'une source de lumière de faible cohérence temporelle telle que les diodes superluminescentes ou les lampes de lumière blanche par exemple. L'OCT est en fait une extension de l'OCDR **[8.9]** (Optical Coherence Domain Reflectometry) qui fut initialement développée pour détecter les défauts dans les fibres optiques et les composants optiques utilisés en télécommunication **[8.10]**. L'OCDR ou LCI (low coherence interferometry) est une technique permettant de sonder en profondeur des milieux en mesurant le profil de l'intensité rétrodiffusée (réflectance).

En faisant interférer la lumière issue de la réflexion par les microstructures du milieu avec celle d'un autre faisceau ayant parcouru un chemin optique de référence, il est possible d'obtenir le profil en profondeur de la réflectivité lumineuse du tissu étudié. Ce dernier est, par exemple, obtenu en déplaçant un miroir de référence dans le cas d'un système OCSR utilisant un interféromètre de Michelson (**Figure VIII.1**). Cette technique a notamment été appliquée avec succès en ophtalmologie (exemple : mesures d'épaisseur de la cornée **[8.11]**).

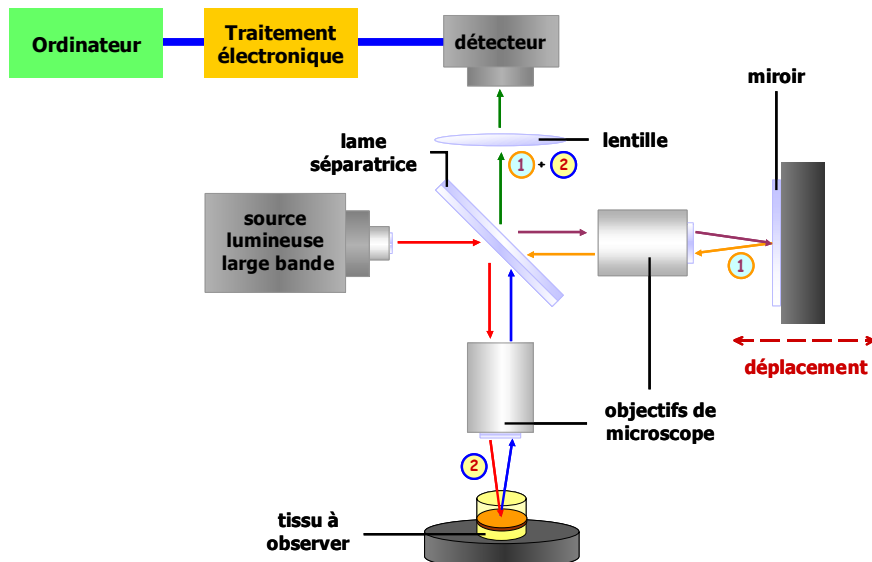


Figure VIII.1 : Dispositif général d'un OCT utilisant un interféromètre de Michelson.

L'OCT permet de réaliser des images bidimensionnelles du milieu étudié généralement en ajoutant dans un système OCSR un dispositif explorant transversalement (latéralement) le milieu étudié **[1.29]**. A partir de ces images 2D, il est également possible de produire des images OCT 3D **[8.12]**.

- [8.7]** J. F. DE BOER, T. E. MILNER, "Review of polarization sensitive optical coherence tomography and Stokes vector determination", *Journal of Biomedical Optics*, vol. 7, 359-371 (2002).
- [8.8]** A. M. ROLLINS, S. YAZDANFAR, J. K. BARTON, J. A. IZATT, "Real-time in vivo color Doppler optical coherence tomography", *Journal of Biomedical Optics*, vol. 7, 123-129 (2002).
- [8.9]** R. C. YOUNGQUIST, S. CARR, D. E. N. DAVIES, "Optical coherence-domain reflectometry : a new optical evaluation technique", *Optics Letters*, vol. 12, 158-160 (1987).
- [8.10]** K. TAKADA, I. YOKOHAMA, K. CHIDA, J. NODA, "New measurement system for fault location in optical waveguide devices based on an interferometric technique", *Applied Optics*, vol. 26, 1603-1606 (1987).
- [8.11]** K. HITZENBERGER, "Measurement of corneal thickness by low coherence interferometry", *Applied Optics*, vol. 31, 6637-6642 (1992).
- [8.12]** A. G. PODOLEANU, J. A. ROGERS, D. A. JACKSON, S. DUNNE, "Three dimensional OCT images from retina and skin", *Optics Express*, vol. 7, n° 9, 292 :298 (2000).

II.2 Interférométrie à sources lumineuses de faible cohérence temporelle

Dans le cas le plus simple, les interférences sont créées dans un interféromètre de Michelson, dispositif qui à l'aide de deux miroirs et d'une lame séparatrice fait interférer deux faisceaux lumineux issus de la même source et ayant suivi des chemins optiques différents (**Figure VIII.1**). Dans le cas de l'OCT, l'un des miroirs est dit de référence tandis que le rôle du second est tenu par le tissu étudié (photons rétrodiffusés).

Dans un interféromètre de Michelson classique, lorsque la lumière émise par la source est monochromatique, la figure d'interférence obtenue est une alternance de franges "sombres" (interférences destructives) et "claires" (interférences constructives), dont l'interfrange (période) ne dépend que de la longueur d'onde.

Dans le cas de l'OCT, la source émettant une lumière à spectre large, les interférences ne se produisent que sur une courte distance (quelques μm), à savoir la longueur de cohérence. Ceci explique donc l'expression "tomographie par cohérence optique".

II.2.1 Calcul de l'intensité lumineuse détectée

Afin de présenter le principe de l'interférométrie à faible cohérence, considérons que le milieu étudié est un miroir. Le dispositif expérimental est alors le suivant (**Figure VIII.2**).

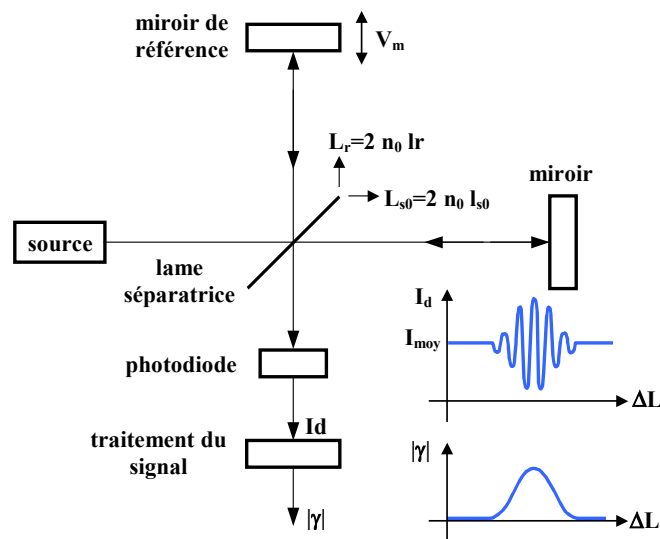


Figure VIII.2 : Interféromètre à faible cohérence.

I_d est l'intensité détectée par la photodiode, $|\gamma|$ est l'enveloppe réelle du signal. Le déplacement en profondeur est réalisé par le déplacement du miroir de référence à une vitesse V_m constante.

Les amplitudes des champs électriques issus de la réflexion sur les miroirs du bras de référence et de l'échantillon peuvent respectivement s'écrire :

$$\begin{cases} \vec{E}_r \left(t - \frac{L_r}{c} \right) \\ \vec{E}_s \left(t - \frac{L_{s0}}{c} \right) \end{cases} \quad (\text{VIII.1})$$

Où L_r et L_{s0} sont respectivement les chemins optiques des bras de référence et de l'échantillon.

Le retard optique τ est alors défini à partir de la différence de chemin optique ΔL :

$$\tau = \frac{\Delta L}{c} = \frac{L_{s0} - L_r}{c} = \frac{2n_0}{c} (l_{s0} - l_r) \quad (\text{VIII.2})$$

Où $n_0=1$ est l'indice de réfraction du vide, c la vitesse de la lumière dans le vide.

L'intensité lumineuse au niveau du détecteur peut alors s'exprimer sous la forme :

$$I_d(\tau) = \langle [\vec{E}_s(t) + \vec{E}_r(t+\tau)] \cdot [\vec{E}_s(t) + \vec{E}_r(t+\tau)]^* \rangle \quad (\text{VIII.3})$$

Où $\langle \rangle$ représente la moyenne d'ensemble (temporelle et spatiale) sur le temps d'intégration T qui est plus long que la période d'oscillation des champs électriques. De plus :

$$\begin{cases} I_s = \langle \vec{E}_s(t) \vec{E}_s^*(t) \rangle \\ I_r = \langle \vec{E}_r(t+\tau) \vec{E}_r^*(t+\tau) \rangle \end{cases} \quad (\text{VIII.4})$$

La relation (VIII.3) s'écrit alors :

$$I = I_r + I_s + 2\sqrt{I_r I_s} \text{Re}(\gamma(\tau)) \quad (\text{VIII.5})$$

Où γ est le degré complexe de cohérence des champs électriques définie par :

$$\gamma(\tau) = \frac{\langle \vec{E}(t) \cdot \vec{E}^*(t+\tau) \rangle}{\langle \vec{E}(t) \cdot \vec{E}^*(t) \rangle} \text{ avec } 0 \leq |\gamma(\tau)| \leq 1 \quad (\text{VIII.6})$$

γ correspond à la fonction d'autocorrélation normalisée du champ électrique émis par la source lumineuse **[8.13]**. Conformément au théorème de Wiener-Khintchine, le degré complexe de cohérence de la source est la transformée de Fourier de la densité spectrale de la source $S(\nu)$ **[8.14]** :

$$\gamma(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(\nu) e^{-i2\pi\nu\tau} d\nu \quad (\text{VIII.7})$$

L'intensité du signal mesurée par le détecteur dépend donc de la forme et de la largeur spectrale de la source lumineuse. Dans le cas d'une source quasi-monochromatique de fréquence ν_0 , l'intensité au niveau du détecteur s'écrit :

$$I_d(\tau) = \underbrace{I_r + I_s}_{I_{\text{moy}}} + \underbrace{2\sqrt{I_r I_s} |\gamma(\tau)| \cos(2\pi\nu_0\tau)}_{I_{\text{OCT}}} \quad (\text{VIII.8})$$

Par la suite nous noterons I_{OCT} la composante sinusoïdale de I_d . Si le profil spectral de cette source est gaussien (cas des diodes superluminescentes), le degré complexe de cohérence s'écrit tel que :

$$\gamma(\tau) = e^{-\left(\frac{\pi\Delta\nu\tau}{2\sqrt{\ln 2}}\right)^2} e^{-i2\pi\nu_0\tau} \quad (\text{VIII.9})$$

[8.13] Y. PAN, R. BIRNGRUBER, J. ROSPERICH, R. ENGELHARDT, "Low-coherence optical tomography in turbid tissue :theoretical analysis", Applied Optics, vol. **34**, n° 28, 6564-6575, (1995).

[8.14] J. M. SCHMITT, "Optical Coherence Tomography (OCT) : A Review", IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, vol. **5**, n° 4, 1205-1215 (1999).

Où ν_0 est la fréquence pour laquelle la densité spectrale de puissance possède un maximum et $\Delta\nu$ la largeur spectrale FWHM (Full Width at Half Maximum), définie à mi-hauteur.

Nous pouvons ainsi observer que :

- Plus la largeur spectrale de la source $\Delta\nu$ est grande, plus l'enveloppe du degré complexe de cohérence est étroite.
- L'amplitude du terme d'interférence I_{OCT} diminue avec l'augmentation du retard τ suivant les deux bras de l'interféromètre.

Il est également possible de réécrire I_{OCT} (VIII.8) en faisant apparaître la différence de chemin optique. Nous obtenons alors :

$$I_{\text{OCT}}(\Delta L) = 2\sqrt{I_r I_s} |\gamma(\Delta L)| \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta L\right) \quad (\text{VIII.10})$$

Où λ_0 correspond à la longueur d'onde moyenne de la source.

II.2.2 Longueur de cohérence

Le signal interférométrique peut être caractérisé soit par son temps de cohérence τ_c soit par sa longueur de cohérence l_c . Ces paramètres sont définis comme les largeurs à mi-hauteur de la valeur absolue du degré de cohérence $\gamma(\Delta L)$. Dans le cas particulier d'une source dont le profil de densité spectrale de puissance est gaussien (Figure VIII.3), le temps de cohérence τ_c et la longueur de cohérence peuvent respectivement s'exprimer tels que [8.15] :

$$\tau_c = \frac{4 \ln 2}{\pi \Delta\nu} \quad (\text{VIII.11})$$

$$l_c = c\tau_c = \frac{4 \ln 2}{\pi} \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda} \text{ avec } \Delta\lambda = \lambda_0^2 \frac{\Delta\nu}{c} \quad (\text{VIII.12})$$

Ainsi, dans le cas d'une source lumineuse émettant à 828 nm de largeur spectrale 17,8 nm, la longueur de cohérence l_c est de 34 μm (Figure VIII.4).

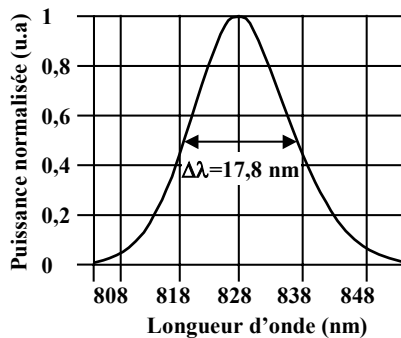


Figure VIII.3 : Source gaussienne centrée à 828,3 nm de largeur spectrale 17,8 nm.

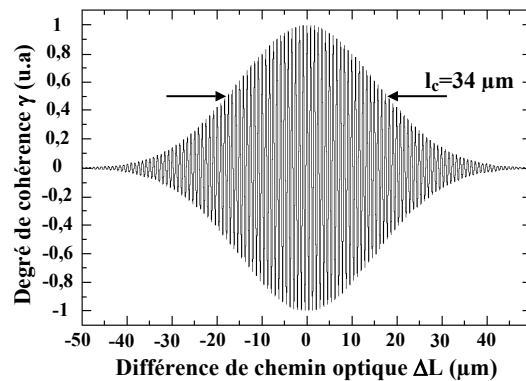


Figure VIII.4 : Degré complexe de cohérence (partie réelle) en fonction de la différence de chemin optique entre les deux bras de l'interféromètre (milieu étudié remplacé par un miroir).

II.3 Image OCT longitudinale 1D

L'utilisation du dispositif présenté sur la figure VIII.2 pour faire de l'imagerie en profondeur des tissus biologiques est possible en modulant le signal du bras de référence.

II.3.1 Déplacement en profondeur

En déplaçant le miroir de référence à une vitesse constante V_m , la différence de chemin optique entre les deux bras est modifiée de la façon suivante :

$$\Delta L(t) = \Delta L_0 + 2V_m t \quad (\text{VIII.13})$$

Où ΔL_0 est la différence de chemin optique lorsque les deux bras sont au repos.

Si un miroir est mis dans le bras de l'échantillon, le signal interférométrique (VIII.10) peut alors s'écrire :

$$I_{\text{OCT}}(t) = 2\sqrt{I_r I_s} |\gamma(\Delta L_0 + 2V_m t)| \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta L_0 + 2\pi f_0 t\right) \quad (\text{VIII.14})$$

Avec f_0 la fréquence de modulation du signal OCT telle que :

$$f_0 = \frac{2V_m}{\lambda_0} \quad (\text{VIII.15})$$

Dans le cas de la source lumineuse que nous utiliserons (diode superluminescente émettant à 828,3 nm de largeur spectrale 17,8 nm), la fréquence de modulation f_0 est de 12 kHz si la vitesse de déplacement du miroir de référence est de 5 mm/s.

II.3.2 Traitement du signal OCT

Une fois le signal interférométrique détecté par la photodiode, celui-ci doit être traité afin de ne récupérer que l'enveloppe associée au degré de cohérence (Figure VIII.5).

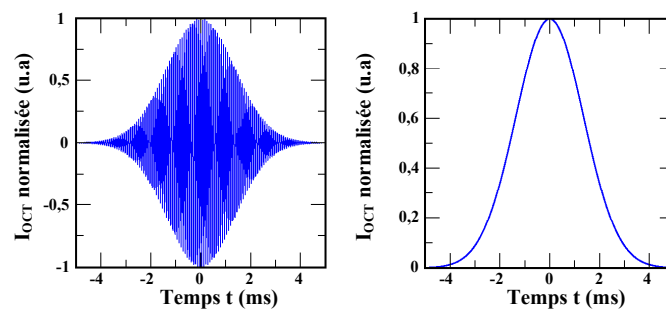


Figure VIII.5 : Traitement du signal OCT

a : avant traitement, b : après traitement (filtrage passe-bande autour de la fréquence de modulation).

II.3.3 Cas d'un milieu stratifié

Si le miroir du bras de l'échantillon est remplacé par un tissu biologique faiblement diffusant (œil par exemple), le signal interférométrique détecté par la photodiode est alors plus complexe. Pour illustrer ce signal OCT nous choisissons de prendre l'exemple d'un milieu transparent stratifié composé de 3 couches d'indice de réfraction différents (Figure VIII.6) que nous plaçons dans le bras échantillon.

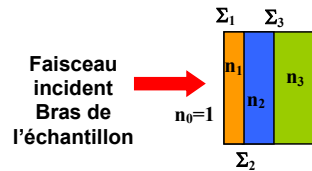


Figure VIII.6 : Milieu stratifié où les interfaces et les indices de réfraction des différentes couches sont respectivement notées Σ_i et n_i ($n_0 < n_1 < n_2 < n_3$).

Le signal interférométrique détecté par la photodiode et démodulé est composé de 3 pics correspondant aux interfaces Σ_1 , Σ_2 , Σ_3 puisque les couches présentent des indices de réfraction différents (**Figure VIII.7**). Une telle technique est couramment utilisée pour mesurer les indices de réfraction des tissus biologiques [8.16].

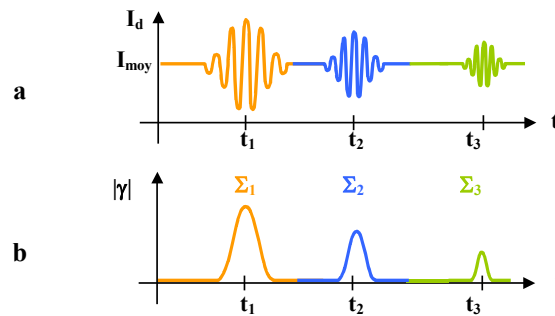


Figure VIII.7 : 3 pics du signal correspondant aux trois interfaces. a : photodiode, b : après démodulation.

Lorsque le milieu est fortement diffusant (cas de la peau), le signal est encore plus complexe puisque la diffusion déforme l'enveloppe interférométrique.

II.4 Image OCT longitudinale 2D

Dans la plupart des dispositifs OCT, l'acquisition d'un profil en profondeur (longitudinal) se fait point par point. Après chaque nouveau balayage longitudinal du miroir de référence, la position du faisceau sur l'échantillon est translatée (**Figure VIII.8**), à l'aide d'une platine de translation pour une reconstruction en 2D ou 3D. La qualité d'une image OCT est alors déterminée par ses résolutions transverses.

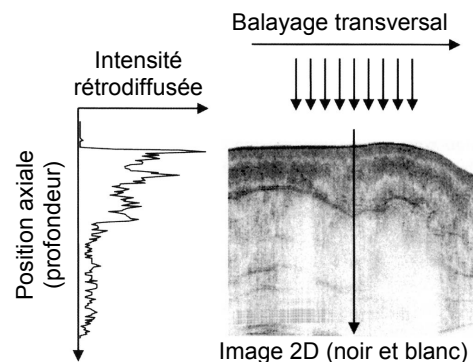


Figure VIII.8 : Génération d'images OCT à partir de différents profils en profondeur pour différentes positions transversales [1.29].

[8.16] G. J. TEARNEY, M. E. BREZINSKY, J. F. SOUTHERN, B. E. BOUMA, M. R. HEE, J. G. FUJIMOTO, "Determination of the refractive index of highly scattering human tissue by Optical Coherence Tomography", Optics Letters, vol. 20, n° 21, 2258-2260, (1995).

II.4.1 La résolution en profondeur

La résolution en profondeur (axiale) d'un système OCT est déterminée par la longueur de cohérence de la source lumineuse. Elle correspond à la plus petite distance qui peut être discriminée entre deux interfaces situées le long de la direction de la propagation de la lumière dans le bras de l'échantillon. Dans le vide, la résolution spatiale Δz est deux fois plus petite que la longueur de cohérence en raison de l'aller-retour du faisceau lumineux dans le bras de l'échantillon. Par contre, dans le cas d'un milieu stratifié, elle dépend également de l'indice de réfraction n associé à celui-ci (ou à ses couches) telle que :

$$\Delta z = \frac{l_c}{2n} = \frac{2 \ln 2}{\pi n} \frac{\lambda_0^2}{\Delta \lambda} \quad (\text{VIII.16})$$

Ainsi, dans le cas de la source lumineuse que nous utiliserons (diode superluminescente émettant à 828,3 nm de largeur spectrale 17,8 nm), la résolution spatiale en profondeur Δz est égale à 12,79 μm pour un milieu d'indice $n=1,33$.

Le choix de la source s'avère donc primordial puisqu'elle va conditionner la résolution en profondeur.

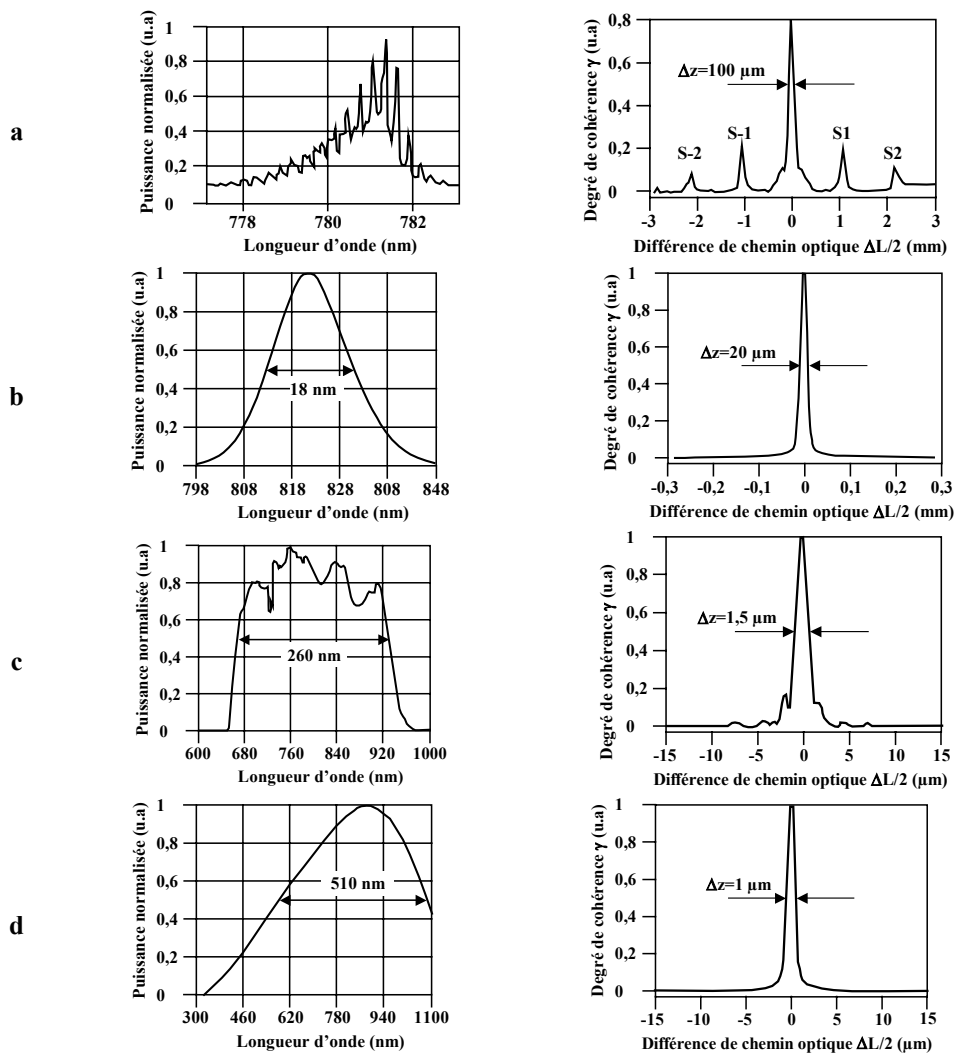


Figure VIII.9 : Spectre optique et enveloppe du signal interférométrique dans le vide pour :

a : une diode laser multimode (S_i : satellites), b : une diode superluminescente,

c : un laser Ti : saphir, d : une lampe au tungstène à halogène [8.15].

Différentes sources lumineuses de faible cohérence sont aujourd'hui utilisées dans les dispositifs OCT. Nous passons en revue, celles qui sont le plus couramment utilisées (**Figure VIII.9**). Dans chaque cas, nous représentons la valeur absolue du degré de cohérence γ en y faisant figurer la résolution spatiale en profondeur dans le vide.

Les premières sources utilisées en interférométrie de faible cohérence furent des diodes laser multimodes **[8.17]** (**Figure VIII.9.a**) afin de mesurer le chemin optique de l'oeil. Cependant, les performances de telles sources étant limitées par des pics satellites (différents modes), elles ont vite été abandonnées au profit des diodes superluminescentes (très faible coût) qui sont aujourd'hui les sources les plus couramment utilisées dans des dispositifs OCT. Typiquement, pour des applications biologiques, leur utilisation permet d'obtenir une résolution de l'ordre de 20 μm .

L'emploi de lasers à impulsions ultra brèves, de spectre plus large, a permis une amélioration de la résolution en profondeur. Ainsi, une résolution de 1 μm a été obtenue par J. FUJIMOTO en 1999 avec un laser titane-saphir émettant des impulsions d'environ 5 femtosecondes **[8.18]** (**Figure VIII.9.c**). Toutefois, l'emploi routinier de sources aussi onéreuses et délicates est difficilement envisageable en milieu hospitalier. Récemment, DUBOIS **[8.19]** a montré qu'il était également possible d'atteindre une résolution spatiale de l'ordre du micromètre en utilisant une simple lampe à filament à halogène (**Figure VIII.9.d**). Cependant, les lampes thermiques n'étant pas directives, il est nécessaire de changer la configuration expérimentale (OCT transversal ou OCT plein champ) en utilisant des microscopes de grande ouverture numérique.

II.4.2 Résolution transversale

La résolution transversale (ou latérale) est indépendante de la résolution en profondeur puisqu'elle est déterminée par les propriétés de focalisation du faisceau optique. En effet, lorsque le milieu étudié est un milieu biologique, il est nécessaire de collecter le maximum de photons en utilisant des objectifs. La résolution transversale de l'image OCT est déterminée, comme pour la microscopie optique conventionnelle, par les propriétés de focalisation de la lumière incidente **[1.29]** telle que :

$$\Delta x = \frac{4\lambda f}{\pi d} \quad (\text{VIII.17})$$

Où d et f sont respectivement diamètre du faisceau au niveau de la lentille de focalisation et la distance focale.

Δx étant inversement proportionnelle à l'ouverture numérique de la lentille, la résolution transversale peut donc être améliorée en utilisant des objectifs à grande ouverture numérique **[8.19]**. Cependant, cela entraîne également une diminution de la profondeur de focalisation z_{pf} (**Figure VIII.10**). En effet il est possible de relier Δx à z_{pf} (paramètre confocal) par la relation :

$$z_{pf} = 2z_r = \pi \frac{\Delta x^2}{2\lambda} \quad (\text{VIII.18})$$

Où z_r est le paramètre de Rayleigh. La résolution transversale est à peu près constante sur z_{pf} .

[8.17] A. F. FERCHER, E. ROTH, "Ophtalmic laser interferometry", Proc. SPIE **658**, 48 (1986).

[8.18] W. DREXLER, U. MORGNER, F. X. KARTNER, C. PITRIS, S. A. BOPPART, X. D. LI, E. P. IPPEN, J. G. FUJIMOTO, "In vivo ultrahigh-resolution optical coherence tomography", Optics Express, vol. **24**, n° 7, 1221-1223 (1999).

[8.19] A. DUBOIS, K. GRIEVE, G. MONERON, R. LECAQUE, L. VABRE, C. BOCCARA, "Ultrahigh-Resolution Full-Field Optical Coherence Tomography", Applied Optics, vol. **43**, n° 14, 2874-2883 (2004).

Il convient donc de faire un compromis dans le choix des objectifs pour définir la résolution latérale. Généralement, les images OCT sont réalisées avec des objectifs à faible ouverture numérique. Comme nous l'avons dit précédemment, l'utilisation des objectifs à grande ouverture numérique nécessite de passer à une configuration d'OCT en plein champ [8.19].

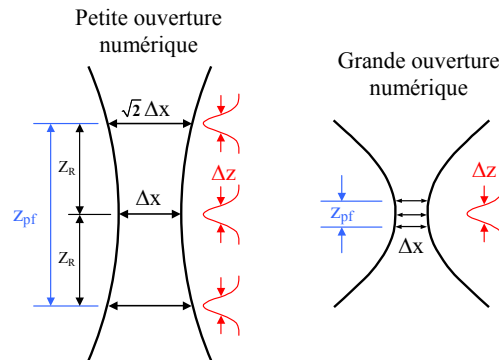


Figure VIII.10 : Focalisation des objectifs à faible et grande ouverture numérique dans un dispositif OCT [1.29].

III Mise au point d'un système OCT utilisant un pot vibrant

Afin de localiser les différentes couches de la peau nous avons décidé, dans un premier temps, de construire un dispositif OCT 1D en profondeur sur le principe de l'interféromètre de Michelson à faible cohérence : notre but est de réaliser un système permettant de localiser en profondeur les altérations cutanées suite à une exposition radiologique. Généralement la modulation du signal interférométrique et l'exploration en profondeur sont réalisées séparément. Nous choisissons d'utiliser un pot vibrant dans notre dispositif afin de moduler le signal interférométrique durant l'exploration en profondeur. Ce qui permet d'avoir une exploration rapide, une simplicité d'utilisation pour un faible coût.

III.1 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est principalement constitué d'un interféromètre de Michelson à faible cohérence en espace libre, d'un pot vibrant et d'une détection synchrone (Figure VIII.11).

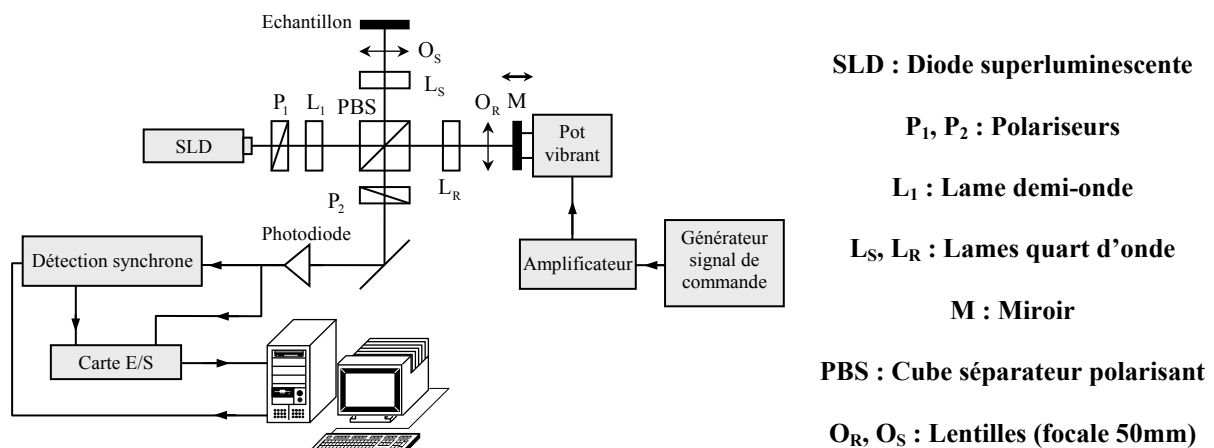


Figure VIII.11 : Dispositif expérimental.

III.1.1 Source lumineuse

La source lumineuse est une diode superluminescente (SLD) produite par BWTEK. Celle-ci remplit les conditions requises pour un système OCT : une puissance convenable (7 mW), une grande largeur spectrale (FWHM $\Delta\lambda=17,8$ nm) et une longueur d'émission dans le proche infrarouge ($\lambda_0=828,3$ nm). En supposant que la densité spectrale de la source est gaussienne, nous nous attendons (VIII.16) à avoir une résolution en profondeur de 17 μm dans le vide.

III.1.2 Interféromètre

Le faisceau collimaté issu de la diode superluminescente passe à travers le polariseur P_1 afin de ne sélectionner qu'un état de polarisation linéaire. En utilisant un cube séparateur polarisant (PBS), la lumière est alors divisée en deux bras (référence et échantillon). La lame demi-onde L_1 , située avant le cube polarisant (PBS : polarizing beam splitter), permet de régler l'intensité entre ces deux bras. Les lames quart d'onde L_S et L_R évitent, quant à elles, un retour du faisceau laser vers la source. Notons également que ces lames quart d'onde permettront, à terme, de générer différents états de polarisation. Pour cette étude, nous avons utilisé deux lentilles (O_R , O_S) de distance focale égale à 50 mm (faible ouverture numérique). L'exploration en profondeur (typiquement noté a-scan [1.29]) et la modulation de phase du signal interférométrique sont réalisées en déplaçant le miroir de référence à l'aide d'un pot vibrant (V200, LDS) commandé par un générateur de signal de commande (33120A, HEWLETT PACKARD). Un amplificateur (GR763-AF, GENTRAD) est nécessaire afin de délivrer suffisamment de puissance au pot pour pouvoir déplacer le miroir de référence.

III.1.3 Détection et acquisition des données

La photodiode, de fréquence de coupure à -3 dB égale à 100 kHz, (S8745-01, HAMAMATSU) détecte le signal interférométrique. Celui-ci est alors démodulé par une détection synchrone (7265 DSP Lock-in Amplifier, Signal Recovery) afin de n'en récupérer que l'enveloppe. Celle-ci est ensuite numérisée par une carte d'entrée sortie de fréquence d'échantillonnage égale à 275 kHz (PCI-6014, National Instruments) puis enregistrée sur un ordinateur à l'aide d'un programme réalisé sous Labview™.

Le choix de la détection synchrone s'explique aisément lorsque le milieu étudié est un milieu biologique. En effet, l'intensité du signal réfléchi par celui-ci est alors très faible et l'amplitude du signal interférométrique résultant peut être du même ordre de grandeur que le bruit.

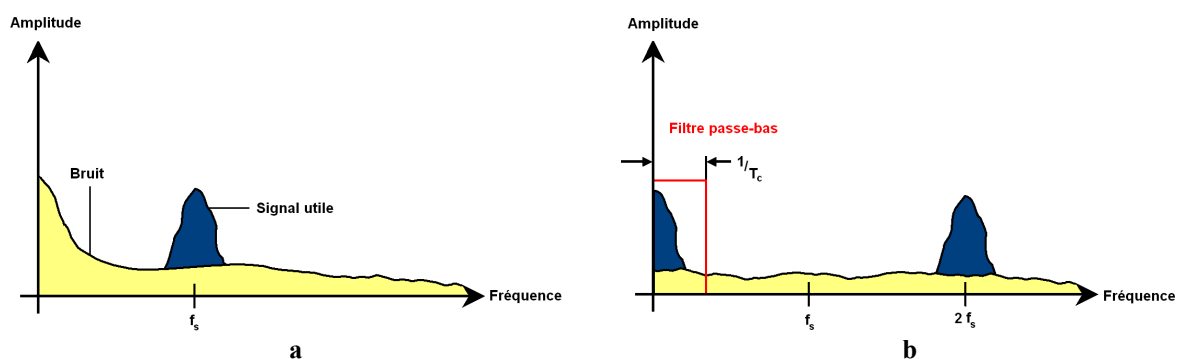


Figure VIII.12 : Principe de la détection synchrone.

La détection synchrone permet d'extraire un signal utile $s(t)$ à la fréquence f_s d'un fond bruité $b(t)$ (Figure VIII.12.a). Le signal ainsi détecté (signal utile et bruit) est multiplié par un signal sinusoïdal de référence à la même fréquence f_s . Ce qui revient à déplacer le spectre $S(f)$ du signal

utile autour de la fréquence nulle et de la fréquence $2 f_s$. Il suffit alors d'effectuer un filtrage passe-bas du signal résultant afin de ne récupérer que le signal utile autour de la fréquence nulle (**Figure VIII.12.b**). Notons que nous utilisons la constante de temps T_c pour décrire la largeur de bande de ce filtre. Ce paramètre correspond en fait à l'inverse de la fréquence de coupure du filtre passe-bas. En conclusion, plus T_c sera grand, plus le filtrage spectral sera fin.

III.2 Applications

Le dispositif expérimental étant présenté, il convient d'évaluer ses performances en disposant un miroir dans le bras de l'échantillon et en appliquant un signal triangulaire sur le pot vibrant. Mais auparavant revenons sur le choix de ce signal de commande.

III.2.1 Choix d'un signal de commande triangulaire

Il est possible de décrire plus généralement le signal interférométrique (sans l'offset), généré par la superposition des faisceaux issus des bras de référence et de l'échantillon, en faisant apparaître le déplacement du pot vibrant (sur un aller) $z(t)$ tel que :

$$I_{\text{oct}}(t) \propto \left(\frac{I_0(t)}{I_0(0)} * m(t) \right) \cos \left(\frac{4\pi}{\lambda_0} z(t) + \varphi_0 \right) \quad (\text{VIII.19})$$

Où $I_0(t)$ est la fonction de cohérence temporelle de la source lumineuse (supposée de forme gaussienne dans le présent cas) et $m(t)$ décrit la fonction réponse du milieu ainsi étudié.

L'intensité I_{oct} est modulée à la fréquence $f_0(t)$. A partir de (VIII.15) il est possible de réécrire cette dernière en fonction de la vitesse du pot vibrant $V_p(t)$ telle que :

$$f_0(t) = \frac{2}{\lambda_0} \frac{dz(t)}{dt} = \frac{2}{\lambda_0} V_p(t) \quad (\text{VIII.20})$$

Théoriquement, si un signal triangulaire (**Figure VIII.13.a**) est appliqué sur le pot vibrant, celui-ci se déplace uniformément sur l'aller et le retour (**Figure VIII.13.b**).

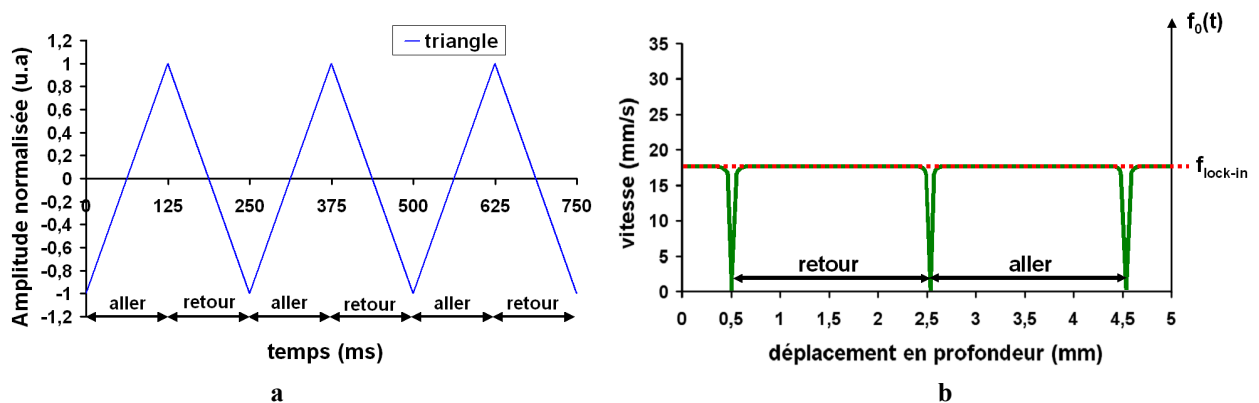


Figure VIII.13 : Caractéristiques idéales du pot vibrant se déplaçant à la vitesse de 16 mm/s :

a : signal de commande triangulaire de fréquence 4 Hz (1 aller-retour en 250 ms),

b : vitesse du pot vibrant $V_p(t)$ et fréquence instantanée $f_0(t)$ en fonction du déplacement (1 aller=2 mm).

Dans ce cas, l'enveloppe du signal interférométrique est obtenue en choisissant la fréquence de détection synchrone $f_{\text{lock-in}}$ égale à f_0 puisque cette dernière est constante quelle que soit la position du pot vibrant (**Figure VIII.13.b**). Si le pot se déplace sur une distance de 2 mm à la

vitesse de 16 mm/s, la fréquence $f_{\text{lock-in}}$ sera choisie égale à 38,6 kHz si la source utilisée est la diode laser dont nous disposons.

III.2.2 Milieu test : miroir

Dans un premier temps, nous avons choisi d'appliquer un signal triangulaire sur le pot vibrant et de placer dans le bras de l'échantillon un miroir. Dans ce cas, le signal OCT (normalisé), détecté par la photodiode, est représenté sur la **figure VIII.14.a**.

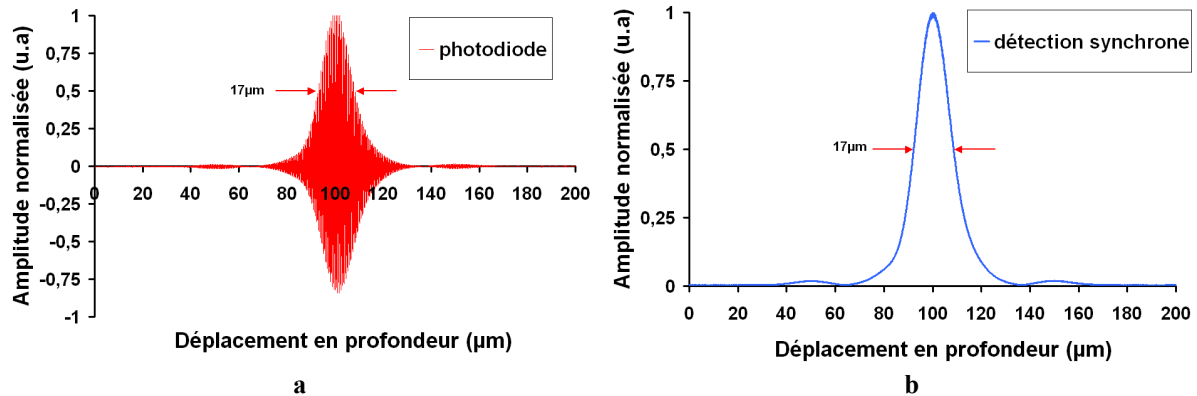


Figure VIII.14 : Résultat de la détection synchrone,
a : au niveau de la photodiode, b : après la détection synchrone.

Celui-ci est alors envoyé vers la détection synchrone afin de ne récupérer que l'enveloppe du signal (**Figure VIII.14.b**). La fréquence $f_{\text{lock-in}}$ a été ajustée de telle sorte qu'elle soit égale à la fréquence de modulation f_0 .

Nous retrouvons la valeur théorique attendue de la résolution en profondeur et dans le vide (17 μm) obtenue pour une source gaussienne.

III.2.3 Milieu biologique : peau

Le dispositif étant validé, nous avons choisi d'étudier un des échantillons de peau de porc irradiés dont nous disposons. La durée de vie des prélèvements cutanés étant limitée, nous n'avons eu le temps de n'en regarder qu'un seul.

Nous présentons ci-dessous (**Figure VIII.15**) le profil d'intensité en profondeur obtenu pour un échantillon de peau irradié à 15 Gy. Celui-ci correspond au signal OCT démodulé après la détection synchrone.

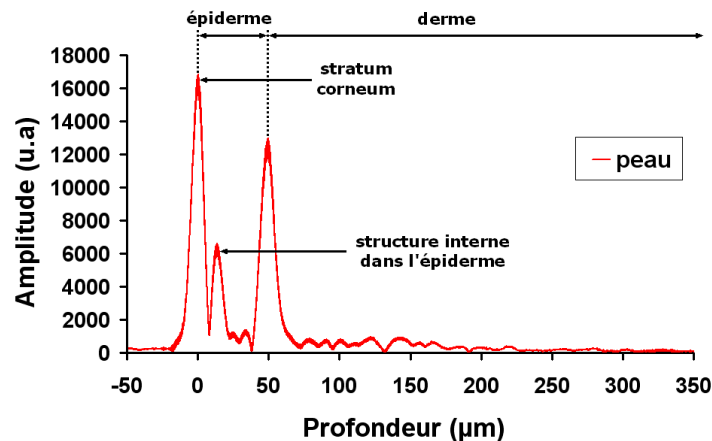


Figure VIII.15 : Profil en profondeur de la peau (porc).

Le résultat que nous obtenons semble cohérent avec celui obtenu par BORDENAVE [8.20]. En effet, nous distinguons nettement deux zones différentes sur cette coupe de peau *ex-vivo*. Celles-ci correspondent à l'épiderme et au derme. Il est possible de mesurer précisément l'épaisseur du derme. Dans le présent cas, celle-ci est de 50 μm sachant qu'elle est généralement comprise entre 30 et 100 μm chez le porc. La première interface détectée correspond au stratum corneum.

L'épaisseur du stratum corneum, chez le porc est généralement de 13 –18 μm . Sachant que la résolution en profondeur est ici de 11 μm puisque $n=1,5$, le deuxième pic peut également correspondre à la deuxième interface du stratum corneum. Cependant, il nous semble plus probable que ce pic correspond à une structure interne de l'épiderme (couche granuleuse) car, rappelons-le (chapitre 1), l'épiderme est constitué de 4 couches cellulaires. Les pics secondaires, dans l'épiderme, peuvent également être interprétés comme certaines de ces couches (épineuse et basale).

Nous avons vu au chapitre 6, qu'il est possible de discriminer les zones de peau irradiées en utilisant la polarisation comme agent de contraste. En ajoutant l'information de polarisation sur le dispositif OCT, il serait possible de localiser les altérations cutanées dues à l'irradiation. En remplaçant le cube séparateur polarisant par un cube qui ne l'est pas et pour différentes positions des lames quart d'onde, nous pourrions ainsi obtenir, pour différents états de polarisation, plusieurs profils (en profondeur). La comparaison de ces mesures pourrait permettre d'observer les modifications polarimétriques générées par l'irradiation de la peau.

Cependant, cela implique que la vitesse du pot soit uniforme sur tout son déplacement puisque la détection synchrone est réglée pour une fréquence constante. Or nous allons voir qu'en réalité, la vitesse du pot vibrant n'est pas constante pour un signal triangulaire. Il convient donc de trouver une solution alternative pour améliorer la robustesse de notre dispositif tout en offrant la possibilité de remonter au signal OCT sur toute l'exploration en profondeur.

III.3 Optimisation du dispositif expérimental

L'analyse du signal peut être difficile si la vitesse de déplacement du pot vibrant n'est pas uniforme. En effet, la détection synchrone est ajustée à une fréquence constante et elle n'est donc pas capable de démoduler efficacement le signal interférométrique sur tout le déplacement du pot. Le signal démodulé, sera donc déformé en profondeur.

III.3.1 Cas réel d'un signal de commande triangulaire

III.3.1.1 Vitesse de déplacement du pot vibrant

La vitesse instantanée de déplacement du pot vibrant peut être mesurée, sur notre dispositif en remplaçant simplement la diode superluminescente par une source qui présente une longueur de cohérence plus importante que le déplacement effectif du miroir monté sur le pot vibrant. C'est pourquoi, nous avons choisi d'utiliser un laser HeNe émettant à 632,8 nm.

Nous représentons sur la **figure VIII.16**, la vitesse instantanée du pot vibrant mesurée en fonction du déplacement dans le cas d'un signal de commande triangulaire. Nous observons, dans ce cas, une vitesse non uniforme qui présente des déplacements aller et retour asymétriques. Le pot vibrant présente donc des non-linéarités de déplacement.

[8.20] E. BORDENAVE, E. ABRAHAM, G. JONUSAUSKAS, J. OBERLE, C. RUILIERE, "Longitudinal imaging in biological tissues with a single laser shot correlation system", Optics Express, vol. 10, n° 1, 35-40 (2002).

En ajustant la fréquence $f_{\text{lock-in}}$ de la détection synchrone de façon à obtenir l'information au centre du déplacement (aller), il est impossible de récupérer l'enveloppe du signal OCT sur toute l'exploration en profondeur.

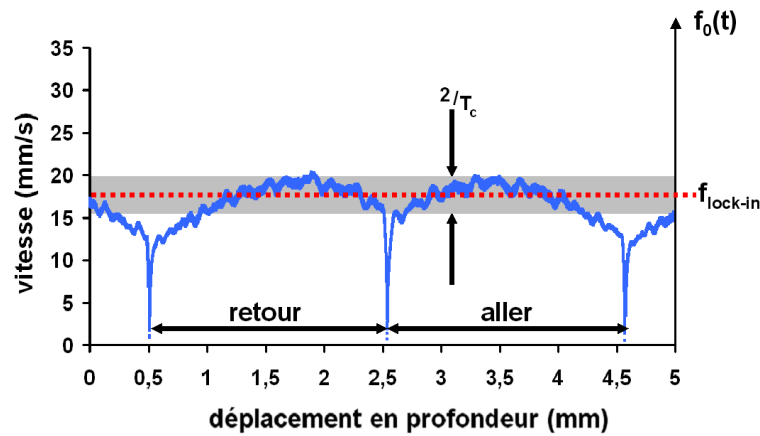


Figure VIII.16 : Vitesse du pot vibrant $V_p(t)$ et fréquence $f_0(t)$ en fonction du déplacement dans le cas d'un signal de commande triangulaire.

Précédemment, nous avons vu que la détection synchrone est constituée, en sortie, d'un filtre passe-bas dont la fonction est d'éliminer le bruit. Une solution pour s'affranchir du problème de la non linéarité de déplacement du pot vibrant consiste à augmenter la largeur de bande de ce filtre ($2/T_c$) et donc à diminuer au maximum T_c . Cette solution n'est cependant pas envisageable dans le cas d'applications biologiques. En effet, l'intensité réfléchie et rétrodiffusée par des milieux fortement diffusants comme la peau nécessite d'augmenter la sensibilité de la détection synchrone, mais dans ce cas le rapport signal sur bruit croît également.

III.3.1.2 Variations de T_c et $f_{\text{lock-in}}$ sur un milieu test

L'amplitude du signal démodulé par la détection synchrone est également très sensible aux paramètres de la détection synchrone (T_c , $f_{\text{lock-in}}$). Nous avons choisi d'illustrer ces variations sur un milieu test constitué de deux lames de microscopes superposées (Figure VIII.17) de manière à détecter leurs interfaces sur toute l'exploration du pot vibrant.

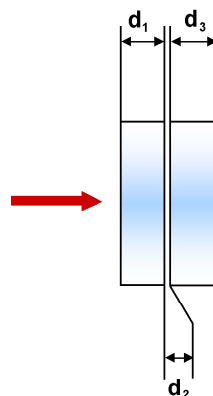


Figure VIII.17 : Deux lames de microscopes superposées. La flèche rouge représente le faisceau optique incident dans le bras de référence de l'interféromètre.

Puisque ces deux lamelles ne sont pas collées optiquement, il existe un interstice entre elles. De plus d'après le fabricant (Menzel-Glaser), l'épaisseur des lames varie entre 0,13 et 0,16 mm.

En raison des paramètres du pot vibrant, de la fréquence de coupure de la photodiode et de la dimension des lamelles, nous avons fixé l'excursion du pot (sur un aller) à 625 μm sachant que celui-ci se déplace à la vitesse de 5 mm/s.

Dans le cadre de notre étude, T_c est fixée par la détection synchrone et peut prendre les valeurs suivantes : 10, 20, 40, 80, 160, 320, 640 μs .

Dans le cas d'un signal de commande triangulaire, nous avons ainsi réalisé le profil en profondeur de ces deux lamelles de microscopes en faisant varier T_c et $f_{\text{lock-in}}$ (Figure VIII.18).

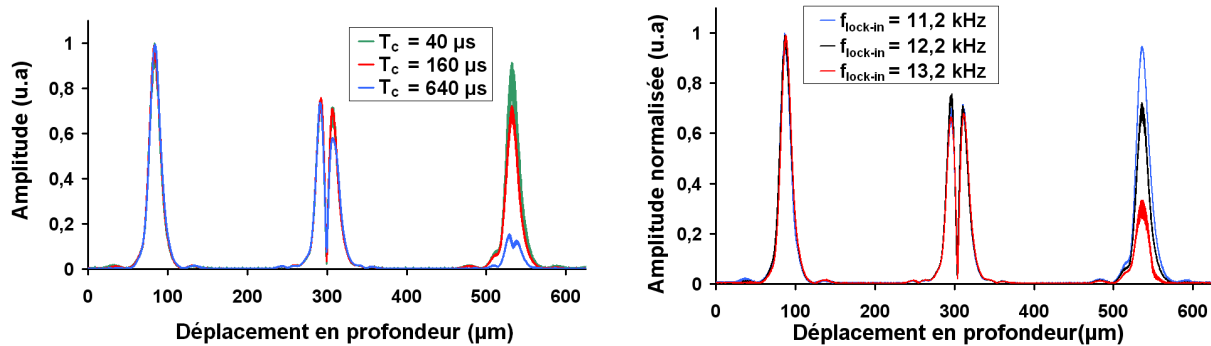


Figure VIII.18 : Profil en profondeur des deux lamelles de microscopes collées dans le cas d'un signal de commande triangulaire :

a : en faisant varier T_c et $f_{\text{lock-in}}=12,2 \text{ kHz}$, b : en faisant varier $f_{\text{lock-in}}$ et $T_c=160 \mu\text{s}$.

Lorsque T_c varie, la fréquence de la détection synchrone a été ajustée à 12200 Hz et nous observons deux effets (Figure VIII.18.a) :

- Lorsque T_c est faible (40 μs), une modulation à $2 f_{\text{lock-in}}$ apparaît sur le signal sur le dernier pic. En effet, le filtrage passe-bas n'agit pas efficacement.
- En augmentant T_c (640 μs), la résolution de la dernière interface diminue à cause du déplacement non linéaire du pot vibrant. En effet, plus T_c est grand, plus la largeur de bande du filtre passe-bas est fine et plus la sensibilité aux variations de fréquence pose problème.

En supposant que l'indice des lamelles est tel que $n=1,5$, les épaisseurs de la première et de la deuxième lames sont respectivement évaluées à 141 μm et à 149 μm . Sachant que l'interstice est constitué d'air ($n=1$), son épaisseur vaut 15 μm .

Lorsque $f_{\text{lock-in}}$ varie, le paramètre T_c est fixé à 160 μs et nous observons que l'amplitude du profil en profondeur est également sensible à la valeur de la fréquence de la détection synchrone (Figure VIII.18.b).

Afin d'éviter les non-linéarités du déplacement du pot vibrant, nous devons donc choisir un autre signal de commande du pot vibrant afin de traiter le signal OCT sur toute l'exploration en profondeur et offrir le maximum de robustesse.

III.3.2 Cas réel d'un signal de commande triangulaire modulé

III.3.2.1 Vitesse de déplacement du pot vibrant

Plutôt que d'essayer d'obtenir une exploration la plus uniforme possible, nous avons choisi d'exploiter les non linéarités du pot vibrant en augmentant les variations de vitesse instantanée

caractérisant celui-ci. C'est pour cette raison que nous avons choisi d'appliquer comme signal de commande, un signal triangulaire couplé à un signal sinusoïdal (**Figure VIII.19.a**) [8.21].

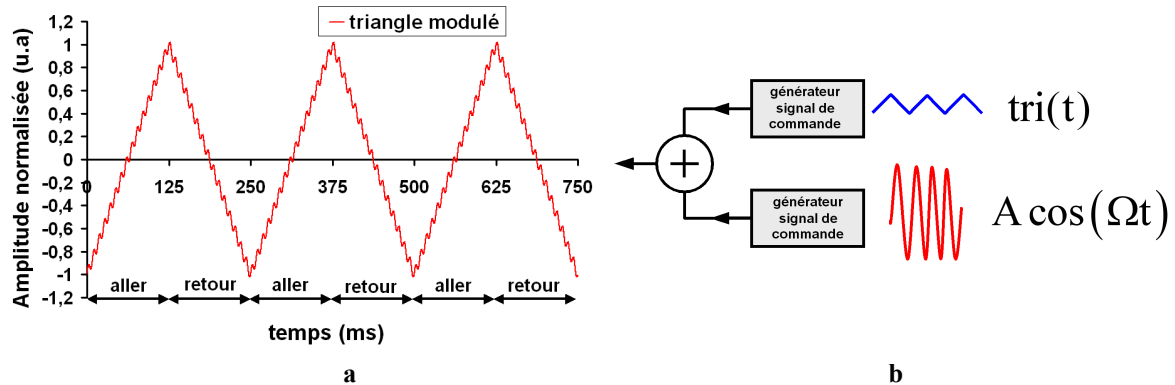


Figure VIII.19 : Caractéristiques du signal commandant le pot vibrant dans le cas où celui-ci se déplace à la vitesse de 16 mm/s pour une exploration de 2 mm :
a : signal de commande triangulaire modulé par une sinusoïde,
b : génération du triangle modulé à partir de deux générateurs.

Dans un premier temps, nous avons essayé de générer ce signal par ordinateur mais celui-ci étant fortement bruité, il a finalement été réalisé en couplant deux générateurs. L'un délivre le signal triangulaire tri(t) précédent tandis que l'autre génère un signal de commande sinusoïdal (**Figure VIII.19.b**). La position du pot vibrant est alors décrite par :

$$z(t) \propto \text{tri}(t) + A \cos(\Omega t) \quad (\text{VIII.21})$$

De la même manière que pour le signal triangulaire (**Figure VIII.16**), la vitesse instantanée effective du pot vibrant $V_p(t)$ a été mesurée en fonction du déplacement généré par le signal de commande triangulaire modulé (**Figure VIII.20**).

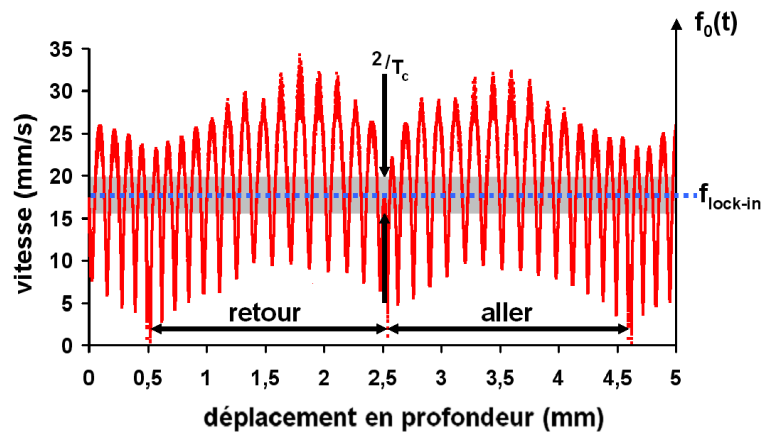


Figure VIII.20 : Vitesse du pot vibrant $V_p(t)$ et fréquence $f_0(t)$ en fonction du déplacement dans le cas d'un signal de commande triangulaire modulé.

La vitesse du pot vibrant présente des oscillations dont la fréquence est Ω et l'amplitude est proportionnelle au produit de A avec Ω (**Figure VIII.20**).

[8.21] F. BOULVERT, S. RIVET, B. LE JEUNE, G. LE BRUN, F. PELLEN, J. CARIOU, "OCT system with electro-dynamic shaker driven by a frequency-modulated waveform", Optical Coherence Tomography and Coherence Techniques II, W. DREXLER, Editor, Proc. SPIE **5861**, 90-97 (2005).

Dans ce cas, la détection synchrone détecte le signal OCT chaque fois que $f_0(t) = f_{\text{lock-in}}$ et ceci tout le long de l'exploration en profondeur avec théoriquement une plus grande liberté de choix de la valeur T_c du filtre passe-bas en sortie de la détection synchrone. L'amplitude du signal ainsi démodulé correspond alors à une succession de pics. L'utilisation d'un tel signal de commande agit alors comme un échantillonneur.

III.3.2.2 Illustration

Afin d'illustrer l'effet de la modulation sur le signal de commande, nous avons enregistré l'enveloppe du signal interférométrique donnée par la détection synchrone dans le cas d'un signal de commande triangulaire et triangulaire modulé (**Figure VIII.21**). L'échantillon ainsi étudié est une lame de microscope et la source utilisée est la diode superluminescente. Avec le signal modulé nous obtenons (**Figure VIII.21**) une série de pics dont l'amplitude correspond à l'enveloppe gaussienne obtenue avec un signal triangulaire.

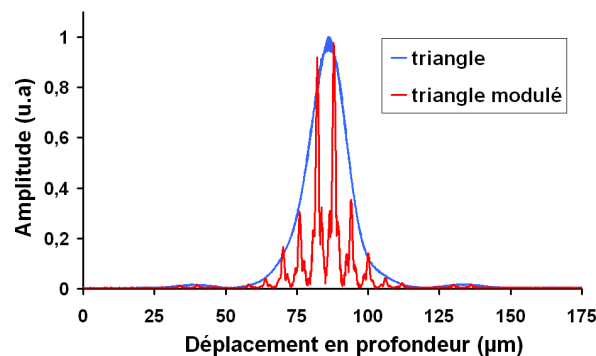


Figure VIII.21 : Amplitude (normalisée) démodulée par la détection synchrone de la première interface d'une lame de microscope pour les deux signaux de commandes du déplacement du pot vibrant.

Il est possible d'optimiser le signal sinusoïdal dans le but d'avoir le maximum de variation de la vitesse instantanée et donc d'avoir le meilleur contraste possible sur les pics.

De plus, pour pouvoir discerner une interface, il convient d'avoir au moins 3 pics compris dans la longueur de résolution Δz . La fréquence de modulation Ω doit être choisie afin de satisfaire cette condition. Enfin, notons que la largeur des pics diminue avec l'augmentation de la valeur de T_c .

III.3.2.3 Variations de T_c et $f_{\text{lock-in}}$ sur un milieu test

Il convient maintenant de qualifier la robustesse du dispositif expérimental (**Figure VIII.11**) lorsque le signal de commande du pot vibrant est un triangle modulé par une sinusoïde (**Figure VIII.19.a**) dont les paramètres sont tels que : $\Omega = 400$ Hz et $A = 1/7$ de l'amplitude du signal triangulaire. Le milieu test utilisé est celui constitué des deux lames de microscope (**Figure VIII.17**).

Dans un premier temps, nous faisons varier T_c et nous ajustons $f_{\text{lock-in}}$ à 12200 Hz (**Figure VIII.22**) et nous observons que T_c doit être optimisé de manière à résoudre les pics. L'utilisation du triangle modulé comme signal de commande impose donc de faire un compromis et d'utiliser, dans ce cas, la détection synchrone avec $T_c = 160$ μ s (**Figure VIII.22.b**).

Dans un deuxième temps, nous faisons varier la fréquence de démodulation autour de f_0 pour un T_c optimal (ici 160 μ s). Nous vérifions que l'ajustement de $f_{\text{lock-in}}$ est beaucoup moins sensible pour un triangle modulé (**Figure VIII.23**) que pour un signal triangulaire (**Figure VIII.18.b**).

L'utilisation d'un signal de commande triangulaire et modulé (**Figure VIII.19.a**) offre donc une meilleure robustesse sur toute l'exploration puisque le profil en profondeur est beaucoup moins

sensible à la fréquence de démodulation de la détection synchrone mais il est toutefois nécessaire d'ajuster T_c .

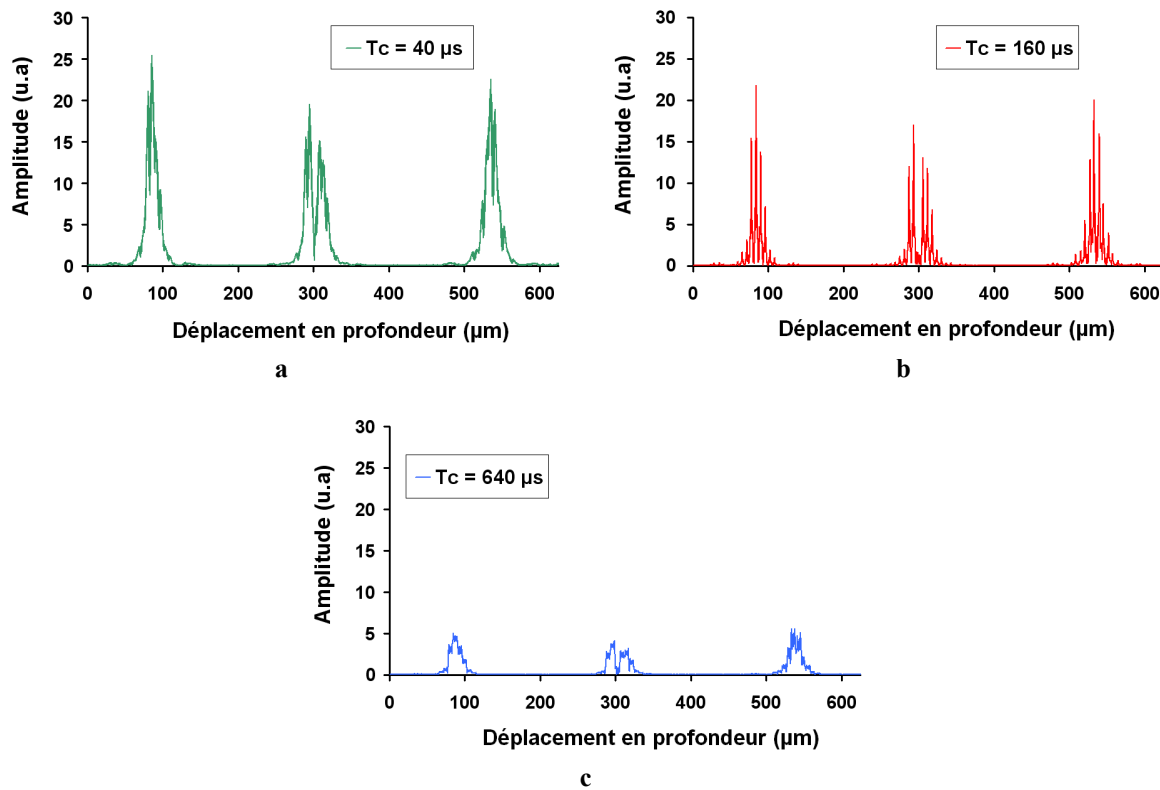


Figure VIII.22 : Profil en profondeur des deux lamelles de microscopes collées en faisant varier T_c dans le cas d'un signal de commande triangulaire modulé.

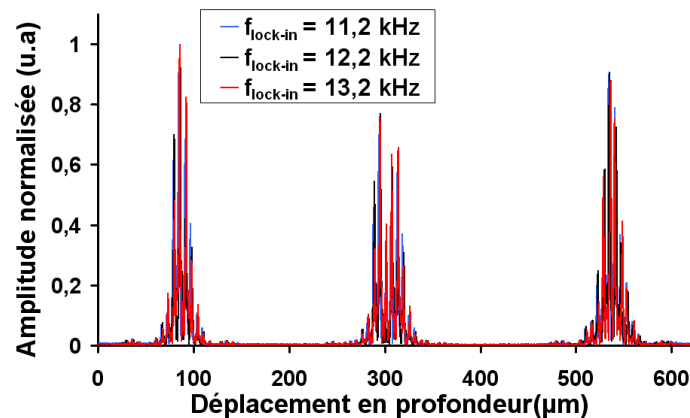


Figure VIII.23 : Profil en profondeur des deux lamelles de microscopes collées en faisant varier $f_{\text{lock-in}}$ dans le cas d'un signal de commande triangulaire.

Lorsque le signal rétrodiffusé par un milieu fortement diffusant est très faible (cas des milieux biologiques), l'intensité détectée par la photodiode est alors très bruitée. De manière à améliorer le rapport S/B, la valeur de T_c doit être choisie la plus grande possible. C'est pourquoi, il est également préférable de travailler avec le signal triangulaire modulé comme commande de déplacement du pot. Néanmoins, nous avons observé expérimentalement que le rapport S/B n'est augmenté que d'un facteur 2 par rapport au signal triangulaire.

III.3.3 Profil en profondeur d'un oignon : comparaison

Nous choisissons de valider la robustesse du signal de commande modulé en réalisant le profil en profondeur d'un oignon (indice $n=1,33$). Ce milieu faiblement diffusant présente une structure en couches qui se prête bien à notre dispositif OCT. Les cellules de l'oignon, d'une taille de l'ordre de plusieurs dizaines de micromètres, sont disposées en différentes strates successives.

Les profils présentés sur la **figure VIII.24** ont été obtenus en déplaçant le miroir à une vitesse de 5 mm/s sur une exploration de 625 μm . Nous choisissons $T_c=40\ \mu\text{s}$ lorsque le signal de commande est triangulaire et $T_c=160\ \mu\text{s}$ si celui-ci est modulé.

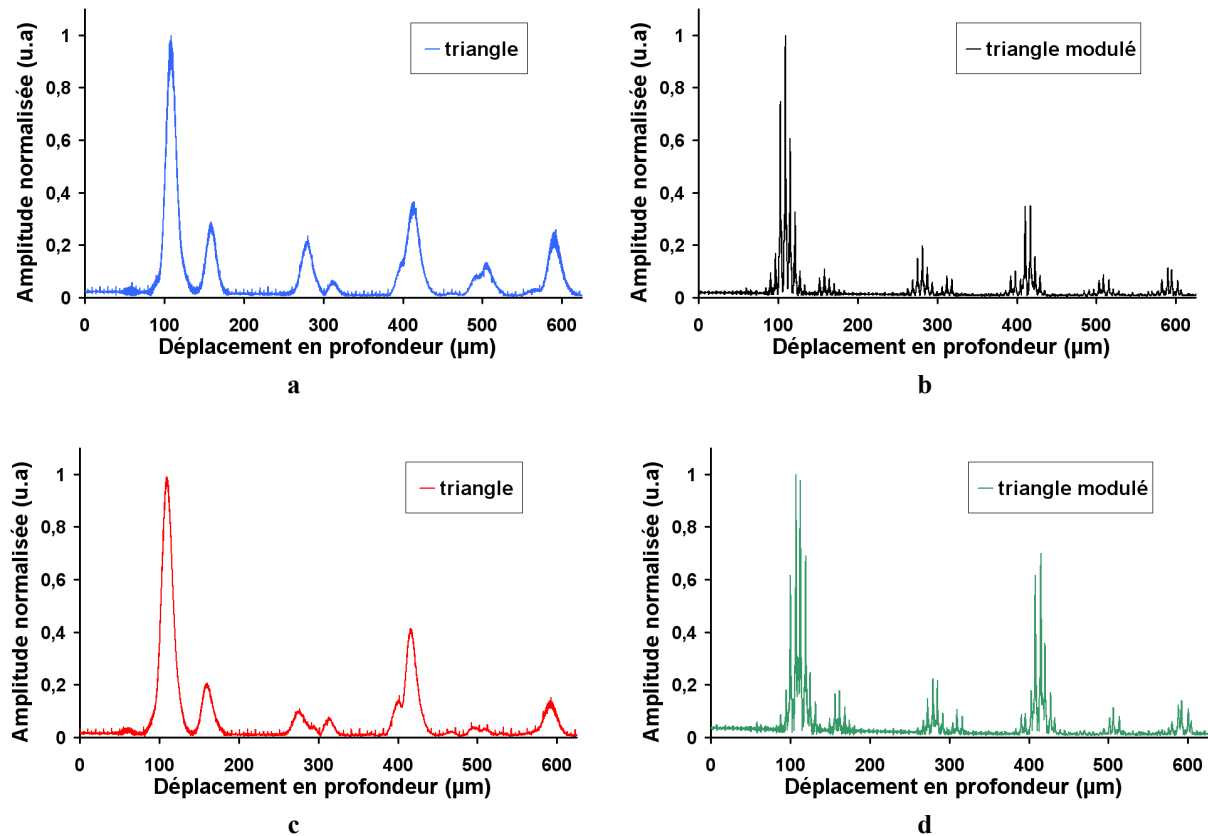


Figure VIII.24 : Profil en profondeur d'un oignon perpendiculaire à sa surface (première interface à gauche).

- a : signal triangulaire, $T_c=40\ \mu\text{s}$ et $f_{\text{lock-in}}=12200\ \text{Hz}$,**
- b : signal triangulaire modulé, $T_c=160\ \mu\text{s}$ et $f_{\text{lock-in}}=12200\ \text{Hz}$,**
- c : signal triangulaire, $T_c=40\ \mu\text{s}$ et $f_{\text{lock-in}}=13200\ \text{Hz}$,**
- d : signal triangulaire modulé, $T_c=160\ \mu\text{s}$ et $f_{\text{lock-in}}=13200\ \text{Hz}$.**

Les figures de gauche correspondent à un signal de commande triangulaire tandis que celles de droite correspondent à un signal de commande triangulaire modulé. Les figures du haut sont obtenues lorsque la fréquence de la détection synchrone est optimisée, à savoir $f_{\text{lock-in}}=12200\ \text{Hz}$ tandis que celles du bas sont obtenues pour $f_{\text{lock-in}}=13200\ \text{Hz}$.

Lorsque la fréquence de détection synchrone est bien ajustée (**Figures VIII.24.a,b**), les deux signaux de commande semblent donner la même information même s'il y a des différences sur certaines structures. Si par contre $f_{\text{lock-in}}$ est mal ajusté (**Figures VIII.24.c,d**), le profil obtenu avec le triangle modulé est inchangé alors que celui réalisé avec le signal triangulaire a évolué.

En terme de robustesse, il est donc plus intéressant d'utiliser le signal triangulaire modulé.

IV Conclusions

Nous avons donc réalisé un dispositif OCT capable d'obtenir le profil en profondeur d'un échantillon diffusant avec une résolution de 17 μm dans le vide. La modulation du signal interférométrique et l'exploration en profondeur sont réalisées à l'aide d'un pot vibrant. La démodulation du signal interférométrique est effectuée à l'aide d'une détection synchrone.

Nous avons validé ce dispositif sur un des échantillons de peau dont nous disposons pour mener les études polarimétriques présentées au chapitre 6 et nous avons vérifié qu'il est possible de mesurer l'épaisseur de l'épiderme. En augmentant la course du pot vibrant, nous pourrions éventuellement mesurer l'épaisseur du derme. Ce dispositif est adapté à l'étude du syndrome cutané d'irradiation aiguë puisque l'irradiation affecte les épaisseurs de l'épiderme et du derme.

Lorsque le signal de commande du pot vibrant est triangulaire, nous avons cependant observé que l'exploration en profondeur ne se fait pas à vitesse constante. De plus, le signal obtenu est sensible à la fréquence de démodulation $f_{\text{lock-in}}$ et à la largeur de bande du filtre.

De manière à améliorer la robustesse, nous avons opté pour un signal de commande triangulaire couplé à un signal sinusoïdal. Son utilisation permet de rendre insensible le signal obtenu à la fréquence de démodulation $f_{\text{lock-in}}$, mais néanmoins elle ne permet pas franchement d'améliorer le rapport S/B.

Il reste également à définir le filtre le plus adapté pour reconstruire l'enveloppe du signal démodulé par la détection synchrone puisque nous obtenons, avec ce signal modulé, une série de pics dont l'amplitude correspond à l'enveloppe gaussienne obtenue avec un signal triangulaire. L'utilisation d'un simple filtre passe-bas numérique fait apparaître une légère surmodulation sur l'enveloppe ainsi reconstruite **[8.21]**.

Une fois cette étape validée, nous pourrions faire évoluer notre dispositif expérimental vers un OCT sensible à la polarisation puisque l'irradiation entraîne une réorganisation de la matrice extracellulaire (teneur et organisation du collagène) et certainement une modification de la biréfringence.

Conclusion et perspectives

Au cours de ce travail de thèse, nous nous sommes attachés à mettre en évidence la possibilité d'utiliser des méthodologies optiques dans l'investigation biophysique du syndrome cutané d'irradiation aiguë, pour des doses d'irradiation relativement faibles (20 Gy maximum). Celles-ci permettent une exploration non invasive des tissus en s'appuyant sur des agents de contraste naturels. Pour mener à bien cet objectif, plusieurs étapes ont été nécessaires.

La première étape (Chapitre 1) a consisté à choisir la polarisation comme agent de contraste. Celle-ci permet déjà de détecter les modifications d'ordonnement dues au brûlures thermiques de manière non invasive et sans contact. Nous avons vu que le collagène, un des principaux constituants du tissu cutané, a la particularité d'être à la fois l'un des principaux diffuseurs de la peau et d'avoir un comportement polarimétrique anisotrope (biréfringent) dans son interaction avec les ondes optiques. Une élévation de température modifie l'ordonnement des fibres de collagène en les dénaturant : la biréfringence disparaît et le régime de diffusion est modifié (augmentation de la dépolarisation). Puisque le changement d'ordre dû à une irradiation diffère de celui produit par une brûlure thermique, une étude de faisabilité de l'utilisation de la polarisation comme agent de contraste du syndrome cutané d'irradiation aiguë a été réalisée à l'aide de la polarimétrie de Mueller. Cette technique est particulièrement bien adaptée à l'étude d'un milieu dépolarisant tel que la peau.

Dans la deuxième étape nous avons posé les bases théoriques pour l'interprétation des résultats obtenus à l'aide de la polarimétrie de Mueller qui consiste à mesurer la matrice de Mueller d'un milieu (Chapitre 2). Nous avons montré que la lecture de cette dernière n'est pas immédiate lorsqu'elle est obtenue expérimentalement et que le milieu étudié est fortement dépolarisant (cas de la peau et de la plupart des milieux biologiques) puisqu'elle est bruitée et que l'information pertinente est souvent dispersée entre ses différents éléments. Nous avons alors montré qu'il est nécessaire de décomposer cette matrice en éléments simples (Chapitre 3) pour découpler les différentes transformations polarimétriques. A partir des travaux de LE ROY-BREHONNET **[4.2]** et de CHIPMAN **[3.5]**, nous avons établi un algorithme de décomposition et de classification des matrices de Mueller dépolarisantes et non dépolarisantes (Chapitre 4). Non seulement il permet de distinguer le bruit expérimental de la dépolarisation intrinsèque du système optique étudié, mais aussi de séparer celle-ci des autres effets physiques en présence (biréfringence, dichroïsme). Cet algorithme peut également caractériser la nature isotrope ou anisotrope de la dépolarisation.

Dans la troisième étape nous avons utilisé le polarimètre mis au point par BOULBRY **[5.2]**, en configuration de réflexion, pour vérifier si la polarisation peut être utilisée comme agent de contraste du diagnostic du syndrome cutané d'irradiation aiguë. Une fois étalonné, ce polarimètre de Mueller achromatique (de 400 à 700 nm) permet d'obtenir une précision inférieure au centième sur les éléments de la matrice de Mueller expérimentale (Chapitre 5).

Plusieurs études polarimétriques angulaires et spectrales dans le domaine du visible ont été menées sur des échantillons *ex vivo* prélevés sur des zones de peau de porc saines et irradiées (jusqu'à 20 Gy). En appliquant l'algorithme de décomposition sur les matrices de Mueller de ces échantillons, nous avons ainsi pu démontrer que la peau, qu'elle soit irradiée ou non, est un milieu qui présente à la fois du dichroïsme (effet de surface), de la biréfringence (configuration de réflexion) et une forte dépolarisation au caractère faiblement anisotrope (Chapitre 6).

Cet algorithme a montré que seul l'indice de dépolarisation est sensible à la dose d'irradiation (rayonnements γ). Le retard et la diatténuation ne peuvent pas être utilisés comme paramètres discriminants puisque le retard, proche de 180° , résulte de la configuration en réflexion tandis que la diatténuation est trop faible et trop sensible au bruit pour être discriminante. Nous avons constaté que la dépolarisation induite par une brûlure radiologique diffère de celle observée dans le cas d'une brûlure thermique **[1.3]**, car plus la peau est irradiée (au-dessus de 10 Gy) moins la lumière incidente est dépolarisée. Ces conclusions sont confortées par les travaux de l'IRSN **[6.3]** qui ont montré qu'une dose d'au moins 15 Gy ferait apparaître respectivement un épaississement et une diminution des épaisseurs de l'épiderme et du derme ainsi que des modifications de la matrice extracellulaire (teneur et organisation du réseau de collagène).

Comme nous mesurons la dépolarisation moyenne engendrée par tout le milieu étudié, l'indice de dépolarisation ne permet pas d'identifier la modification structurelle des tissus cutanés responsable de sa variation ; nous avons alors entrepris d'exploiter le caractère faiblement anisotrope de la dépolarisation de la peau en introduisant un nouveau paramètre : le taux de mémoire de polarisation. En effet, nous avons remarqué que, quel que soit l'échantillon de peau, les états de polarisation circulaires sont plus dépolarisés que les états linéaires. En étudiant l'évolution de ce paramètre, sensible à l'irradiation, il serait possible de remonter à l'évolution des caractéristiques des diffuseurs de la peau (taille, concentration).

L'indice de dépolarisation et le taux de mémoire de polarisation sont également sensibles à la longueur d'onde et à l'angle de détection. L'exploitation de ces paramètres, lors de l'étude des tissus biologiques fortement diffusants et donc dépolarisants, nécessite un compromis dans le choix de l'angle de détection et de la longueur d'onde d'exploration.

En résumé, cette troisième étape a montré qu'il est possible d'utiliser l'indice de dépolarisation et le taux de mémoire de polarisation comme agents de contraste pour de faibles doses d'irradiation (20 Gy au maximum) où les signes cliniques sont quasi inexistantes (juste une dépilation plus ou moins prononcée selon la dose). Cependant, pour de très faibles doses (≤ 10 Gy), nous avons constaté que le comportement polarimétrique est difficile à interpréter.

La quatrième étape avait pour but de développer des méthodes optiques cohérentes complémentaires à la polarimétrie pour le diagnostic du syndrome cutané d'irradiation aiguë. Cette dernière ne permet effectivement pas, à elle seule, de comprendre les altérations cutanées dues à l'irradiation.

Dans un premier temps, nous nous sommes intéressés au couplage du speckle et de la polarisation (Chapitre 7). En analysant polarimétriquement le champ de speckle, nous avons ainsi pu vérifier que le comportement polarimétrique de la lumière dans le tissu cutané, constitué de diffuseurs de différentes tailles (petits et grands), est gouverné par les petits diffuseurs bien que ce soit les grands diffuseurs qui contribuent majoritairement au facteur d'anisotropie g et au coefficient de diffusion μ_s . Nous avons également constaté qu'en rétrodiffusion, le degré de polarisation est moins sensible à μ_s que la taille des grains de speckle. Néanmoins, il serait possible de discriminer des milieux diffusants même si leur coefficient de diffusion n'est pas connu, en utilisant la différence de taille entre les grains de speckle polarisés linéairement et ceux dépolarisés puisque cette différence reste constante quel que soit μ_s et diminue lorsque la concentration du nombre de grands diffuseurs augmente. De plus, l'analyse polarimétrique du champ de speckle sur des échantillons sains et irradiés a confirmé les résultats observés avec le taux de mémoire de polarisation (Chapitre 6). Cette technique peut donc mettre en évidence les modifications

structurelles du milieu (compte tenu de l'influence de la taille des diffuseurs sur la taille et la polarisation des grains de speckle) et donc permettre de remonter aux propriétés physiologiques des tissus constituant la peau, qu'elle soit irradiée ou saine.

Enfin, nous avons utilisé la Tomographie par Cohérence Optique afin de localiser les altérations cutanées engendrées par une exposition radiologique. Le dispositif OCT 1D ainsi mis au point (Chapitre 8) peut permettre de mesurer, de manière non invasive, la modification de l'épaisseur de l'épiderme et dans une certaine mesure celle du derme avec une résolution en profondeur de 10 μm environ. Pour moduler le signal interférométrique durant l'exploration en profondeur, notre choix s'est porté sur un pot vibrant puisqu'il offre une exploration rapide et une simplicité d'utilisation pour un faible coût. La démodulation du signal interférométrique est réalisée par une détection synchrone à une fréquence constante. Ce dispositif a été validé sur un des échantillons de peau en localisant les différentes couches qui le composent. Nous avons ensuite amélioré la robustesse de notre montage en optant pour un autre signal de commande de déplacement du pot vibrant.

Ces travaux ouvrent de nombreuses perspectives :

- Il serait intéressant de continuer l'analyse polarimétrique du champ de speckle dans le cadre de l'étude du syndrome cutané d'irradiation aiguë.
- De la même manière, nous souhaitons utiliser notre montage OCT pour mesurer l'épaisseur de l'épiderme suivant la dose d'irradiation reçue et ensuite le faire évoluer vers un dispositif OCT sensible à la polarisation (PS-OCT) afin d'observer les modifications de la matrice extracellulaire.
- Il est possible d'étendre rapidement les études de polarisation, menées dans cette thèse, dans le domaine de l'imagerie en utilisant le gonio-polarimètre imageur récemment mis au point au laboratoire **[4.15]**. Cette approche imageante nous permettra d'analyser statistiquement les agents de contraste liés aux altérations cutanées.
- Il est à noter que l'algorithme mis au point dans le cadre de cette thèse peut être étendu à d'autres domaines. Il est actuellement appliqué à la caractérisation polarimétrique des amplificateurs optiques à semi-conducteur (AOSC) dans le cadre d'un PRIR entre les laboratoires RESO (ENIB) et LSOL (UBO).

Bibliographie

Introduction

[i.1] Journal of Biomedical Optics.

[i.2] "Special Section on Tissue Polarimetry", Journal of Biomedical Optics, vol. **7**, n° 3, 278-397 (2002).

Chapitre 1

[1.1] **N. KOLLIAS, G. N. STAMATAS**, "Optical Non-Invasive Approaches to Diagnosis of Skin Diseases", Skin Research and Technology, vol. **7**, n° 1, 64-74 (2002).

[1.2] **B. H. PARK, C. SAXER, S. M. SRINIVAS, J. S. NELSON, J. F. DE BOER**, "In vivo burn depth determination by high-speed fiber-based polarization sensitive optical coherence tomography", Journal of Biomedical Optics, vol. **6**, n° 4, 474-479 (2001).

[1.3] **S. L. JACQUES, J. C. RAMELLA-ROMAN, K. LEE**, "Imaging skin pathology with polarized light", Journal of Biomedical Optics, vol. **7**, n° 3, 329-340 (2002).

[1.4] **P. AGACHE et al.**, "Physiologie de la peau et explorations fonctionnelles cutanées", EM INTER (2000).

[1.5] **H. CARSIN, J. STEPHANAZZI, F. LAMBERT, P.-M. CURET, P. GOURMELON**, "Moyens de recouvrement du brûlé grave : réflexions sur leur application aux lésions radiologique", Radioprotection, vol. **37**, 13-25 (2002).

[1.6] **F. DABURON**, "Irradiations aiguës localisées. Bases radiologiques du diagnostic et du traitement", EDP SCIENCES (1997).

[1.7] **IRSN**, "Rayonnements ionisants et santé", Collection "Livrets des professionnels", 1-16 (2004).

[1.8] **J. L. LEFAIX, M. MARTIN, Y. TRICAUD, F. DABURON**, "Muscular fibrosis induced after pig skin irradiation with single doses of 192 Ir gammas rays", Br. J. Radiol. Technol., vol. **66**, 537-544 (1993).

- [1.9] **F. A. METTLER**, "Assessment and management of local irradiation injury", dans "Medical management of radiation accidents", Editeurs METTLER, KELSEY, RICKS, CRC Press, Chapitre 9, 127-150 (1990).
- [1.10] **C. DOULE**, "Amplification paramétrique optique en régime femtoseconde et tomographie optique cohérente : deux méthodes d'imagerie proche infrarouge dans des milieux diffusants ", Thèse de Doctorat, Université Paris XI, Paris (2000).
- [1.11] **M. CUTLER**, "Transillumination as an aid in the diagnosis of breast lesions", Surgery Gynecology Obstetrics, vol. **48**, 721-729 (1929).
- [1.12] **K. SVANBERG et S. SVANBERG**, "Le laser en médecine", La Recherche, vol. **24**, n° 255, 686-693 (1993).
- [1.13] **J. M. BRUNETAUD, S. MORDON, T. DESMETTRE, C. BEACCO**, "Les applications thérapeutiques des lasers", EDP Sciences, DOI : [10.1051/bib-sfo:2002054](https://doi.org/10.1051/bib-sfo:2002054), (2002).
- [1.14] **V. V. TUCHIN**, "Hanbook of biomedical diagnostics", SPIE Press, Bellingham (2002).
- [1.15] **H. C. VAN DE HULST**, "Light scattering by small particles", Dover Publications, Inc., New York (1981).
- [1.16] **J. SELB**, " Source virtuelle acousto-optique pour l'imagerie des milieux diffusants ", Thèse de Doctorat, Université Paris XI, Paris (2002).
- [1.17] **C. BOCCARA**, "Imagerie optique, morphologique et fonctionnelle, des tissus à différentes profondeurs", Cours dispensé à l'Ecole pré-doctorale des Houches "Optique et Biologie", SFO, Les Houches (2003).
- [1.18] **V. V. TUCHIN**, "Laser light scattering in biomedical diagnostic and therapy", Journal of Laser Applications, vol. **5**, 43-60 (1993).
- [1.19] **N. L. SWANSON, B. D. BILLARD, T. L. GENNARO**, "Limits of optical transmission measurements with application to particle size techniques", Applied Optics, vol. **38**, n° 27, 5887-5893 (1999).
- [1.20] **W. F. CHEONG, S. A. PRAHL, A. J. WELCH**, "A Review of the Optical Properties of Biological Tissues", IEEE Journal Of Quantum Electronics, vol. **26**, n° 12, 2166-2185 (1990).
- [1.21] **KIENLE, R. STEINER**, "Determination of the optical properties of tissue by spatially resolved transmission measurements and Monte Carlo simulations", Proc SPIE, vol. **2077**, 142-151 (1994).
- [1.22] **R. A. J. GROENHUIS, J. J. TEN BOSH, H. A. FERWERDA**, "Scattering and absorption of turbid materials determined from reflection measurements. 2: Measuring method and calibration", Applied Optics, vol. **22**, n° 16, 2463-2466 (1983).
- [1.23] **DOULE, T. LEPINE, P. GEORGES, A. BRUN**, "Voir au travers des milieux troubles", Revue du CNRS : "Images pour la physique", 72-78 (1999).

[1.24] E. TINET, S. AVRILLIER, J. L. BUISSIERE, J. P. OLLIVIER, "Near infrared laser spectroscopy apparatus for skeletal muscle oxygenation during upright exercise", *Laser in Medical Science*, 7-11 (1994).

[1.25] M. ESSENPREIS *et al.*, "Correlation between blood glucose concentration in diabetics and noninvasively measured tissue optical scattering coefficient", *Optics Letters*, vol. **22**, n° 3, 190-192 (1997).

[1.26] V. V. TUCHIN, "Light scattering study of tissues", *Uspekhi Fizicheskikh Nauk*, vol. **167**, n° 5, 517-539 (1997).

[1.27] SELKIN, M. RAJADHYAKSHA, S. GONZALEZ, R. G. LANGLEY, "*In vivo* confocal microscopy in dermatology", *Dermatologic Clinics*, vol. **19**, n° 2, 369-377 (2001).

[1.28] J. WELZEL, "Optical coherence tomography in dermatology : a review", *Skin Research and Technology*, vol. **7**, 1-9 (2001).

[1.29] B. E. BOUMA, G. J. TEARNEY, "Handbook of Optical Coherence Tomography", Marcel Dekker, New York, (2002).

[1.30] S. NEERKEN, G. LUCASSEN, M. BISSCHOP, E. LENDERINK, T. NUIJS, "Characterization of age-related effects in human skin : A comparative study that applies confocal laser scanning microscopy and optical coherence tomography", *Journal of Biomedical Optics*, vol. **9**, n° 2, 274-281 (2004).

[1.31] S. JIAO, L. V. WANG, "Polarization reveals the details", *Oemagazine*, 20-22 (2003).

[1.32] J. MAITLAND, "Dynamic Measurements of Tissue Birefringence : Theory and Experiments", PhD dissertation, Dept Physics, Northwestern University, Evanston (1995).

[1.33] M. C. PIERCE, J. STRASSWIMMER, B. H. PARK, B. CENSE, J. F. DE BOER, "Birefringence measurements in human skin using polarization-sensitive optical coherence tomography", *Journal of Biomedical Optics*, vol. **9**, n° 2, 287-291 (2004).

[1.34] J. F. DE BOER, S. M. SRINIVAS, A. MALEKAFZALI, Z. CHEN, J. S. NELSON, "Imaging thermally damaged tissue by polarization sensitive optical coherence tomography", *Optics Express*, vol. **3**, n° 6, 212-218 (1998).

[1.35] S. JIAO, W. YU, G. STOICA, L. V. WANG, "Contrast mechanisms in polarization-sensitive Mueller-matrix optical coherence tomography and application in burn imaging", *Applied Optics*, vol. **42**, n° 25, 5191-5197 (2003).

Chapitre 2

[2.1] G. G. STOKES, "On the composition and resolution of streams of polarized light from different sources", *Trans Cambridge Phil. Soc.*, vol. **9**, 339-416 (1852).

[2.2] H. POINCARÉ, "Théorie mathématique de la lumière", Gauthiers-Villars, vol. **2**, Paris (1892).

[2.3] R. C. JONES, "A new calculus for the treatment of optical systems", J.O.S.A., vol. **31**, 488-493 (1941); vol. **31**, 493-499 (1941); vol. **31**, 500-503 (1941); vol. **32**, 486-493 (1942); vol. **37**, 107-110 (1947); vol. **37**, 110-112 (1947); vol. **38**, 671-684 (1948); vol. **46**, 126-131 (1956).

[2.4] P. SOLEILLET, "Sur les paramètres caractérisant la polarisation partielle de la lumière dans les phénomènes de fluorescence", Ann. Phys., vol. **12**, 23-97 (1929).

[2.5] F. PERRIN, "Polarisation of light scattered by isotropic media", J. of Chem. Physics, vol. **10**, 415-427 (1942).

[2.6] H. MUELLER, "The foundation of optics", J. O. S. A. A, vol. **38**, 551 (1948).

[2.7] M. BORN, E. WOLF, "Principles of Optics", 6^{ème} édition, Pergamon Press, New-York (1983).

[2.8] S -Y. LU, R. A. CHIPMAN, "Homogeneous and inhomogeneous Jones matrices", J. O. S. A. A, vol. **11**, 766-773 (1994).

[2.9] S. HUARD, "Polarisation de la lumière", Masson, Paris (1994).

[2.10] J. J. GIL, E. BERNABEU, "A depolarization criterion in Mueller matrices", Opt. Act., vol. **32**, n° 3, 259-261 (1985).

[2.11] J. J. GIL, E. BERNABEU, "Depolarization and polarization indices of an optical system", Opt. Act., vol. **33**, 185-189 (1986).

[2.12] R. SIMON, "The connection between Mueller and Jones matrices of polarization optics", Optics Communication, vol. **42**, n° 5, 293-297 (1982).

[2.13] S. R. CLOUDE, "Group theory and polarisation algebra", Optik, vol. **75**, n° 1, 26-36 (1986).

[2.14] S. R. CLOUDE, "Lie groups in electromagnetic wave propagation and scattering", Journal of electromagnetic waves and application, vol. **6**, n° 8, 947-974 (1992).

[2.15] D.G.M. ANDERSON, R. BARAKAT, "Necessary and sufficient conditions for a Mueller matrix to be derivable from a Jones matrix", J. O. S. A. A, vol. **11**, n° 8, 2305-2319 (1994).

[2.16] P. PELLAT FINET, "Représentation des états et des opérateurs de polarisation de la lumière par des quaternions", Opt. Act., vol. **31**, 415-434 (1984).

[2.17] W. SHURCLIFF, Polarized Light, Havard University Press (1962).

Chapitre 3

[3.1] R. A. CHIPMAN, Handbook of Optics, M. Bass, ed. Optical Society of America, Washington, 2^{ème} édition (1995).

- [3.2] **R. A. CHIPMAN**, "Polarization analysis of optical systems", Optical Engineering, vol. **28**, n° 2, 90-99 (1989).
- [3.3] **H. G. JERRARD**, "Modern description of polarized light : matrix methods", Optics and Laser Technology, 309-319 (1982).
- [3.4] **J. J. GIL, E. BERNABEU**, "Obtainment of the polarizing and retardation parameters of a non-depolarizing optical system from the polar decomposition of its Mueller matrix", Optik, vol. **76**, n° 2, 67-71 (1987).
- [3.5] **S. LU, R. A. CHIPMAN**, "Interpretation of Mueller matrices based on polar decomposition", J. O. S. A. A., vol. **13**, n° 5, 1106-1113 (1996).
- [3.6] **S. Y. LU**, "An interpretation of polarization matrices", PhD dissertation, Dept Physics, University of Alabama, Huntsville (1995).
- [3.7] **F. LE ROY-BREHONNET**, "Application de décompositions de matrices de Mueller à la caractérisation et à la classification de cibles", Thèse de Doctorat, Brest (1996).
- [3.8] **B. DEBOO, J. SASSIAN, R. CHIPMAN**, "Degree of polarization surfaces and maps for analysis of depolarization", Optics Express, vol. **12**, n° 20, 4941-4958 (2004).

Chapitre 4

- [4.1] **F. LE ROY-BREHONNET, B. LE JEUNE, P. ELIES, J. CARIOU, J. LOTRIAN**, "Optical media and target characterization by Mueller matrix decomposition", J. Phys. D, vol. **29**, 34-38 (1996).
- [4.2] **F. LE ROY-BREHONNET, B. LE JEUNE**, "Utilization of Mueller matrix formalism to obtain optical targets depolarization and polarization properties", Prog. Quantum Electron., vol. **21**, n° 2, 109-151 (1997).
- [4.3] **F. LE ROY-BREHONNET, B. LE JEUNE, P. Y. GERLIGAND, J. CARIOU, J. LOTRIAN**, "Analysis of depolarizing optical targets by Mueller matrix formalism", Pure Applied Optics, vol. **6**, 385-404 (1997).
- [4.4] **C. WHITNEY**, "Pauli-algebraic operators in polarisation optics", J.O.S.A., vol. **61**, 1207-1213 (1971).
- [4.5] **P. Y. GERLIGAND, M. H. SMITH, R. A. CHIPMAN**, "Polarimetric images of a cone", Optics Express, vol. **4**, n° 10, 420-430 (1999).
- [4.6] **G. L. LIU, Y. LI, B. D. CAMERON**, "Polarization-Based Optical Imaging and Processing Techniques with Application to the Cancer Diagnostics", dans Laser Tissue Interaction XIII : Photochemical, Photothermal, and Photomechanical, Proc. SPIE **4617**, 208-220 (2002).
- [4.7] **B. LAUDE-BOULESTEIX, A. DE MARTINO, G. LE NAOUR, C. GENESTIE, L. SCHWARTZ, E. GARCIA-CAUREL, B. DREVILLON**, "Mueller polarimetric microscopy", Three-Dimensional and Multidimensional Microscopy : Image Acquisition and Processing XI, Proc. SPIE **5324**, 112-123 (2004).

[4.8] S. GUYOT, B. CLAIRAC, C. VEZIEN, B. FONTAS, "Optical properties filtering through Mueller's formalism :Application to laser imagery", *Optik*, vol. **114**, n° 7, 289-297 (2003).

[4.9] J. MORIO, F. GOUDAIL, "Influence of the order of diattenuator, retarder, and polarizer in polar decomposition of Mueller matrices", *Optics Letters*, vol. **29**, n° 19, 2234-2236 (2004).

[4.10] D. M. HAYES, "Error propagation in decomposition of Mueller matrices", *Polarization : Measurement, Analysis, and Remote Sensing*, D. H. Goldstein, Editor, *Proc. SPIE* **3121**, 112-123 (1997).

[4.11] P. ELIES, "Etude Expérimentale de la Dépolarisation et Imagerie Laser : Classification d'Echantillons et Analyse du champ de Speckle", Thèse de Doctorat, Université de Bretagne Occidentale, Brest (1996).

[4.12] R. A. CHIPMAN, "Depolarization index and the average degree of polarization", *Applied Optics*, vol. **44**, n° 13, 2490-2495 (2005).

[4.13] P. ELIES, B. LE JEUNE, F. LE ROY-BREHONNET, J. CARIOU, J. LOTRIAN, "The application of de-polarization analysis to polarimetric characterization and classification of metallic and dielectric samples", *J. Phys. D : Appl. Phys* , vol. **30**, 2520-2529 (1997).

[4.14] P. Y. GERLIGAND, B. LE JEUNE, J. CARIOU, J. LOTRIAN, "Spatial homogeneities evaluation of ferrofluid thin plates characteristics for active imagery", *Optical Engineering*, vol. **34**, n° 6, 1581-1588 (1995).

[4.15] L. MARTIN, "Mise au point et étalonnage d'un gonio-polarimètre imageur. Application à l'analyse de structures microordonnées", Stage de Master 2 Recherche, Université de Bretagne Occidentale (2005).

Chapitre 5

[5.1] R. M. A. AZZAM, N. M. BASHARA, "Ellipsometry and Polarized Light", North Holland, Amsterdam (1989).

[5.2] B. BOULBRY, "Mise en place d'un polarimètre de Mueller achromatique dans le domaine du visible en régime laser impulsif", Thèse de Doctorat, Université de Bretagne Occidentale, Brest (2002).

[5.3] B. LAUDE-BOULESTEIX, "Développements instrumentaux en imagerie tomographique et polarimétrie", Thèse de Doctorat, Ecole Polytechnique, Paris (2004).

[5.4] E. COMPAIN, B. DREVILLON, "High-frequency modulation of the four states of polarization of light with a single phase modulator", *Rev. Sci. Instrum.*, vol. **69**, 1574-1580 (1998).

[5.5] F. DELPLANCKE, "Automated high-speed Mueller matrix scatterometer", *Applied Optics*, vol. **36**, 5388-5395 (1997).

- [5.6] **J. M. BUENO**, "Polarimetry using liquid-crystal variable retarders : theory and calibration", *J. Opt. A : Pure Appl. Opt.*, vol. **2**, 216-222 (2000).
- [5.7] **A. DE. MARTINO, Y. KIM, E. GARCIA CAUREL, B. LAUDE, B. DREVILLON**, "Optimized Mueller polarimeter with liquid crystals", *Optics Letters.*, vol. **28**, 616-618 (2003).
- [5.8] **P.-Y. GERLIGAND, B. LE JEUNE, J. CARIOU, J. LOTRIAN**, "Polarimetric characterization of thin plates of ferrofluids : Application to active imagery", *J. of Magn. And Magn. Mater.*, vol. **122**, 406-410 (1993).
- [5.9] **B. LE JEUNE, J. CARIOU, J. LOTRIAN**, "Imagerie sous-marine par laser : contraste polarimétrique", *J. Optics (Paris)*, vol. **21**, 133-140 (1990).
- [5.10] **G. LE BRUN, B. LE JEUNE, J. CARIOU, J. LOTRIAN**, "Laser imaging procedure for evaluating the polarization signature of immersed targets", *Pure Appl. Opt.*, vol. **2**, 445-470 (1993).
- [5.11] **P. ELIES, B. LE JEUNE, F. LE ROY-BREHONNET, J. CARIOU, J. LOTRIAN**, "Experimental investigation of the speckle polarization for a polished aluminium sample", *J. Phys. D : Applied Phys.*, vol. **30**, 29-39 (1997).
- [5.12] **P. OLIVARD, P Y GERLIGAND, B. LE JEUNE, J. CARIOU, J. LOTRIAN**, "Measurement of optical fibre parameters using an optical polarimeter and Stokes-Mueller formalism", *J. Phys. D : Appl. Phys.*, vol. **32**, 1618-1625 (1999).
- [5.13] **J. P. NOUGIER**, "Méthode de calcul numérique", Edition Masson, 41-44 (1981).
- [5.14] **F. BOULVERT**, "Caractérisation des effets de polarisation dans les guides d'ondes rubans à base de polymères", Rapport de stage de DEA, Université de Bretagne Occidentale, Brest (2002).
- [5.15] **P. OLIVARD**, "Application du formalisme de Stokes-Mueller à la caractérisation polarimétrique de fibres optiques soumises à des contraintes uniformes", Thèse de Doctorat, Université de Bretagne Occidentale, Brest (1996).
- [5.16] **B. BOULBRY, B. BOUSQUET, B. LE JEUNE, Y. GUERN, J. LOTRIAN**, "Polarization errors associated with zero-order achromatic quarter-wave plates in the whole visible spectral range", *Optics Express*, vol. **9**, n° 5, 225-235 (2001).
- [5.17] **B. LE JEUNE, J. P. MARIE, P. Y. GERLIGAND, J. CARIOU, J. LOTRIAN**, "Mueller matrix formalism in imagery. An experimental arrangement for noise reduction", *Proc. SPIE (San Diego U.S.A)*, vol. **2265**, 443-451 (1994).
- [5.18] **B. H. KOLNER**, "Intensity noise enhancement in the half wave/polarizer attenuator", *Optics Letters*, vol. **16**, 784-786 (1991).
- [5.19] **J. M. BENNET**, "Handbook of optics", Edition Mc Graw-Hill, New York (1995).
- [5.20] **B. BOULBRY, B. LE JEUNE, B. BOUSQUET, F. PELLEN, J. CARIOU, J. LOTRIAN**, "Error analysis and calibration of a spectroscopic Mueller matrix polarimeter using a short-pulse laser source", *Meas. Sci. Technol.*, vol. **13**, 1563-1573 (2002).

[5.21] B. BOULBRY, B. LE JEUNE, F. PELLEN, J. CARIOU, J. LOTRIAN, "Identification of error parameters and calibration of a double-crystal birefringent waveplate with a broadband spectral light source", J. Phys. D : Applied Phys, vol. **35**, 2508-2515 (2002).

[5.22] D. B. CHENAULT, R. A. CHIPMAN, "Measurements of linear diattenuation and linear retardance spectra with a rotating sample spectropolarimeter", Applied Optics, vol. **32**, 3513-3519 (1993).

[5.23] R. LE BORGNE, "Analyse de la peau par exploration polarimétrique", Rapport de stage de Licence Professionnelle, IUT Lannion (2003).

[5.24] K. PIETRASZKIEWICZ, W. A. WOZNIAK, P. KURZYNOWSKI, "Effect of multiple reflections in retardances plates with elliptical birefringence", J. O. S. A. A, vol. **12**, 420-424 (1995).

[5.25] J. POIRSON, T. LANTERNIER, J. C. COTTEVERTE, A. LE FLOCH, F. BRETENAKER, "Jones matrix of a quarter-wave plate for Gaussian beams", Applied Optics, vol. **34**, 6806-6818 (1995).

[5.26] I. SCIERSKY, F. RATAJCZYK, "The Jones matrix of the real dichroic elliptic object", Optik, vol. **68**, 121-125 (1984).

[5.27] W. H. PRESS, B. P. FLANNERY, S. A. TEUKOLSKY, W. T. VETTERLING, "Numerical Recipes", Cambridge University Press, (1987).

Chapitre 6

[6.1] F. BOULVERT, B. BOULBRY, G. LE BRUN, B. LE JEUNE, S. RIVET, J. CARIOU, "Analysis of the depolarizing properties of irradiated skin", J. Opt. A : Pure Appl. Opt, vol. **7**, n° 1, 21-27 (2005).

[6.2] M. ASSOUL, M. ZAHIDI, P. CORCUFF, J. MIGNOT, "Three-dimensional measurements of skin surface topography by triangulation with a new profilometer", J. Med. Eng. Technol., vol. **18**, 11-21 (1994).

[6.3] IRSN, "Rapport annuel d'avancement n° 1. Etude phénoménologique comparative de la brûlure thermique et du syndrome cutané d'irradiation aiguë", Contrat de recherche DGA n° 03 34050, (2006).

[6.4] D. J. MAITLAND, J. T. WALSH Jr, "Quantitatively measurements of linear birefringence during heating of native collagen", Lasers in Surg. & Méd., vol. **20**, 310-318 (1997).

[6.5] E. L. O'NEILL, "Introduction to Statistical Optics", Reading, Massachussets, Addison-Wesley (1963).

[6.6] S. R. CLOUDE, E. POTTIER, "Concept of polarization entropy in optical scattering", Optical Engineering, vol. **34**, n° 6, 1599-1610 (1995).

- [6.7] **D. PEREDA CUBIAN, J. L. ARCE DIEGO, R. RENTMEESTERS**, "Characterization of depolarizing optical media by means of the entropy factor : application to biological tissues", *Applied Optics*, vol. **44**, n° 3, 358-365 (2005).
- [6.8] **F. C. MACKINTOSH, J. X. ZHU, D. J. PINE, D. A. WEITZ**, "Polarization memory of multiply scattered light", *Phys. Rev. B*, vol. **40**, n° 13, 9342-9345 (1989).
- [6.9] **J. M. SCHMITT, A. H. GANDBAKHCHE, R. BONNER**, "Use of polarized light to discriminate short-path photons in a multiply scattering medium", *Applied Optics*, vol. **31**, n° 30, 6535-6546 (1992).
- [6.10] **D. BICOUT, C. BROSSEAU, A. S. MARTINEZ, J. M. SCHMITT**, "Depolarization of multiply scattered waves by spherical diffusers: Influence of the size parameter", *Phys. Rev. E*, vol. **49**, n° 2, 1767-1770 (1994).
- [6.11] **S. P. MORGAN, M. E. RIDGWAY**, "Polarization properties of light backscattered from a two layer scattering medium", *Optics Express*, vol. **7**, 395-402 (2000).
- [6.12] **B. J. DEBOO, J. M. SASSIAN, R. A. CHIPMAN**, "Depolarization of diffusely reflecting man-made objects", *Applied Optics*, vol. **44**, n° 26, 5434-5445 (2005).

Chapitre 7

- [7.1] **Y. PIEDERRIERE**, "Etude du speckle de milieux diffusants liquides. Application à la détermination de paramètres biophysiques", Thèse de Doctorat, Université de Bretagne Occidentale, Brest (2003).
- [7.2] **D. A. ZIMNYAKOV, J. D. BRIERS, V. V. TUCHIN**, "Speckle technologies for monitoring and imaging of tissues and tissuelike phantoms", Chapitre 18 : *Handbook of biomedical diagnostics*, Valery V. Tuchin, Ed., SPIE press, Bellingham (2002).
- [7.3] **K. ISHII, T. IWAI, S. WADA, M. MIYAKOSHI**, "Simultaneous viscometry and particle sizing on the basis of dynamic light scattering", *Proc. SPIE* **4263**, 112-121 (2001).
- [7.4] **D. A. BOAS, A. G. YODH**, "Spatially varying dynamical properties of turbid media probed with diffusing temporal light correlation", *J. O. S. A. A*, vol. **14**, 192-215 (1997).
- [7.5] **J. D. BRIERS, G. RICHARDS, X. W. HE**, "Capillary blood flow monitoring using laser speckle contrast analysis (LASCA)", *Journal of Biomedical Optics*, vol. **4**, 164-175 (1999).
- [7.6] **Y. PIEDERRIERE, J. CARIOU, Y. GUERN, G. LE BRUN, B. LE JEUNE, J. LOTRIAN, J-F. ABGRALL, M.T. BLOUCH**, "Evaluation of blood plasma coagulation dynamics by speckle analysis", *Journal of Biomedical Optics*, vol. **9**, n° 2, 408-412 (2004).
- [7.7] **Y. PIEDERRIERE, J. CARIOU, Y. GUERN, B. LE JEUNE, G. LE BRUN, J. LOTRIAN**, "Scattering through fluids : speckle", *Optics Express*, vol. **12**, n° 1, 176-188 (2004).
- [7.8] **I. NEWTON**, *Optiks* (reprinted by Dover Press, New York 1952) Book I, part I, prop VIII, pro II (1730).

[7.9] **M. VON LAUE**, Sitzungsber. Kaiserd. Akad Wiss (Berlin) **44**, 1144 (1914).

[7.10] **M. FRANÇON**, Granularité laser, speckle, application en optique, Paris, New York, Barcelone, Milan : Masson (1978).

[7.11] **J. W. GOODMAN**, "Statistical Properties of Laser Speckle Patterns", in Laser speckle and related phenomena, vol. **9** in series Topics in Applied Physics, J.C. Dainty, Ed., Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg New York Tokyo, (1984).

[7.12] **T. L. ALEXANDER, J. E. HARVEY, A. R. WEEKS**, "Average speckle size as a function of intensity threshold level: comparison of experimental measurements with theory", Applied Optics, vol. **33**, 8240-8250 (1994).

[7.13] **Q. B. LI, F. P. CHIANG**, "Three-dimensional of laser speckle", Applied Optics, vol. **31**, 6287-6291 (1992).

[7.14] **N. L. SWANSON, B. D. BILLARD, T. L. GENNARO**, "Limits of optical transmission measurements with application to particle sizing techniques", Applied Optics, vol. **38**, 5887-5893 (1999).

[7.15] **N. GHOSH, A. H. S. PATEL, P. K. GUPTA**, "Depolarization of light in tissues phantoms effect of a distribution in the size of scatterers", Optics Express, vol. **11**, 2198-2205 (2003).

[7.16] **A. H. HIELSCHER, A. A. EICK, J. R. MOURANT, D. SHEN, J. P. FREYER, I. J. BIGIO**, "Diffuse backscattering Mueller matrices of highly scattering media", Optics Express, vol. **1**, n° 13, 441-453 (1997).

[7.17] **V. SANKARAN, J. T. WALSH, D. J. MAITLAND**, "Comparative study of polarized light propagation in biological tissues", Journal of Biomedical Optics, vol. **7**, n° 3, 300-306 (2002).

[7.18] **J. R. MOURANT, M. CANPOLAT, C. BROCKER, O. ESPONDO-RAMOS, T. JOHNSON, A. MATANOCK, K. STETTER, J. P. FREYER**, "Light scattering from cells: The contribution of the nucleus and the effects of proliferative status", Proc. SPIE **3917**, 33-42 (2000).

[7.19] **Y. PIEDERRIERE, F. BOULVERT, J. CARIOU, B. LE JEUNE, Y. GUERN, G. LE BRUN**, "Backscattered speckle size as a function of polarization: influence of particle-size and concentration", Optics Express, vol. **13**, n° 13, 5030-5039 (2005).

Chapitre 8

[8.1] **D. HUANG, E. A. SWANSON, C. P. LIN, J. S. SCHUMAN, W. G. STINSON, W. CHANG, M. R. HEE, T. FLOTTE, K. GREGORY, C. A. PULIAFITO, J. G. FUJIMOTO**, "Optical Coherence Tomography", Science, vol. **254**, 1178-1181 (1991).

[8.2] **W. DREXLER, U. MORGNER, R. K. GHANTA, F. X. KARTNER, J. S. SCHUMAN, J. G. FUJIMOTO**, "Ultrahigh-resolution ophtalmic optical coherence tomography", Nature Medicine, vol. **7**, 502-507 (2001).

- [8.3] **M. WOJTKOWSKI, R. LEITGEB, A. KOWALCZYK, T. BAJRASZEWSKI, A. F. FERCHER,** "In vivo human retinal imaging by Fourier domain optical coherence tomography", *Journal of Biomedical Optics*, vol. **7**, 457-463 (2002).
- [8.4] **J. F. DE BOER, S. M. SRINIVAS, B. H. PARK, T. H. PHAM, Z. CHEN, T. E. MILNER, J. S. NELSON,** "Polarization Effects in Optical Coherence Tomography of Various Biological Tissues", *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, vol. **5**, n° 4, 1200-1204 (1999).
- [8.5] **S. JIAO, G. YAO, L. V. WANG,** "Depth resolved two-dimensional stokes vectors of backscattered light and mueller matrices of biological tissue measured with Optical Coherence Tomography", *Applied Optics*, vol. **39**, n° 34, 6318-6324 (2000).
- [8.6] **X. J. WANG, T. E. MILNER, J. F. DE BOER, Y. ZHANG, D. H. PASHLEY, J. S. NELSON,** "Characterization of dentin and enamel by use of Optical Coherence Tomography", *Applied Optics*, vol. **38**, n° 10, 2092-2096 (1999).
- [8.7] **J. F. DE BOER, T. E. MILNER,** "Review of polarization sensitive optical coherence tomography and Stokes vector determination", *Journal of Biomedical Optics*, vol. **7**, 359-371 (2002).
- [8.8] **A. M. ROLLINS, S. YAZDANFAR, J. K. BARTON, J. A. IZATT,** "Real-time in vivo color Doppler optical coherence tomography", *Journal of Biomedical Optics*, vol. **7**, 123-129 (2002).
- [8.9] **R. C. YOUNGQUIST, S. CARR, D. E. N. DAVIES,** "Optical coherence-domain reflectometry : a new optical evaluation technique", *Optics Letters*, vol. **12**, 158-160 (1987).
- [8.10] **K. TAKADA, I. YOKOHAMA, K. CHIDA, J. NODA,** "New measurement system for fault location in optical waveguide devices based on an interferometric technique", *Applied Optics*, vol. **26**, 1603-1606 (1987).
- [8.11] **K. HITZENBERGER,** "Measurement of corneal thickness by low coherence interferometry", *Applied Optics*, vol. **31**, 6637-6642 (1992).
- [8.12] **A. G. PODOLEANU, J. A. ROGERS, D. A. JACKSON, S. DUNNE,** "Three dimensional OCT images from retina and skin", *Optics Express*, vol. **7**, n° 9, 292 :298 (2000).
- [8.13] **Y. PAN, R. BIRNGRUBER, J. ROSPERICH, R. ENGELHARDT,** "Low-coherence optical tomography in turbid tissue :theoretical analysis", *Applied Optics*, vol. **34**, n° 28, 6564-6575, (1995).
- [8.14] **J. M. SCHMITT,** "Optical Coherence Tomography (OCT) : A Review", *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, vol. **5**, n° 4, 1205-1215 (1999).
- [8.15] **A. F. FERCHER, C. K. HITZENBERGER,** "Optical coherence tomography", *Progress in Optics*, vol. **44**, 215-302 (2002).
- [8.16] **G. J. TEARNEY, M. E. BREZINSKY, J. F. SOUTHERN, B. E. BOUMA, M. R. HEE, J. G. FUJIMOTO,** "Determination of the refractive index of highly scattering human tissue by Optical Coherence Tomography", *Optics Letters*, vol. **20**, n° 21, 2258-2260, (1995).
- [8.17] **A. F. FERCHER, E. ROTH,** "Ophtalmic laser interferometry", *Proc. SPIE* **658**, 48 (1986).

[8.18] W. DREXLER, U. MORGNER, F. X. KARTNER, C. PITRIS, S. A. BOPPART, X. D. LI, E. P. IPPEN, J. G. FUJIMOTO, "In vivo ultrahigh-resolution optical coherence tomography", *Optics Express*, vol. **24**, n° 7, 1221-1223 (1999).

[8.19] A. DUBOIS, K. GRIEVE, G. MONERON, R. LECAQUE, L. VABRE, C. BOCCARA, "Ultrahigh-Resolution Full-Field Optical Coherence Tomography", *Applied Optics*, vol. **43**, n° 14, 2874-2883 (2004).

[8.20] E. BORDENAVE, E. ABRAHAM, G. JONUSAUSKAS, J. OBERLE, C. RUILIERE, "Longitudinal imaging in biological tissues with a single laser shot correlation system", *Optics Express*, vol. **10**, n° 1, 35-40 (2002).

[8.21] F. BOULVERT, S. RIVET, B. LE JEUNE, G. LE BRUN, F. PELLE, J. CARIOU, "OCT system with electro-dynamic shaker driven by a frequency-modulated waveform", *Optical Coherence Tomography and Coherence Techniques II*, W. DREXLER, Editor, *Proc. SPIE* **5861**, 90-97 (2005).

Annexes

[a.1] G. BRUHAT, A. KASTLER, *Optique – Cours de Physique générale*, Masson, Paris (1992).

[a.2] E. COLLET, "Polarized light – Fundamentals and applications", *Optical engineering*, Marcel Dekker inc., New-York, 27-31 (1993).

[a.3] D. L. SMITH, "Matrix formalism for uncertainly analysis", *Rev. Sci. Instrum.*, vol. **54**, 818-824 (1983).

Annexes

<u>ANNEXE 2.A : DIFFERENTS ETATS DE POLARISATION</u>	<u>239</u>
-------------------------------------------------------------	-------------------

<u>ANNEXE 2.B : DIFFERENTS VECTEURS DE JONES ET DE STOKES</u>	<u>241</u>
----------------------------------------------------------------------	-------------------

<u>ANNEXE 4.A : DETERMINATION ET REPRESENTATION DES PARAMETRES GEOMETRIQUES D'UN VECTEUR DE STOKES</u>	<u>242</u>
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------

<u>ANNEXE 4.B : DECOMPOSITION SUIVANT LA SECONDE FAMILLE</u>	<u>245</u>
---------------------------------------------------------------------	-------------------

<u>ANNEXE 4.C : ESTIMATION DES INCERTITUDES DE MESURE</u>	<u>248</u>
------------------------------------------------------------------	-------------------

<u>ANNEXE 5.A: OBTENTION DE L'AZIMUT ET DE L'ELLIPTICITE DES ETATS PROPRES DE POLARISATION D'UNE LAME DE PHASE COMPENSEE</u>	<u>251</u>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------

Annexe 2.A : Différents états de polarisation

Les différents paramètres de l'ellipse sont liés aux paramètres de l'onde par une série de relations **[a.1]** :

$$a^2 + b^2 = E_{0x}^2 + E_{0y}^2 \quad (\text{II.A.1}) \quad \pm ab = E_{0x} E_{0y} \sin(\varphi) \quad (\text{II.A.2})$$

$$\frac{E_{0y}}{E_{0x}} = \tan(\nu) \quad (\text{II.A.3}) \quad \frac{b}{a} = \tan(\varepsilon) \quad (\text{II.A.4})$$

$$(E_{0x}^2 - E_{0y}^2) \tan(2\alpha) = 2E_{0x} E_{0y} \cos(\varphi) \quad (\text{II.A.5})$$

et,

$$2 \frac{E_{0x} E_{0y}}{E_{0x}^2 - E_{0y}^2} = \tan(2\nu) \quad (\text{II.A.6}) \quad 2 \frac{E_{0x} E_{0y}}{E_{0x}^2 + E_{0y}^2} = \sin(2\nu) \quad (\text{II.A.7})$$

Ou encore **[a.2]**,

$$\tan(2\alpha) = \tan(2\nu) \cos(\varphi) \quad (\text{II.A.8}) \quad \cos(2\varepsilon) \cos(2\alpha) = \cos(2\nu) \quad (\text{II.A.9})$$

$$\pm \sin(2\varepsilon) = \sin(2\nu) \sin(\varphi) \quad (\text{II.A.10}) \quad \pm \tan(2\varepsilon) = \sin(2\alpha) \tan(\varphi) \quad (\text{II.A.11})$$

$$\cos(2\varepsilon) \sin(2\alpha) = \cos(2\nu) \tan(2\alpha) = \sin(2\nu) \cos(\varphi) \quad (\text{II.A.12})$$

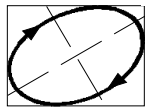
Il convient d'être prudent lorsque ces relations sont utilisées pour des calculs numériques, les changements de quadrant sur le cercle trigonométrique doivent être bien appréhendés. Les calculs numériques donnent en effet des résultats bornés :

$$\left\{ \begin{array}{l} \arctan(x) \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right] \\ \arcsin(x) \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right] \\ \arccos(x) \in [0, \pi] \end{array} \right. \quad (\text{II.A.13})$$

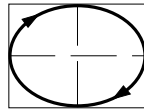
[a.1] G. BRUHAT, A. KASTLER, Optique – Cours de Physique générale, Masson, Paris (1992).

[a.2] E. COLLET, "Polarized light – Fundamentals and applications", Optical engineering, Marcel Dekker inc., New-York, 27-31 (1993).

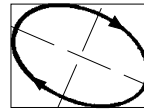
L'ellipse est dite droite ou gauche selon le sens de rotation du vecteur champ électrique. Par convention, elle est dite droite lorsque pour un observateur regardant dans la direction opposée au sens de propagation, la rotation s'effectue dans le sens des aiguilles d'une montre. Ainsi pour les relations (II.A.2), (II.A.10), (II.A.11), les signes (-) et (+) correspondent respectivement à des rotations gauche et droite du vecteur champ électrique.



$$0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$$

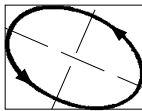


$$\varphi = \frac{\pi}{2}$$

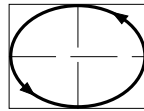


$$\frac{\pi}{2} < \varphi < \pi$$

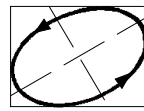
Ellipses droites



$$\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{3\pi}{2}$$

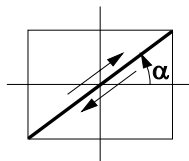


$$\varphi = \frac{3\pi}{2}$$



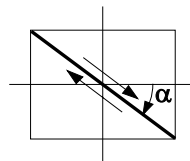
$$\frac{3\pi}{2} < \varphi < 2\pi$$

Ellipses gauches



$$\varphi = 0$$

$$\tan \alpha = \frac{E_{0y}}{E_{0x}}$$



$$\varphi = \pm \pi$$

$$\tan \alpha = -\frac{E_{0y}}{E_{0x}}$$

Polarisations linéaires

Figure II.A.1 : Etats de polarisation pour plusieurs valeurs de déphasage.

Annexe 2.B : Différents vecteurs de Jones et de Stokes

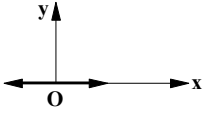
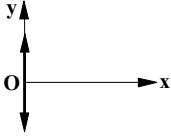
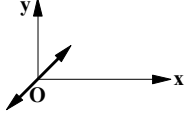
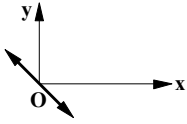
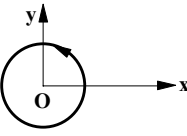
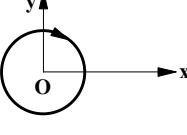
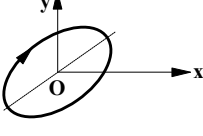
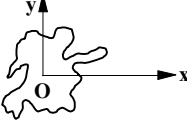
État de polarisation	Forme de polarisation	Représentation temporelle	Vecteur de Jones	Vecteur de Stokes
Rectiligne // Ox		$\begin{cases} E_x(t) = E_{0x} \cos \omega t \\ E_y(t) = 0 \end{cases}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
Rectiligne // Oy		$\begin{cases} E_x(t) = 0 \\ E_y(t) = E_{0y} \cos \omega t \end{cases}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
Rectiligne à 45°		$\begin{cases} E_x(t) = E_0 \cos \omega t \\ E_y(t) = E_0 \cos \omega t \end{cases}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$
Rectiligne à -45°		$\begin{cases} E_x(t) = E_0 \cos \omega t \\ E_y(t) = -E_0 \cos \omega t \end{cases}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$
Circulaire gauche		$\begin{cases} E_x(t) = E_0 \cos \omega t \\ E_y(t) = E_0 \sin \omega t \end{cases}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
Circulaire droite		$\begin{cases} E_x(t) = E_0 \cos \omega t \\ E_y(t) = -E_0 \sin \omega t \end{cases}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$
Elliptique		$\begin{cases} E_x(t) = E_{0x} \cos \omega t \\ E_y(t) = E_{0y} \cos(\omega t + \varphi) \end{cases}$	$\begin{bmatrix} \cos \nu \\ \sin \nu e^{i\varphi} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ \cos 2\nu \\ \sin 2\nu \cos \varphi \\ \sin 2\nu \sin \varphi \end{bmatrix}$
Totalement dépolarisé		$\begin{cases} E_x(t) = E_{0x}(t) \cos \omega t \\ E_y(t) = E_{0y}(t) \cos(\omega t + \varphi(t)) \end{cases}$	non défini	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

Figure II.B.1 : Vecteurs de Jones et de Stokes pour différents états de polarisation.

Annexe 4.A : Détermination et représentation des paramètres géométriques d'un vecteur de Stokes

Au cours du chapitre 2, nous avons présenté la représentation d'un état pur de polarisation sur la sphère de Poincaré dont les coordonnées (x,y,z) correspondent aux composantes de Stokes normalisées de cet état pur (II.49).

Les vecteurs diatténuation (III.15, III.17) et retardance (III.33, III.35) peuvent être eux aussi représentés sur la sphère de Poincaré. En effet, nous rappelons qu'ils peuvent être définis respectivement de la façon suivante :

$$\vec{D} = \begin{bmatrix} D_H \\ D_{45} \\ D_C \end{bmatrix} = D \begin{bmatrix} \cos(2v_d) \\ \sin(2v_d)\cos(\varphi_d) \\ \sin(2v_d)\sin(\varphi_d) \end{bmatrix} = D \begin{bmatrix} \cos(2\varepsilon_d)\cos(2\alpha_d) \\ \cos(2\varepsilon_d)\sin(2\alpha_d) \\ \sin(2\varepsilon_d) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.A.1})$$

$$\vec{R} = \begin{bmatrix} R_H \\ R_{45} \\ R_C \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} \cos(2v_r) \\ \sin(2v_r)\cos(\varphi_r) \\ \sin(2v_r)\sin(\varphi_r) \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} \cos(2\varepsilon_r)\cos(2\alpha_r) \\ \cos(2\varepsilon_r)\sin(2\alpha_r) \\ \sin(2\varepsilon_r) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.A.2})$$

Afin de présenter la détermination des propriétés géométriques de leur ellipse de polarisation nous choisissons de généraliser l'écriture. Soit le vecteur ci-dessous représentatif d'un état de polarisation sur la sphère de Poincaré :

$$\vec{X} = \begin{bmatrix} X_H \\ X_{45} \\ X_C \end{bmatrix} \quad (\text{IV.A.3})$$

Nous pouvons réécrire \vec{X} directement à partir de sa norme X et de ses paramètres géométriques tel que :

$$\vec{X} = X\hat{X} = X \begin{bmatrix} \cos(2\varepsilon)\cos(2\alpha) \\ \cos(2\varepsilon)\sin(2\alpha) \\ \sin(2\varepsilon) \end{bmatrix} = X \begin{bmatrix} \cos(2v) \\ \sin(2v)\cos(\varphi) \\ \sin(2v)\sin(\varphi) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.A.4})$$

Caractérisation d'un état de polarisation pur

Cet état de polarisation est complètement caractérisé si nous connaissons son azimuth α et son ellipticité ε . Ces deux paramètres peuvent être directement obtenus à partir de (IV.A.4) :

$$\begin{cases} \alpha = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{X_{45}}{X_H}\right) \\ \varepsilon = \frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{X_C}{X}\right) \end{cases} \quad (\text{IV.A.5})$$

Mais il convient d'être prudent lorsque nous utilisons ces relations pour des calculs numériques, les changements de quadrant sur le cercle trigonométrique doivent être bien appréhendés. Les calculs numériques donnent en effet des résultats bornés :

$$\arctan(x) \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right], \arcsin(x) \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right], \arccos(x) \in [0, \pi] \quad (\text{IV.A.6})$$

Or par définition :

$$\begin{cases} \alpha \in [0, \pi[\\ \varepsilon \in \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right] \end{cases} \quad (\text{IV.A.7})$$

Le problème de quadrants se pose pour l'obtention de l'azimut lors de l'utilisation de la tangente. Il convient donc de détailler le calcul suivant le quadrant (**Figure IV.A.1**).

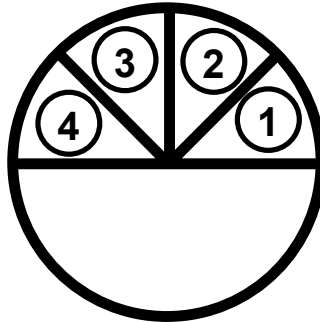


Figure IV.A.1 : Quadrants pour l'azimut.

Numéro Quadrant	Domaine de définition	Signes de X_{45} et X_H	azimut
1	$0 \leq \alpha < \frac{\pi}{4}$	$X_{45} \geq 0$ et $X_H \geq 0$	$\alpha = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{X_{45}}{X_H}\right)$
2	$\frac{\pi}{4} \leq \alpha < \frac{\pi}{2}$	$X_{45} \geq 0$ et $X_H \leq 0$	$\alpha = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{X_{45}}{X_H}\right) + \frac{\pi}{2}$
3	$\frac{\pi}{2} \leq \alpha < \frac{3\pi}{4}$	$X_{45} \leq 0$ et $X_H \leq 0$	$\alpha = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{X_{45}}{X_H}\right) + \frac{\pi}{2}$
4	$\frac{3\pi}{4} \leq \alpha < \pi$	$X_{45} \leq 0$ et $X_H \geq 0$	$\alpha = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{X_{45}}{X_H}\right) + \pi$

Tableau IV.A.1 : Obtention de l'azimut suivant le quadrant.

En connaissant l'azimut et l'ellipticité d'un état de polarisation pur, celui-ci est complètement caractérisé. Les vecteurs diatténuation et retardance sont donc complètement définis en connaissant leur azimut et ellipticité respectives. Il est donc possible de représenter leur ellipse de polarisation associée.

Ellipse de polarisation

Il est cependant plus facile de représenter l'ellipse de polarisation d'un état pur à partir de l'angle diagonal et du déphasage associé à celui-ci, ce qui revient à tracer l'équation paramétrique suivante :

$$\begin{cases} x(t) = \cos(\nu) \cos(t) \\ y(t) = \sin(\nu) \cos(t + \varphi) \end{cases} \quad (\text{IV.A.8})$$

Cette ellipse peut être construite simplement, à partir de son angle diagonal ν et de sa différence de phase φ . Il nous faut donc remonter à ces deux paramètres qui peuvent être obtenus par le biais des relations suivantes :

$$\begin{cases} \varphi = \arctan\left(\frac{X_c}{X_{45}}\right) \\ \nu = \frac{1}{2} \arccos\left(\frac{X_H}{X}\right) \end{cases} \quad (\text{IV.A.9})$$

Pour les mêmes raisons que précédemment il convient d'être prudent lors de l'utilisation de cette équation pour remonter au déphasage puisque par définition :

$$\begin{cases} \nu \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \\ \varphi \in [-\pi, \pi[\end{cases} \quad (\text{IV.A.10})$$

Il convient donc de détailler aussi le calcul suivant le quadrant (Figure IV.A.2).

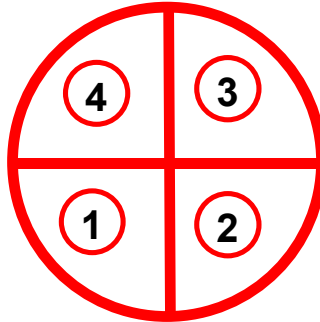


Figure IV.A.2 : Quadrants pour le déphasage.

Numéro Quadrant	Domaine de définition	Signes de X_{45} et X_H	azimut
1	$-\pi \leq \varphi < -\frac{\pi}{2}$	$X_{45} \leq 0$ et $X_c \leq 0$	$\varphi = \arctan\left(\frac{X_c}{X_{45}}\right) - \pi$
2	$-\frac{\pi}{2} \leq \varphi < 0$	$X_{45} \geq 0$ et $X_c \leq 0$	$\varphi = \arctan\left(\frac{X_c}{X_{45}}\right)$
3	$0 \leq \varphi < \frac{\pi}{2}$	$X_{45} \geq 0$ et $X_c \geq 0$	$\varphi = \arctan\left(\frac{X_c}{X_{45}}\right)$
4	$\frac{\pi}{2} \leq \varphi < \pi$	$X_{45} \leq 0$ et $X_c \geq 0$	$\varphi = \arctan\left(\frac{X_c}{X_{45}}\right) + \pi$

Tableau IV.A.2 : Obtention du déphasage suivant le quadrant.

Il est donc aisé de représenter l'ellipse de polarisation d'un état pur à partir de l'angle diagonal et du déphasage associé à celui-ci.

Annexe 4.B : Décomposition suivant la seconde famille

Nous présentons ici la décomposition d'une matrice de Mueller $[M]$ expérimentale sous la forme suivante **[4.9]** :

$$[M] = [M'_D] \cdot [M'_R] \cdot [M'_\Delta] \quad (\text{IV.B.1})$$

Cette décomposition appartient à la famille $F'_{D\Delta}$.

La matrice expérimentale $[M]$ obtenue s'exprime sous la forme suivante :

$$M = \begin{bmatrix} M_{00} & M_{01} & M_{02} & M_{03} \\ M_{10} & M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{20} & M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{30} & M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.B.2})$$

En utilisant les propriétés des différentes matrices présentées au chapitre 3 et à partir de **(IV.B.1)** :

$$\begin{aligned} [M] &= T'_0 \begin{bmatrix} 1 & \bar{D}'^T \\ \bar{D}' & [m'_D] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \bar{0}^T \\ \bar{0} & [m'_R] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \bar{0}^T \\ \bar{P}'_\Delta & [m'_\Delta] \end{bmatrix} \\ &= T'_0 \begin{bmatrix} 1 + \bar{D}'^T [m'_R] \bar{P}'_\Delta & \bar{D}'^T [m'_R] [m'_\Delta] \\ \bar{D}' + [m'_D] [m'_R] \bar{P}'_\Delta & [m'_D] [m'_R] [m'_\Delta] \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{IV.B.3})$$

Nous présentons ici la méthode qui permet de remonter aux trois éléments simples. Or nous avons vu au chapitre 3 que la matrice de Mueller d'un diatténuateur possède les propriétés suivantes :

$$\begin{cases} [m'_D] \bar{D}' = \bar{D}' \\ [m'_D] = [m'_D]^T \end{cases} \quad (\text{IV.B.4})$$

Nous obtenons donc :

$$[M] = T'_0 \begin{bmatrix} 1 + \bar{D}'^T ([m'_R] \bar{P}'_\Delta) & \bar{D}'^T [m'_D] [m'_R] [m'_\Delta] \\ [m'_D] (\bar{D}' + [m'_R] \bar{P}'_\Delta) & [m'_D] [m'_R] [m'_\Delta] \end{bmatrix} \quad (\text{IV.B.5})$$

En simplifiant de manière à se ramener à une représentation plus simple nous trouvons :

$$[M] = \begin{bmatrix} M_{00}^* & \bar{D}^{*T} \\ \bar{P}^* & [m^*] \end{bmatrix} \quad (\text{IV.B.6})$$

Première étape : Obtention de la matrice $[M'_D]$

Nous rappelons que la matrice du diatténuateur est la suivante :

$$[M'_D] = T'_0 \begin{bmatrix} 1 & \vec{D}'^T \\ \vec{D}' & [m'_D] \end{bmatrix} \quad (\text{IV.B.7})$$

En identifiant les équations (IV.B.5) et (IV.B.6), nous pouvons écrire que :

$$\begin{cases} \vec{D}^{*T} = T'_0 \vec{D}'^T [m'_D] [m'_R] [m'_\Delta] \\ [m^*] = T'_0 [m'_D] [m'_R] [m'_\Delta] \end{cases} \quad (\text{IV.B.8})$$

Ce système se simplifie de telle sorte que :

$$\vec{D}'^T = \vec{D}^{*T} [m^*]^{-1} \quad (\text{IV.B.9})$$

Nous pouvons alors remonter au vecteur diatténuation \vec{D}' à partir de la relation suivante :

$$\vec{D}' = \left(\vec{D}^{*T} [m^*]^{-1} \right)^T \quad (\text{IV.B.10})$$

A partir de \vec{D}' , il est possible de remonter à $[m'_D]$ en utilisant la relation (III.14) et nous obtenons alors :

$$[M''_D] = \begin{bmatrix} 1 & \vec{D}'^T \\ \vec{D}' & [m'_D] \end{bmatrix} \quad (\text{IV.B.11})$$

Afin de remonter à la transmittance non polarisée T'_0 nous faisons le calcul suivant :

$$\begin{aligned} [M''] &= [M''_D]^{-1} \cdot [M] = T'_0 [M'_R] \cdot [M'_\Delta] \\ &= T'_0 \begin{bmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ [m'_R] \vec{P}'_\Delta & [m'_R] [m'_\Delta] \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{IV.B.12})$$

Elle est alors obtenue en prenant le premier élément de la matrice $[M'']$:

$$T'_0 = M''_{00} \quad (\text{IV.B.13})$$

La matrice de Mueller du diatténuateur s'obtient alors à partir de la relation suivante :

$$[M'_D] = T'_0 [M''_D] \quad (\text{IV.B.14})$$

Deuxième étape : Obtention de la matrice $[M'_R]$

Nous pouvons aussi réécrire $[M'']$ sous la forme suivante :

$$[M''] = T'_0 \begin{bmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ [m'_R] \vec{P}'_\Delta & [m'_R] [m'_\Delta] \end{bmatrix} = T'_0 \begin{bmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ \vec{P}''_\Delta & [m''] \end{bmatrix} \quad (\text{IV.B.15})$$

Nous ne pouvons pas calculer immédiatement le vecteur polarisation \vec{P}'_Δ . Il est nécessaire de calculer la matrice réduite du retardateur au préalable.

Nous réduisons alors la matrice de Mueller $[M'']$ en une matrice réduite 3x3 $[m'']$ telle que :

$$[m''] = [m'_R] [m'_\Delta] \quad (\text{IV.B.16})$$

En utilisant là aussi le théorème Cayley-Hamilton nous remontons à $[m'_\Delta]$ sachant que :

$$[m'']^T \cdot [m''] = ([m'_R] \cdot [m'_\Delta])^T \cdot ([m'_R] \cdot [m'_\Delta]) = [m'_\Delta]^2 \quad (\text{IV.B.17})$$

Puis nous pouvons remonter à la matrice de Mueller du retardateur telle que :

$$[M'_R] = \begin{bmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ \vec{0} & [m'_R] \end{bmatrix} \quad (\text{IV.B.18})$$

Sachant que :

$$[m'_R] = [m''] \cdot [m'_\Delta]^{-1} \quad (\text{IV.B.19})$$

Troisième étape : Obtention de la matrice $[M'_\Delta]$

Nous pouvons donc maintenant à remonter à la matrice du dépolariseur en utilisant (IV.B.17) et :

$$\vec{P}'_\Delta = [m'_R]^T \vec{P}''_\Delta \quad (\text{IV.B.20})$$

Sachant que le dépolariseur est défini tel que :

$$[M'_\Delta] = \begin{bmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ \vec{P}'_\Delta & [m'_\Delta] \end{bmatrix} \quad (\text{IV.B.21})$$

Annexe 4.C : Estimation des incertitudes de mesure

Soit $[M]$ la matrice de Mueller expérimentale et $[S]$ la matrice des écarts-type associée. Nous notons M_{ij} les éléments la première matrice et $\sigma(M_{ij})$ ou S_{ij} ceux de la deuxième matrice. Dans la suite des calculs nous aurons besoin d'écrire ces éléments sous la forme suivante :

$$\begin{cases} M_k = M_{ij} \\ S_k = \sigma(M_k) = \sigma(M_{ij}) \end{cases} \quad \text{avec } k = 4i + j \text{ pour } i, j = 0..3 \quad (\text{IV.C.1})$$

Soit X un paramètre scalaire obtenu à partir de la matrice de Mueller $[M]$. La variance de l'erreur associée à X peut alors être calculée à partir de l'expression suivante **[a.3]** :

$$\sigma^2(X) = \sum_{k=0}^{15} \left(\frac{\partial X}{\partial M_k} \right)^2 \sigma^2(M_k) \quad (\text{IV.C.2})$$

Cela suppose que le bruit est gaussien et que la corrélation entre les erreurs sur les termes M_{ij} est négligée.

Indice de dépolarisation :

L'indice de dépolarisation peut se réécrire sous la forme :

$$P_d = \sqrt{\frac{\sum_{k=0}^{15} M_k^2 - M_0^2}{3M_0^2}} \quad (\text{IV.C.3})$$

Si nous connaissons la matrice de covariance des erreurs associées à la matrice de Mueller, nous pouvons rapidement estimer la valeur de l'écart-type associé à P_d . En effet, la variance de l'erreur associée à l'indice de dépolarisation peut être calculée à partir de (IV.C.2) et nous obtenons alors :

$$\sigma^2(P_d) = \sum_{k=0}^{15} \left(\frac{\partial P_d}{\partial M_k} \right)^2 \sigma^2(M_k) \quad \text{avec } \frac{\partial P_d}{\partial M_k} = \begin{cases} \frac{-P_d}{M_0} & \text{pour } k = 0 \\ \frac{M_k}{3M_0^2} P_d^{-1} & \text{pour } k \neq 0 \end{cases} \quad (\text{IV.C.4})$$

Le degré d'anisotropie :

Nous avons vu que le degré de dépolarisation anisotrope peut s'écrire de la manière suivante :

$$A_{dd} = \sqrt{\frac{P_{\max} - P_{\min}}{P_{\max} + P_{\min}}} \quad (\text{IV.C.5})$$

[a.3] D. L. SMITH, "Matrix formalism for uncertainly analysis", Rev. Sci. Instrum., vol. **54**, 818-824 (1983).

Comme pour l'indice de dépolarisation, la variance de l'erreur associée à la diatténuation peut être calculée à partir de (IV.C.2), nous obtenons alors :

$$\sigma^2(A_{dd}) = \sum_{k=0}^{15} \left(\frac{\partial A_{dd}}{\partial M_k} \right)^2 \sigma^2(M_k) \text{ avec} \quad (\text{IV.C.6})$$

Avec :

$$\frac{\partial A_{dd}}{\partial M_k} = \frac{\left(\frac{\partial P_{\max}}{\partial M_k} P_{\min} - \frac{\partial P_{\min}}{\partial M_k} P_{\max} \right)}{A_{dd} (P_{\max} + P_{\min})^2} \quad (\text{IV.C.7})$$

La diatténuation :

La diatténuation D peut se réécrire sous la forme :

$$D = \sqrt{\frac{M_1^2 + M_2^2 + M_3^2}{M_0^2}} \quad (\text{IV.C.8})$$

La variance de l'erreur associée à la diatténuation peut également être définie à partir de (IV.C.2), nous obtenons alors :

$$\sigma^2(D) = \left(\frac{D}{M_0} \right)^2 \sigma^2(M_0) + \left(\frac{M_1}{M_0^2 D} \right)^2 \sigma^2(M_1) + \left(\frac{M_2}{M_0^2 D} \right)^2 \sigma^2(M_2) + \left(\frac{M_3}{M_0^2 D} \right)^2 \sigma^2(M_3) \quad (\text{IV.C.9})$$

Puisque l'ellipticité et l'azimut de l'axe de diatténuation peuvent être obtenus à partir des relations suivantes :

$$\begin{cases} \tan(2\varepsilon_d) = \frac{M_3}{\sqrt{M_1^2 + M_2^2}} \\ \tan(2\alpha_d) = \frac{M_2}{M_1} \end{cases} \quad (\text{IV.C.10})$$

Il est alors possible de montrer que :

$$\sigma^2(\varepsilon_d) = \frac{\cos^4(2\varepsilon_d)}{4} \sigma^2(\tan 2\varepsilon_d) \quad (\text{IV.C.11})$$

Nous obtenons alors :

$$\sigma^2(\varepsilon_d) = \frac{1}{4(M_1^2 + M_2^2 + M_3^2)^2} \left(\frac{M_3^2 M_1^2}{M_1^2 + M_2^2} \sigma^2(M_1) + \frac{M_3^2 M_2^2}{M_1^2 + M_2^2} \sigma^2(M_2) + (M_1^2 + M_2^2) \sigma^2(M_3) \right) \quad (\text{IV.C.12})$$

Avec un raisonnement identique à celui utilisé pour l'ellipticité :

$$\sigma^2(\alpha_d) = \frac{1}{4(M_1^2 + M_2^2)^2} (M_1^2 \sigma^2(M_2) + M_2^2 \sigma^2(M_1)) \quad (\text{IV.C.13})$$

La retardance :

Lorsque le milieu est dépolarisant, il est difficile d'exprimer la retardance R en fonction des éléments M_{ij} de la matrice de Mueller expérimentale. C'est pourquoi, nous avons choisi d'obtenir la variance de cet élément par une méthode numérique.

Simulation des erreurs :

Soit $[M]$ la matrice de Mueller expérimentale bruitée et $[S]$ la matrice des écarts-type associée.

En supposant que le bruit sur chaque élément M_{ij} de $[M]$ est gaussien, il est possible de générer aléatoirement un ensemble de q matrices de Mueller de telle sorte que chacune de ces matrices est définie telle que :

$$M_{ij}^p = M_{ij} + B_{ij} \quad \text{avec } 1 \leq p \leq q \quad (\text{IV.C.14})$$

Avec B_{ij} bruit aléatoire gaussien centré d'écart-type S_{ij} et $[M^p]$ une des q matrices de Mueller générées aléatoirement à partir de $[M]$.

En utilisant la décomposition adéquate, il est possible de remonter, pour chacune de ces q matrices, à D , α_d , ε_d , R , α_r , ε_r et donc finalement de remonter à la variance associée à chacun de ces paramètres (sur une population de q matrices).

Les résultats obtenus par simulation sur D , α_d , ε_d sont cohérents avec ceux obtenus par calcul littéral (<10%).

Remarque :

Les valeurs des différents paramètres sont biaisés par le bruit de mesure à chaque fois qu'ils font intervenir des éléments M_{ij} au carré, mais ceux-ci ne sont plus négligeables lorsque ces éléments sont proches de 0.

Annexe 5.A: Obtention de l'azimut et de l'ellipticité des états propres de polarisation d'une lame de phase compensée

Nous présentons ici le calcul qui permet de remonter à l'ellipticité et à l'azimut des états propres de polarisation d'une lame de phase d'ordre zéro compensée constituée de lames de quartz et de MgF_2 telle qu'elle est représentée ci-dessous. Ces lames présentent un défaut d'alignement interne ξ .

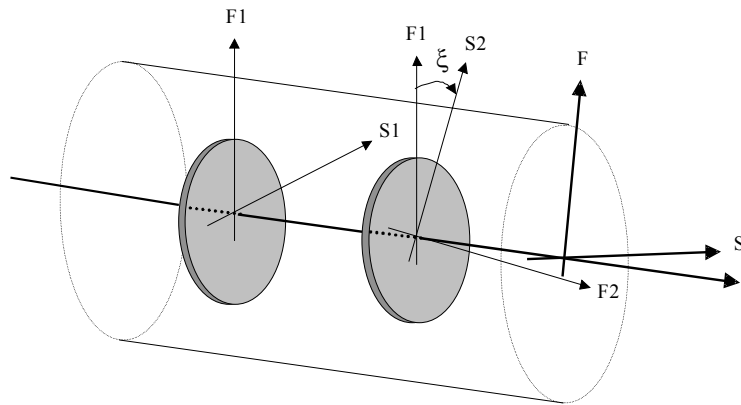


Figure V.A.1 : Défaut d'alignement interne ξ d'une lame achromatique.
(F1, S1) et (F2, S2) désignent les axes rapides et lents des lames de quartz et de MgF_2 .
(F, S) désigne les axes neutres de la lame ordre-zéro compensée.

Les caractéristiques des lames quart d'onde de ce polarimètre ont été déterminées expérimentalement par B. BOULBRY [5.12] et sont récapitulées ci-dessous :

	Lame $\lambda/4$ d'entrée	Lame $\lambda/4$ de sortie
Épaisseur de quartz (μm)	242	239
Épaisseur de MgF_2 (μm)	172	162
Défaut d'alignement ξ ($^\circ$)	0,78	0,19

Tableau V.A.1 : Estimation des caractéristiques des lames quart d'onde.

Les épaisseurs et défauts d'alignement sont respectivement données avec une précision de $0,4 \mu\text{m}$ et de $0,1 \mu\text{m}$.

La matrice de Jones d'une telle lame peut donc être calculée à partir des matrices de Jones des lames de quartz et de MgF_2 et à l'aide de la matrice de changement de base $[R(\xi)]$:

$$[J] = [R(-\xi)] \cdot [J_{\text{MgF}_2}] \cdot [R(\xi)] \cdot [J_{\text{quartz}}] \quad (\text{V.A.1})$$

$$[J_{\text{quartz}}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\delta_{\text{quartz}}} \end{bmatrix} \quad (\text{V.A.2})$$

$$[J_{\text{MgF}_2}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\delta_{\text{MgF}_2}} \end{bmatrix} \quad (\text{V.A.3})$$

$$[R(\xi)] = \begin{bmatrix} \cos(\xi) & \sin(\xi) \\ -\sin(\xi) & \cos(\xi) \end{bmatrix} \quad (\text{V.A.4})$$

où δ_{quartz} et δ_{MgF_2} représentent les retards engendrés par les lames de quartz et de MgF_2 tels que :

$$\delta_{\text{quartz}} = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta n_{\text{quartz}} d_{\text{quartz}} \quad (\text{V.A.5})$$

$$\delta_{\text{MgF}_2} = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta n_{\text{MgF}_2} d_{\text{MgF}_2} \quad (\text{V.A.6})$$

où Δn_{quartz} , Δn_{MgF_2} , d_{quartz} et d_{MgF_2} représentent respectivement les biréfringences et les épaisseurs des lames de quartz et de MgF_2 .

N'oublions pas que les biréfringences dépendent de la longueur d'onde. Nous désirons ici remonter à l'ellipticité ε des modes de vibration propres et l'azimut α associés aux deux lames. Elles sont différentes suivant la longueur d'onde.

Le calcul des vecteurs propres de la matrice $[J]$ donne, en effet, deux vecteurs complexes \vec{J}_1 et \vec{J}_2 décrivant chacun une vibration elliptique :

$$\vec{J}_1 = \begin{bmatrix} a \\ b + ic \end{bmatrix} \quad (\text{V.A.7})$$

$$\vec{J}_2 = \begin{bmatrix} -b + ic \\ a \end{bmatrix} \quad (\text{V.A.8})$$

Avec a , b et c réels.

Sachant que les états propres sont elliptiques, il est possible de remonter à l'azimut et à l'ellipticité **[5.20]** tels que :

$$\tan(2\alpha) = \frac{2ab}{a^2 - b^2 - c^2} \quad (\text{V.A.9})$$

$$\sin(\varepsilon) = \frac{2ac}{a^2 + b^2 + c^2} \quad (\text{V.A.10})$$

Liste des publications et communications

Publications

- **Y. PIEDERRIERE, F. BOULVERT, J. CARIOU, B. LE JEUNE, Y. GUERN, G. LE BRUN**, "Polarization analysis of backscattered speckle size : influence of particle-size and -concentration", Optics Express, vol. **13**, n° 13, 5030-5039 (2005).
- **F. BOULVERT, B. BOULBRY, G. LE BRUN, B. LE JEUNE, S. RIVET, J. CARIOU**, "Analysis of the depolarizing properties of irradiated pig skin", Journal of Optics A : Pure and Applied Optics, vol. **7**, n° 1, 21-28 (2005).

Conférences internationales (Oral)

- **Y. PIEDERRIERE, F. BOULVERT, J. CARIOU, B. LE JEUNE, Y. GUERN, G. LE BRUN**, "Speckle and polarization for biomedical applications", International Conference SPECKLE06, Nîmes (France), accepté, septembre 2006.
- **M. TARIAKI, J. TOPOMONDZO, F. BOULVERT, F. F. BENTIVEGNA, M. GUEGAN, A. SHARAIHA, F. PELLE, B. LE JEUNE**, "Spectro-polarimetric analysis of ASE in a semiconductor optical amplifier", SIOE, Cardiff (Pays de Galles) (2006).
- **F. BOULVERT, S. RIVET, B. LE JEUNE, G. LE BRUN, F. PELLE, J. CARIOU**, "OCT system with electro-dynamic shaker driven by a frequency-modulated waveform", European Conference on Biomedical Optics, Munich (Allemagne), Optical Coherence Tomography and Coherence Techniques II, Proc. SPIE vol. **5861**, 90-97 (2005).
- **F. F. BENTIVEGNA, F. BOULVERT, M. GUEGAN, B. BOULBRY, A. SHARAIHA, M. TARIAKI, F. PELLE, B. LE JEUNE, Y. BOUCHER**, "Polarimetric analysis of a semiconductor optical amplifier based on the Mueller-Stokes formalism", Photonics Europe, Strasbourg (FRANCE), Semiconductor Lasers and Laser Dynamics, Proc. SPIE vol. **5452**, 486-497 (2004).

Conférences nationales (Oral)

- **F. BOULVERT, G. LE BRUN, B. LE JEUNE, J. CARIOU**, "Algorithme de décomposition des matrices de Mueller dépolarisantes et non dépolarisantes", 2ème édition des Journées d'Imagerie Optique Non-Conventionnelle, Paris (2006).
- **F. BOULVERT, G. LE BRUN, B. BOULBRY, B. LE JEUNE, J. CARIOU**, "Analyse de la peau par exploration polarimétrique spectrale. Aide au diagnostic du syndrome cutané radiologique", Journée Brûlures organisées par le Centre de Recherches du Service de Santé des Armées, Grenoble (2004).
- **F. BOULVERT, G. LE BRUN, B. BOULBRY, B. LE JEUNE, J. CARIOU**, "Analyse de la peau par exploration polarimétrique spectrale. Aide au diagnostic du syndrome cutané radiologique", OPT-DIAG 2004, Diagnostic et imagerie optiques en médecine, Paris (2004).
- **F. BOULVERT, G. LE BRUN, B. BOULBRY, B. LE JEUNE, J. CARIOU**, "Polarimétrie de Mueller achromatique par réflexion diffuse. Application à la détection d'altérations de tissus sous-cutanés", Réunion GdR ISIS, Imagerie polarimétrique, Paris (2004).

Conférences nationales (Poster)

- **M. TARIAKI, J. TOPOMONDZO, F. F. BENTIVEGNA, M. GUEGAN, A. SHARAIHA, F. BOULVERT, F. PELLE, B. LE JEUNE**, "Etude du gain d'un amplificateur optique à semiconducteurs par une caractérisation spectro-polarimétrique de Mueller-Stokes", JNOG, Chambéry (2005).
- **F. BOULVERT, G. LE BRUN, S. RIVET, B. LE JEUNE, F. PELLE, J. CARIOU**, "Nouvelles techniques d'imagerie biomédicale (Polarimétrie, OCT). Application à la détection de brûlures radiologiques", RBPGO 2005, Diagnostic et imagerie optiques en médecine, Roscoff (2005).
- **F. BOULVERT, G. LE BRUN, B. BOULBRY, B. LE JEUNE, J. CARIOU**, "Analyse de la peau par exploration polarimétrique spectrale. Aide au diagnostic du syndrome cutané radiologique", Paris Biophotonique 2003, Paris (2003).

Ecole thématique

- Ecole pré-doctorale de physique "Optique et Biologie" organisée par la Société Française d'Optique, Les Houches (2003).

Analyse de milieux fortement diffusants par polarimétrie de Mueller et méthodes optiques cohérentes. Application à l'étude du syndrome cutané d'irradiation aiguë.

Résumé :

Ce travail avait pour objectif de montrer la possibilité d'utiliser des méthodes optiques dans l'investigation biophysique non invasive du syndrome cutané d'irradiation aiguë, pour des doses d'irradiation relativement faibles.

La première partie revient sur les motivations qui ont abouti au choix de la polarisation comme agent de contraste dans le cadre de cette étude. Nous avons alors opté pour la polarimétrie de Mueller, technique adaptée à l'étude d'un milieu dépolarisant tel que la peau.

La deuxième partie pose les bases théoriques dans l'interprétation des résultats obtenus à partir de la mesure de la matrice de Mueller d'un milieu. La lecture de cette dernière n'étant pas immédiate, un algorithme de décomposition et de classification des matrices de Mueller dépolarisantes et non dépolarisantes a été développé. Celui-ci est validé sur une série d'échantillons de natures très diverses.

La troisième partie présente le polarimètre et les résultats, angulaires et spectraux, obtenus sur des échantillons de peau irradiés où il n'y a aucun signe clinique visible. En utilisant l'algorithme précédent nous avons mis en évidence deux agents de contraste polarimétrique qui seuls ou combinés apportent une information sur le taux d'irradiation. Ces résultats sont confortés par une étude histologique menée en parallèle par l'IRSN. Nous avons ainsi montré que la polarisation peut être un agent de contraste pour de faibles doses d'irradiation.

La dernière partie montre l'intérêt d'utiliser en complément à la polarimétrie une méthodologie d'optique cohérente (speckle, tomographie par cohérence optique) pour localiser les altérations cutanées.

Mots-clés :

Polarisation, matrice de Mueller, milieu diffusant, tomographie par cohérence optique (OCT), speckle, tissu biologique.